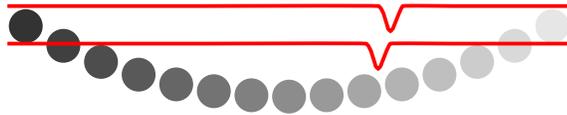


Entwicklung und Implementierung einer Methodik
für die Erfassung von Sensor- und Referenzdaten
sowie deren Anwendung zur Latenzmessung



Masterarbeit

vorgelegt von

Thorben Opfermann

im Juli 2015 für den Abschluss des Studiengangs

Systems Engineering (Master of Science)
an der Universität Bremen

Durchgeführt am DLR Bremen
im Institut für Raumfahrtsysteme

Erstprüfer:	Prof. Dr. Gabriel Zachmann
Zweitprüfer:	Dipl.-Ing. Hans Krüger
Immatrikulationsnummer:	2938975

Zusammenfassung

Das TRON-Labor des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt in Bremen ist eine Einrichtung zum Testen von optischen Navigationssensoren. Diese werden dort von einem Roboter über eine gefräste Modelllandschaft bewegt, um den Flug gegenüber einem Zielobjekt (zum Beispiel dem Mond) zu simulieren. Ein Laser Tracker-System verfolgt den Sensor dabei mit Hilfe von speziellen Reflektoren, um dessen Position und Lage im Labor zu bestimmen. Damit diese Referenzdaten auch während der Bewegung mit hoher Genauigkeit bereitgestellt werden können, müssen die Laser Tracker-Messungen möglichst zeitgleich mit dem Sensor erfasst werden. Ziel dieser Arbeit ist daher die Latenzermittlung und die Synchronisation des Laser Trackers mit einer beispielhaft ausgewählten Kamera. Die Latenzbestimmung erfolgt, basierend auf einer Publikation von Anthony Steed [9], mit Hilfe einer Pendelschwingung, die sowohl für die Kamera- als auch für die Laser Tracker-Daten mathematisch durch eine Sinusfunktion beschrieben wird. Die eigentliche Latenz ergibt sich somit aus der Phasenverschiebung beider Funktionen. Diese kann nun genutzt werden um das Taktsignal für eines der Geräte künstlich zu verzögern, sodass die eigentliche Auslösung der Messungen praktisch zeitgleich geschieht. Im Mittel liegen die Ergebnisse weiterer Latenzmessungen nach dieser Maßnahme bei lediglich $7\ \mu\text{s}$.

Abstract

The TRON-Laboratory of the German Aerospace Center in Bremen is a testbed for optical navigation sensors. Using a robot, they can be moved over the surface of milled structures to simulate the motion relative to a target object, for example the moon. A Laser Tracker system targets specific reflectors to determine the attitude and position of the sensor. To provide these reference data with high accuracy while moving the sensor, it is necessary to synchronize the points of time of the data acquisition. Therefore, the focus of this work is the latency measurement and synchronization of the Laser Tracker and a common industrial camera. The approach is based on a publication from Anthony Steed [9] and utilizes a pendulum oscillation which can be described by a sine curve. This happens for the camera data as well as for the Laser Tracker data. The latency can be determined by calculating the phase shift of those two curves, which then allows to modify the trigger setup to delay the measurement of one device. Hence, the delay between the data acquisition of Laser Tracker and camera can be minimized. Further latency measurements indicate a remaining latency of approximately $7\ \mu\text{s}$.

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt, nicht anderweitig zu Prüfungszwecken vorgelegt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche wissentlich verwendete Textausschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

Bremen, den 23.07.2015

Thorben Opfermann

Abkürzungsverzeichnis

API	Programmierschnittstelle (Application Programming Interface)
CalDe	DLR Calibration Detection Toolbox
CalLab	DLR Calibration Laboratory
DGL	Differentialgleichung
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
dSPACE	Digital Signal Processing And Control Engineering TM
I/O	Eingabe/Ausgabe (Input/Output)
KS	Koordinatensystem
KUKA	Keller und Knappich Augsburg
LIDAR	Light Detection And Ranging ¹
RREF	Reduzierte Stufenform (Reduced Row Echelon Form)
RTW	Real-Time Workshop
TRON	Testbed for Robotic Optical Navigation
TTL	Transistor-Transistor-Logik
VE	Virtuelle Umgebung (Virtual Environment)

¹Ein dem RADAR (Radio Detection and Ranging) ähnliches Verfahren zur Distanzbestimmung, jedoch basierend auf der Reflexion von LASER-Strahlen

Symbolverzeichnis

- A Durch OpenCV ermittelter Flächeninhalt eines „Blobs“
- a Die Amplitude der Funktion $\varphi(t)$ [rad]
- b Die Kreisfrequenz der Funktion $\varphi(t)$ [Hz]
- c Die Phasenverschiebung der Funktion $\varphi(t)$ [-]
- D Abstand zwischen Messwert und der dazugehörigen Beschreibung durch eine Funktion
- d Winkeloffset der Funktion $\varphi(t)$ [rad]
- d Abstandparameter der Pendelebene in der Hesseschen Normalform
- e Die Eulerzahl
- k Die Dämpfung der Funktion $\varphi(t)$ [1/s]
- M Mittelpunkt des Kreises in der Laser Tracker–Ebene (entspricht dem berechneten Aufhängungspunkt des Pendels) [mm]
- \vec{n} Dreidimensionaler Normalenvektor der Pendelebene
- P Messpunkt (3–Tupel) in der Laser Tracker–Ebene (t, x, y)
- φ Gedämpfte Sinusschwingung, die den Ausschlagwinkel des Pendels beschreibt:
 $\varphi(t) = e^{-kt} * a * \sin(b * t + c) + d$ [rad]
- ϕ Beschreibt $\varphi(t)$ während der Herleitung [rad]
- π Die Kreiszahl
- Ψ Messpunkt (2–Tupel) in der Laser Tracker–Ebene (t, ψ)
- ψ Gemessener Ausschlagwinkel des Pendels [rad]

r Die Rundheit eines „Blobs“, siehe Gleichung (5.51)

t Zeitpunkt nach Beginn der Messperiode [s]

U Durch OpenCV ermittelter Umfang eines „Blobs“

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation und Umgebungsbedingungen	1
1.2	Aufgabenstellung	2
2	Stand der Technik	4
2.1	Anwendungsbereiche von Latenzmessungen	4
2.2	Variante 1 — Schachbrett-Erkennung	5
2.3	Variante 2 — Zielverfolgung	6
2.4	Variante 3 — Feature-Erkennung	8
2.5	Variante 4 — Pendelversuch	8
2.6	Vergleich und Auswahl des Verfahrens	10
3	Versuchsaufbau	12
3.1	Laborhardware	12
3.2	Fadenpendel	13
3.3	Stabpendel	13
3.4	Gesamtkonzept	14
4	Definitionen	17
4.1	Einheiten	17
4.2	Koordinatensysteme	17
4.2.1	Übersicht	17
4.2.2	Laser Tracker	18
4.2.3	Pendelebene	18
4.2.4	T-Mac	19
4.2.5	Kamera	19
4.2.6	Schachbrett	20
5	Software	21
5.1	Übersicht	21
5.2	Programmierung eines dSPACE-Systems	21
5.3	Messwerterfassung	23
5.3.1	Laser Tracker	23
5.3.2	Kamera	23
5.4	Funktionsanpassung im Mehrdimensionalen	24
5.5	Mathematische Beschreibung der Messwerte	28

5.6	Auswertung der Messungen	31
5.6.1	Laser Tracker	31
5.6.1.1	Ebenenregression	31
5.6.1.2	Fußpunktprojektion	35
5.6.1.3	Kreisregression	36
5.6.1.4	Berechnung des Ausschlagswinkels	36
5.6.1.5	Sinusregression	37
5.6.2	Kamera	40
5.6.2.1	Hand–Auge–Kalibration	41
5.6.2.2	Ebentransformation	42
5.6.2.3	Ebenenprojektion	42
5.6.2.4	Weitere Verarbeitungsschritte	43
5.6.3	Ausreißerbehandlung	43
5.6.4	Latenzbestimmung	44
5.7	Manipulation der Zeitstempel	46
6	Entwicklungsverlauf und Problembehandlung	48
6.1	Nicht–ideales Pendel	48
6.2	Reibung	49
6.3	Amplitude der Schwingung	49
6.4	Beleuchtungssituation	50
6.5	Hand–Auge–Kalibration	53
6.6	Kreisberechnung	54
6.7	Uhrendrift und Jitter	55
6.8	Signalqualität des Triggers	55
7	Experimente und Auswertung	57
7.1	Durchführung	57
7.2	Lampenposition	57
7.3	Kameraausrichtung	58
7.4	Statische Tests	59
7.5	Pendeltyp	60
7.6	Amplitude	62
7.7	Lange Messperiode	65
7.8	Zusätzliche Latenz	65
7.9	Belichtungsdauer	66
7.10	Reduzierte Latenz	69
7.11	Gesamtauswertung	69

7.12 Weitere Experimente	70
7.12.1 Signalqualität	70
7.12.2 Uhrendrift und -jitter	72
8 Abschluss	73
8.1 Fazit	73
8.2 Ausblick	74
Abbildungsverzeichnis	76
Tabellenverzeichnis	77
Literaturverzeichnis	78
Anhang	I
A Rechenbeispiele	I
B Ableitungen	IV
B.1 Gedämpfte Oszillation	IV
B.2 Kreisregression	V
B.3 Abstand zwischen Funktion und Punkt	VI
B.3.1 Vertikaler Abstand	VI
B.3.2 Kleinster Abstand zwischen Funktion und Punkt	VI
B.3.3 Abstand nach Pythagoras	VI
C CD-Inhalte	VII

1 Einleitung

1.1 Motivation und Umgebungsbedingungen

Bevor neue Sensorsysteme in Raumfahrtanwendungen zum Einsatz kommen, sollen diese möglichst realitätsnah in erdgebundenen Laboren getestet werden, da der Transport in einen Orbit sehr kostspielig ist und die Möglichkeiten zur Rekonfiguration von Hardwarekomponenten dort sehr begrenzt sind. Im Testbed for Robotic Optical Navigation (TRON)–Labor des Deutschen Zentrums für Luft– und Raumfahrt (DLR) wird daher eine Laborumgebung bereitgestellt, die die Entwicklung und Tests von optischen Navigationssystemen für Explorationsmissionen unterstützt. Optische Navigationssysteme basieren häufig auf Kamerabildern, je nach Anwendungsbereich aber auch auf Laser–Distanzmessungen („LIDARs“) oder Kombinationen mehrerer Systeme. Insbesondere im Zusammenhang mit Kameras werden dabei charakteristische Oberflächenmerkmale von Himmelskörpern, wie zum Beispiel Krater, identifiziert und mit vorhandenen Karten verglichen.

Zur Simulation dieser komplexen Situationen nutzt das TRON einen auf einer Linearschiene montierten KUKA Roboter mit sechs Achsen (Abb. 1.3), um den zu testenden Sensor (zum Beispiel die Kamera in Abb. 1.4) frei im Labor bewegen zu können und damit die Bahn eines Raumfahrzeuges gegenüber einem Zielkörper nachzustellen. Der Zielkörper wird über gefräste Geländemodelle (Abb. 1.1) simuliert,



Abbildung 1.1: Geländemodell



Abbildung 1.2: Scheinwerfer

welche insgesamt über 30 m^2 der Laborwände belegen. Weiterhin kann das Labor vollständig abgedunkelt und durch eine auf einen Portalroboter montierte Studio–

Lampe (Abb. 1.2) punktuell aus verschiedenen Richtungen beleuchtet werden. Dies

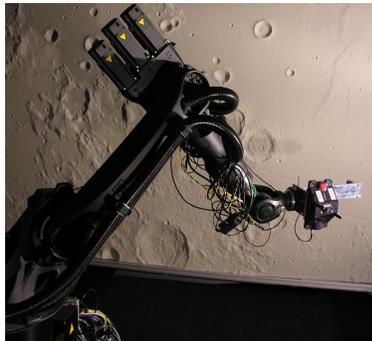


Abbildung 1.3: KUKA-Roboter

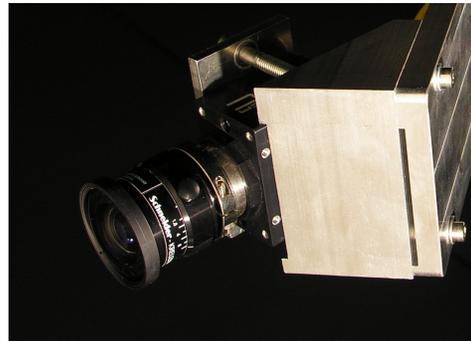


Abbildung 1.4: Kamera

ermöglicht es auch die Lichtverhältnisse, insbesondere den Sonnenstand, am Zielort zu simulieren. Als Referenz für den Sensor dient ein Laser Tracker² (Abb. 1.6), der einen Zielreflektor automatisch nachverfolgen und seine Position und Lage sehr genau bestimmen kann. Da auch die Geländemodelle mit Hilfe des Laser Trackers vermessen werden können und ein Reflektor fest an den Sensor montiert wird, kann somit sehr präzise (Abschnitt 3.1) bestimmt werden an welchem Ort relativ zum Gelände sich der Sensor tatsächlich befindet. Diese Referenzdaten werden auch „Ground Truth“ genannt. Die Steuerung des Labors übernimmt ein dSPACE³-Gerät, welches ein häufig verwendetes System zur Simulation von Echtzeitanwendungen ist. Typische Anwendungsbereiche findet man neben der Raumfahrt zum Beispiel auch in der Robotik und der Automobilindustrie.

1.2 Aufgabenstellung

Bisher werden die meisten Tests in TRON im Stop-Motion-Betrieb durchgeführt. Das bedeutet, dass der zu testende Sensor an eine bestimmte Position gefahren und dort gestoppt wird. An dieser Stelle wird nun sowohl die Messung des Sensors als auch des Laser Trackers, der die Position des Sensors ermittelt, ausgelöst. Folglich stimmen die Orte der beiden Messungen sicher überein.

Um den Nutzen des Labors weiter zu steigern, sollen Tests in Zukunft auch im Continuous-Motion-Betrieb mit hohen Genauigkeiten durchgeführt werden. Es werden also Messungen durchgeführt, während der Sensor sich kontinuierlich durch den

²Leica Absolute Tracker AT901-MR mit 6D-Sonde (T-Mac, Abb. 1.5)

³dSPACE DS1006

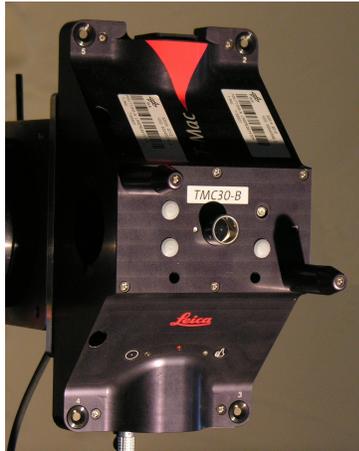


Abbildung 1.5: T-Mac



Abbildung 1.6: Laser Tracker

Raum bewegt. Zunächst kann allerdings nicht davon ausgegangen werden, dass die Auslösung der Messungen zeitgleich geschieht. Durch eine Latenz zwischen der Messwerterfassung bei kontinuierlicher Bewegung werden die Messungen real an unterschiedlichen Positionen durchgeführt. Ermittelte Abweichungen können damit unter anderem auf unpräzises Timing zurückgeführt werden, weshalb Experimente bei kontinuierlicher Bewegung bisher nur mit geringeren Anforderungen an die Genauigkeit durchgeführt werden können.

Das Ziel dieser Arbeit ist daher die Synchronisierung der Messungen vom Laser Tracker mit einem Sensor. Neben der Inbetriebnahme einer neuen dSPACE-Erweiterungskarte⁴ für hochpräzise Hardwaretriggerung⁵ umfasst dies hauptsächlich die Bestimmung der Latenz zwischen den Messungen, die darauf basierende Anpassung der Triggerparameter⁶ und eine Einschätzung des Restfehlers. Da die Einstellung der Parameter sich von Sensor zu Sensor unterscheidet, soll eine Kamera⁷ (Abb. 1.4), die dauerhaft im Labor zur Verfügung steht beispielhaft verwendet werden, um ein Konzept der Latenzmessung und der Synchronisation zu demonstrieren.

⁴DS4002 Timing and Digital I/O Board, im Folgenden „Timing Board“ genannt

⁵Der Hardwaretrigger ist dadurch charakterisiert, dass eine oder mehrere dedizierte Leitungen das Signal übertragen. Es wird dabei kein bestimmtes Protokoll, wie zum Beispiel bei normalen Netzwerkverbindungen, genutzt, sondern direkt mit dem Zustand der Signalleitung gearbeitet (an oder aus). Bei der Übertragung ist daher mit wesentlich weniger Verzögerungen zu rechnen

⁶In diesem Fall ist damit gemeint, dass die Signale für Kamera und Laser Tracker gezielt mit einem zeitlichen Versatz generiert werden, sodass die eigentlichen Messungen möglichst zeitgleich ausgeführt werden

⁷Allied Vision Technologies Prosilica GC1380H

2 Stand der Technik

2.1 Anwendungsbereiche von Latenzmessungen

Geräte aus verschiedensten Bereichen werden anhand ihrer Reaktionszeit auf bestimmte Aktionen bewertet. Im Wesentlichen werden dabei Eingaben (durch Sensoren) empfangen, gegebenenfalls verarbeitet und dann ausgegeben (Anzeige, mechanische Reaktion...). Dabei kann die Latenz zwischen der Datenerfassung mehrerer Sensoren, zwischen der Erfassung und der Reaktion oder zwischen mehreren Reaktionen von Bedeutung sein. Ich möchte in diesem Abschnitt auf einige Beispiele eingehen, in denen Latenzmessungen erforderlich sind, um zunächst deren Notwendigkeit, nicht nur in TRON, sondern auch generell, zu erläutern. In den danach folgenden Abschnitten stelle ich etwas detailliertere Lösungsansätze zur Latenzbestimmung vor, sodass eine Auswahl zum Verfahren dieser Arbeit getroffen werden kann.

In der Musik müssen Menschen synchron zueinander agieren um ein angenehmes Gesamtklangbild zu erzeugen. In großen Gruppierungen, zum Beispiel Orchestern, führt dies zu Problemen⁸ wenn beispielsweise nicht alle Musiker den Dirigenten direkt sehen können. Hier ist es erforderlich den Dirigenten mit Kameras aufzunehmen und über kleine Monitore möglichst in Echtzeit anzuzeigen. Insbesondere miniaturisierte TFT-Bildschirme weisen allerdings aufgrund der fehlenden Nachfrage oftmals größere Verzögerungen in der Bildausgabe auf. Eine spürbare Latenz führt zu Verwirrung und sollte unbedingt vermieden werden, da sonst der Takt nicht exakt gehalten werden kann. Entsprechend wichtig ist es die Latenz zu kennen, um passende Gerätschaften auswählen zu können.

Ein weiterer Anwendungsfall, ebenfalls aus dem musikalischen Bereich, betrifft elektrische Musikgeräte. Insbesondere betroffen sind elektrische Schlagzeuge, aber auch Keyboards und E-Gitarren zählen dazu. Für die Musiker ist es wichtig zu einem Anschlag innerhalb weniger Millisekunden auch eine Reaktion in Form eines Tons festzustellen. Sobald sich eine spürbare Verzögerung zwischen dem Schlag auf das Trigger pad, also dem Trommellersatz, und der Ausgabe über die Lautsprecher oder Kopfhörer ergibt, desto anspruchsvoller wird es für den Schlagzeuger im Takt zu spielen und mit der Band zu interagieren. Über Latenzmessungen muss der Hersteller hier ein sinnvolles Maß für die Triggerschwelle finden, in dem gefühlt latenzfrei gespielt werden kann, dabei aber trotzdem keine generellen Vibrationen (durch Schläge auf andere Trommeln o.ä.) fälschlicherweise als Schlag interpretiert werden. Entsprechende Messungen lassen sich relativ einfach mit Hilfe eines Aufnahmeprogramms durchführen, indem der Schlag auf das Triggerpad und die Lautsprecherausgabe aus

⁸<http://www.tonmeister.de/forum/viewtopic.php?f=9&t=112>

jeweils kurzer Distanz mit einem Mikrophon aufgenommen werden. Der zeitliche Versatz zwischen beiden Tönen lässt sich in der Tonspur sehr leicht ablesen.

Auch diverse mechanische Schaltungen erfordern möglichst genaue Kenntnis der Latenz und gegebenenfalls deren Minimierung. Für Flugzeugtriebwerke gibt es beispielsweise Kennwerte für die Regler. Diese beschreiben das Verhalten des Triebwerks, wenn der angeforderte Schub sprunghaft auf einen neuen Wert gesetzt wird. Eine Zeitkonstante ist dabei ein Maß dafür wie schnell das Triebwerk reagiert. Die Kenntnis dieses Parameters ist unter Anderem für die Entwicklung von Autopiloten wichtig. Auch in der Raumfahrt ist die Triebwerksmodellierung sehr wichtig. Durch die höheren Anforderungen in Bezug auf Genauigkeit spielt auch das Öffnen oder Schließen der Ventile eine Rolle⁹. Das entsprechende Verhalten wird je nach Detailgrad in den Simulationen berücksichtigt, um möglichst exakt vorhersagen zu können welche Befehle für eine exakte Geschwindigkeits- oder Lageänderung erforderlich sind.

Nachdem nun einige Bereiche bekannt sind, in denen Latenz eine Rolle spielt, möchte ich in den folgenden Kapiteln darauf eingehen, welche Varianten der Latenzmessung ich in Betracht gezogen habe. Diese basieren teilweise auf eigenen Ideen und teilweise auf Veröffentlichungen.

2.2 Variante 1 — Schachbrett-Erkennung

Eine Herangehensweise ist die Nutzung der Kamerakalibration, die in TRON durchgeführt werden kann. Für die Kalibration werden mehrere Bilder des gleichen Schachbretts aus unterschiedlichen Perspektiven aufgenommen, sodass nicht nur die intrinsischen Parameter ermittelt werden können, sondern auch die Lage der Kamera relativ zum Schachbrett. Weiterhin kann bei der Aufnahme der Bilder die jeweilige Position eines fest mit der Kamera verbundenen Laser Tracker-Ziels gemessen werden. Die Kalibrationssoftware kann in dem Fall ebenfalls eine Transformationsmatrix zwischen dem LT-Ziel und der Kamera ermitteln. Mit Hilfe des Roboters ist es möglich in nachfolgenden Experimenten eine Dynamik hervorzurufen, indem die Kamera während der Aufnahme bewegt wird. Der Laser Tracker misst dabei wieder die Position. Die neuen Bilder werden ebenfalls mit Hilfe des Kalibrationsprogrammes analysiert und die entsprechenden Kamerapositionen ermittelt. Über die im ersten Experiment ermittelte Transformationsmatrix kann aus den Laser Tracker-Messungen die erwartete Position der Kamera berechnet werden. Eine Latenz führt dabei zu einem Versatz zwischen Berechnung und Messung. Über die Geschwindigkeit der Kamera

⁹Der eigentliche Prozess des Schaltens, in dem der Treibstofffluss noch nicht ganz freigegeben oder gestoppt ist, aber auch die Latenz zwischen dem Befehl und der Reaktion

und die Größe des Versatzes kann auf die Latenz geschlossen werden.

Nachteile dieser Variante resultieren beispielsweise aus Fehlern in der Berechnung der Kameraposition relativ zum Schachbrett. Daher ist auch die Transformationsmatrix zwischen Kamera und Reflektor, insbesondere in Bezug auf die Translation, nicht ideal und weist Fehler auf. Zudem werden für die Kalibration Aufnahmen des Schachbrettes aus unterschiedlichen Winkeln benötigt. Fehler in der Transformationsmatrix wirken sich durch die unterschiedlichen Lagen der Kamera zum Schachbrett immer unterschiedlich aus, während der Fehler bei einer linearen Verfahrensweise möglicherweise weniger Einfluss hätte. Mit diesem Konzept ist daher der nicht exakt bekannte Fehler der Transformationsmatrix direkter Bestandteil der Messkette, was es schwieriger macht letztendlich sinnvolle Ergebnisse zu erzielen. Weiterhin ist der Quellcode des Kalibrationsprogrammes nicht frei verfügbar, sodass eventuelle Zusatzfunktionen oder Änderungen nicht oder nur mit hohem Aufwand realisierbar sind.

Vorteil dieses Verfahrens ist aber, dass die direkte Nutzung des Roboters es ermöglicht, die Trajektorie sehr frei anzupassen. Zudem ist insbesondere der Bildverarbeitungsteil, also die Schachbretterkennung, schon vorhanden und bedarf keiner weiteren Arbeit.

2.3 Variante 2 — Zielverfolgung

Auch in der Automobilindustrie finden Latenzmessungen viele Anwendungsfelder. Moderne Fahrzeuge beinhalten eine Vielzahl von Bordrechnern und Sensoren. Viele der Systeme sind dabei echtzeitkritisch, beispielsweise die Airbagauslösung, das Antiblockiersystem (ABS), die Antischlupfregelung (ASR) oder generell elektronische Stabilitätsprogramme (ESP). Insbesondere Fahrassistenzsysteme bis hin zur autonomen Fahrzeugkontrolle werden aktuell intensiv erforscht. Eine entsprechende Studie über Fahrassistenzsysteme wurde von der Forschungsinitiative Ko-FAS [6] durchgeführt. Im Zuge der daraus folgenden, immer komplexeren Sensorausstattung der Fahrzeuge, insbesondere durch die Fusion mehrerer Sensormessungen zu einem Gesamtbild sind demnach auch hier Latenzen ein wichtiger Aspekt. Dies betrifft sowohl Latenzen zwischen mehreren Sensoren, die eine gemeinsame Aufgabe wahrnehmen, als auch sicherheitskritische Reaktionen auf erkannte Gefahrensituationen. Die Datenfusion muss nicht zwangsläufig für Sensoren gleicher Art erfolgen, sondern kann ebenso für sich ergänzende Systeme (z.B. Distanzmesser und Kameras) durchgeführt werden. In der Studie werden sowohl Latenzen zwischen den einzelnen Sensoren ermittelt, als auch die Latenz zwischen Sensorik und der daraus resultierenden Reaktion des Bordcomputers.

Im Rahmen der Studie hat man Fahrzeuge, die mit entsprechender Sensorik aus-

gestattet sind, auf ein fixes Ziel zufahren lassen. Das Fahrzeug bewegt sich dabei jedoch nicht gradlinig, sondern fährt dauerhafte Kurven („Schlangenlinien“). Dabei wird von allen Sensoren die aktuelle Position des Kalibrierobjektes quer zum Fahrzeug ermittelt, sodass sich im Sensorreferenzsystem eine entsprechende Schwingung des Zielobjektes ergibt. Der zeitliche Abstand zwischen den Extremwerten der ermittelten Positionen unterschiedlicher Sensoraufzeichnungen ergibt die Latenz zwischen den Systemen. Die Qualität der Messwerte wird durch einen Kalman-Filter erhöht. Da viele der in der Studie verwendeten Sensoren interne Uhren haben, nach denen sie auch getriggert werden, muss zudem der Drift bestimmt werden. Als Referenz dient ein Sensor, dessen Messungen zu exakt bekannten Zeitpunkten ausgelöst werden (in diesem Fall eine Kamera, getriggert durch GPS-Signale). Eine kurze Übersicht über diesen Teil der Studie ist in Form eines Posters frei im Internet verfügbar¹⁰.

Abgewandelt auf die Anwendung im Labor kann der Roboter die Kamera entsprechend der „Schlingerbewegung“ verfahren, ohne sich dabei jedoch auf das Ziel zuzubewegen. Während der Bewegung nimmt die Kamera Bilder von einem fixierten, leicht identifizierbaren Ziel auf, wobei der Laser Tracker die Position der Kamera über einen montierten Zielreflektor ermittelt.

Dieses Verfahren ist zunächst nicht besonders genau, da gerade die Extremwerte relativ lange vorliegen und daher in Messwerten schwer zu identifizieren sind. Eine Sinuskurve befindet sich beispielsweise zu etwa 28,7 % der Periode bei Werten, die betragsmäßig größer oder gleich 0,9 sind (Beispiel 3 auf Seite III im Anhang). Durch die diskrete Messwernerfassung, kombiniert mit dem natürlichen Sensorrauschen, ist es folglich sehr schwer eine Positionsmessung dem tatsächlichen Maximum zuzuordnen. Mit Hilfe des Filters werden die Ergebnisse optimiert, wobei sich in der Veröffentlichung keine Angaben bezüglich der geschätzten Genauigkeit finden. Ein weiteres Problem ist, dass die Kamera bei einer Vorwärtsbewegung den Bildausschnitt laufend ändert, weshalb die entsprechenden Daten nachbearbeitet werden müssen. Andernfalls würde sich die Amplitude laufend ändern, wodurch die Extremwerte ebenfalls verzerrt werden.

Vorteil dieses Verfahrens ist, dass der Roboter, wie auch bei der ersten Variante, eine hohe Flexibilität gewährleistet. Zudem wird praktisch die gleiche Konfiguration verwendet, wie sie auch für den Laborbetrieb erforderlich ist. Die Kamera wird dabei durch den Raum bewegt, während sie Bilder aufnimmt und ihre Position vom Laser Tracker gemessen wird. Insgesamt kommt dieser Vorschlag dem Ziel dieser Arbeit schon sehr nah.

¹⁰http://ko-fas.de/files/2011-09-29_ko-fas_zp_ko-per_poster_ag_fahrzeuge_zeitstempelung.pdf

2.4 Variante 3 — Feature-Erkennung

Eine andere Möglichkeit zur Latenzbestimmung ist die Erkennung von charakteristischen Merkmalen (Features) in einer Reihe aufgenommener Bilder bei einer linear bewegten Kamera. Der Laser Tracker misst hierbei die Position eines an der Kamera montierten Reflektors als Referenz. Zunächst können die Features im Stop-Motion-Betrieb vermessen werden, während der Laser Tracker ebenfalls Daten erfasst. Die Messwerte des Laser Trackers lassen sich dadurch eindeutig mit den Koordinaten der Kameraauswertung in Zusammenhang stellen. Wird die Kamera nun idealerweise mit konstanter Geschwindigkeit auf einer geraden Linie fortbewegt, während Messungen durchgeführt werden, so lassen sich über die Laser Tracker-Daten die erwarteten Bildkoordinaten interpolieren. Der Vergleich von gemessener und erwarteter Bildkoordinate ergibt einen Unterschied in Pixeln, der sich auch in Laser Tracker-Einheiten umrechnen lässt und damit in Millimetern vorliegt. Die Geschwindigkeit des Roboters kann über Differentiation der Laser Tracker-Positionsmessungen oder aus der Roboter-Telemetrie ermittelt werden. Die Latenz ergibt sich aus dem Quotienten der Positionsdifferenz und der Robotergeschwindigkeit.

Durch die lineare Bewegung des Roboters ist das Experiment auf sehr kurze Zeiträume beschränkt, wodurch es schwierig wird Datensätze in angemessenem Umfang zu erhalten. Zudem sollte das Experiment so erfolgen, dass nur der Roboterarm bewegt wird ohne auf der Linearschiene zu verfahren, da diese nicht exakt gerade ist. Dabei muss abgewogen werden, ob nur ein simples Feature verwendet wird, um die Bildererkennung einfach zu halten, oder ob mehrere, ggf. komplexere Features verwendet werden um die maximale Verfahrstrecke zu erhöhen. Dieses Verfahren basiert auf eigenen Überlegungen, weshalb keine Referenzwerte vorliegen, anhand derer vorab bewertet werden kann wie präzise die Ergebnisse sind. Je nach Komplexität der Features entwickelt sich dieser Ansatz zudem in Richtung der Navigationslösungen, die im TRON getestet werden. Der Einsatz des Roboters ermöglicht zwar auch in diesem Fall ein gewisses Maß an Flexibilität, das jedoch durch die Rahmenbedingungen (lineare Bewegung) eher eingeschränkt ist.

Insgesamt ist dieses Verfahren etwas weniger komplex als die übrigen Verfahren, da lediglich linear interpoliert werden muss und recht einfache Zusammenhänge entstehen. Wie auch im vorherigen Verfahren wird hier für die Experimente exakt die gleiche Konfiguration verwendet, wie auch für den Regellaborbetrieb.

2.5 Variante 4 — Pendelversuch

Eine weitere Variante zur Bestimmung von Latenzen ist die „Sine-fitting-method“ nach Steed [9]. Diese Methode wurde entwickelt, um in virtuellen Umgebungen (VEs)

die Latenz zwischen einer Benutzerinteraktion und der entsprechenden Reaktion in Form einer aktualisierten Szene am Ausgabemedium messen zu können. Basis des Experimentes ist ein Gerät¹¹, welches üblicherweise ähnlich einer Fernbedienung in der Hand gehalten wird, wobei dessen Position im Raum gemessen werden kann. Dieses Gerät wird nun als Pendel vor einem Monitor platziert und mit einer farbigen Leuchtquelle versehen. Auf dem Monitor wird die gemessene Position des Gerätes als Punkt in einer virtuellen Umgebung gezeichnet, jedoch mit einer anderen Farbe. Mit Hilfe einer Kamera, die von einem völlig unabhängigen System kontrolliert werden kann, wird nun sowohl der Leuchtpunkt des Pendels, als auch das gerenderte Bild in einer Szene aufgenommen. Auf jedem Bild ist folglich zu einem festen Zeitpunkt die Position des realen Pendels, sowie die Position des Pendels in der VE gespeichert. Aus den gemessenen Positionsdaten lassen sich nun Sinusfunktionen für die beiden Schwingungen bilden, anhand derer die Phasenverschiebung bestimmt werden kann.

Zur Verifikation der Berechnungen und zur Einschätzung der Genauigkeit werden Bilder gerendert, die die Positionen vom Tracker und vom VE zu berechneten Zeitpunkten darstellen. Diese werden mit künstlichem Rauschen versehen, sodass die berechneten Bilder nach subjektivem Ermessen deutlich schlechter sind als die realen Aufnahmen. Die Auswertung dieser Daten sollte möglichst nah an der erwarteten Latenz (entsprechend der Einstellung beim Generieren) liegen. Nach Steed lässt sich mit den gegebenen Mitteln der Offset mit einer Genauigkeit von etwa ± 5 ms sicher ermitteln. Es ist zu erwarten, dass mit der höheren Auflösung des Laser Trackers auch höhere Genauigkeiten zu erreichen sind.

Da bei dieser Variante eigentlich die Latenz zwischen einem Tracker und dem Bildschirm gemessen wird, muss der Versuchsaufbau so angepasst werden, dass die Kamera Teil der Messstrecke wird. Sie wird in den eigentlichen Versuch eingebunden, indem sie die Pendelbewegung eines beleuchteten Laser Tracker-Reflektors aufnimmt. Der Laser Tracker misst die Bewegung ebenfalls. Die Auswertung der Kamerabilder bleibt gleich, während die Laser Tracker-Messungen direkt ausgewertet werden müssen, ohne den Monitor in der Messstrecke zu berücksichtigen.

Nachteil dieses Verfahrens ist, dass das Experiment sehr unflexibel ist. Im Gegensatz zu den vorherigen Experimenten wird der Roboter nicht direkt verwendet und auch die Pendelbewegung lässt sich kaum variieren. Hauptsächlich ist dies durch eine Veränderung der Amplitude oder durch die Aufnahme aus unterschiedlicher Entfernung möglich. Allerdings lässt sich die Amplitude nur begrenzt variieren und eine Vergrößerung des Abstandes führt primär zu einer Reduzierung der Auflösung, was sich in einer geringeren Pixelgeschwindigkeit äußert.

Ein Vorteil dieser Methode ist, dass sie bereits in der Praxis getestet wurde und

¹¹Hier ein Intersense IS900 Controller

somit Referenzdaten vorliegen. Von allen hier untersuchten Varianten ist diese am ausführlichsten dokumentiert. Dennoch muss das Verfahren etwas angepasst werden, da nicht die Latenz zwischen Monitor und Tracker gemessen werden soll, sondern zwischen der Kamera und dem Tracker. Die Erkennung eines leuchtenden Punktes, der sich stark vom Hintergrund abhebt, ist verhältnismäßig einfach und bereits in vielen verfügbaren Bibliotheken (z.B. OpenCV „Blob-Detection“) implementiert. Durch die Beschreibung von physikalischen Zusammenhängen anhand der Schwingungsgleichungen können alle Messwerte mit in die Berechnungen einfließen.

2.6 Vergleich und Auswahl des Verfahrens

Die vier hier vorgestellten Verfahren haben unterschiedliche Vor- und Nachteile. Dennoch soll der Fokus auf eine einzige Lösung gesetzt werden, die in der entsprechenden Tiefe bearbeitet wird. Die hauptsächlichen Auswahlkriterien sind die erwarteten Genauigkeiten, die eventuell vorliegenden Vergleichsdaten, die Flexibilität bei der Durchführung verschiedener Experimente und die Überlagerung potentieller Fehlerquellen mit dem Ergebnis. In Tabelle 2.1 sind die vier vorgestellten Varianten aufgelistet und gewichtet. Die Bewertung erfolgt mit ein bis fünf Punkten, wobei höhere Werte besser sind.

	Variante 1	Variante 2	Variante 3	Variante 4
Genauigkeit	2	3	3	5
Vergleichsdaten	1	4	1	5
Flexibilität	5	4	3	1
Fehlerüberlagerung	1	3	4	5
Summe	9	14	11	16

Tabelle 2.1: Bewertung der vorgestellten Herangehensweisen zur Latenzmessung

Variante 1 scheidet dieser Bewertung zufolge als ungeeignetster Kandidat aus. Die zu erwartenden Genauigkeiten sind relativ gering, es liegen keine Referenzdaten vor und es besteht eine Überlagerung mehrerer Fehlerquellen. Lediglich die Flexibilität ist hervorragend, da die Trajektorie des Roboters am wenigsten eingeschränkt ist.

Variante 2 trifft das Anforderungsprofil besser. Es handelt sich um relativ simple Auswertungsmechanismen, in denen wenig Fehlerquellen eine Rolle spielen, die zudem durch eine Filtertechnik reduziert werden. Negativ bewerte ich allerdings, dass ein Großteil der Messpunkte ignoriert werden muss und somit viel Potential verloren geht. Der Versuchsaufbau entspricht der Konfiguration, wie sie auch im Regellaborbetrieb verwendet wird, wobei das Auto durch den Roboter ersetzt werden kann.

In der Studie sind keine Angaben bezüglich der Messgenauigkeit gegeben. Diese Variante ist insgesamt ein sehr geeigneter Ansatz, dessen Potential allerdings schwer einzuschätzen ist.

Variante 3 ist ebenfalls ein geeignetes Modell, da hier die gleiche Konfiguration wie auch in Variante 2 verwendet wird. Im Vergleich ist die Auswertung zudem noch einfacher, da lediglich linear interpoliert werden muss. Nachteil ist, dass es durch die lineare Interpolation nicht möglich ist, Experimente mit längerer Dauer aufzunehmen. Spätestens wenn das Ziel das Blickfeld der Kamera verlässt, ist das Experiment beendet. Wie auch für Variante 1 liegen für dieses Experiment keine Quellen vor.

Variante 4 basiert auf einem ähnlich simplen Versuchsaufbau wie die Varianten 2 und 3. Durch die Beschreibung von Schwingungen ist davon auszugehen, dass Rahmenbedingungen, wie zum Beispiel Verzerrungen durch die Kameraoptik, einen geringeren Einfluss haben als in den übrigen Varianten, was die Genauigkeit erhöht. Der Versuch wurde von Steed [9] in einer wissenschaftlichen Publikation veröffentlicht und liegt gut dokumentiert vor. Lediglich die Flexibilität ist eingeschränkt, da an der Pendelbewegung kaum Änderungen vorgenommen werden können. Dennoch ist diese Variante entsprechend Tabelle 2.1 der zu favorisierende Ansatz.

3 Versuchsaufbau

3.1 Laborhardware

Von den Gerätschaften im TRON werden für die Durchführung der Tests hauptsächlich das dSPACE-System, der Laser Tracker, die Kamera und eine Lichtquelle benötigt. Als Beleuchtungseinheit dient ein handelsüblicher Baustrahler, da der Studioscheinwerfer durch seine Größe nicht angemessen positioniert werden kann.

Der Laser Tracker basiert auf der Parallelreflexion von Laser-Strahlen. Die kugelförmigen Zielreflektoren (Abb. 3.1) sind dazu mit tetraederförmigen Auskerbungen versehen, die verspiegelt sind. Dies führt dazu, dass Lichtstrahlen, die den ausgekerbten Bereich treffen, parallel reflektiert werden. Dabei werden sie allerdings am Kugelmittelpunkt gespiegelt. Der Laser Tracker minimiert den Abstand zwischen dem ausgesendeten und reflektierten Laser-Strahl, um das Zentrum der Kugel zu verfolgen. Über ein Interferometer können Positionsänderungen im Bereich der Wellenlänge identifiziert werden. Je nach Ausführung können die Reflektoren auch durch anderweitig gefertigte Prismen realisiert werden, zum Beispiel im T-Mac (Abb. 1.5). Diese Sonde besteht nicht nur aus einem Reflektor, sondern hat zusätzlich eine eindeutige, dreidimensionale Anordnung aus Infrarot-Dioden. Anhand dieser kann der Laser Tracker über die integrierte Kamera zusätzlich zur Position auch die Orientierung ermitteln. Gemäß der Spezifikationen des Laser Trackers [8] beträgt der maximal zulässige Fehler der Positionsmessung $\pm(15\text{ }\mu\text{m}+6\text{ }\mu\text{m}/\text{m})$ über das gesamte Messvolumen. Die Referenzmessungen dazu finden in einem 40 m großen Radius um den Laser Tracker statt. Die typischen Messergebnisse liegen (ebenfalls laut Datenblatt) etwa bei der Hälfte der maximal zulässigen Werte. Der T-Mac weist die gleichen Charakteristika bezüglich der Positionsgenauigkeit auf und bietet zudem eine typische Winkelgenauigkeit von $\pm 0,01^\circ$. Bei einer Entfernung von 6 m bis 7 m des Pendels zum Laser Tracker ergibt sich somit eine maximale Positionsabweichung von $\pm 57\text{ }\mu\text{m}$.

Das dSPACE-System ist ein leistungsfähiges Gerät, welches häufig in der Entwicklung eingesetzt wird. Es ist mit leistungsfähigen Prozessoren für Echtzeitsimulationen ausgestattet und wird von der gleichnamigen Firma mit dem Fokus auf „Rapid Prototyping“ entwickelt. Über eine Vielzahl von Eingabe/Ausgabe (I/O)-Leitungen und die Möglichkeit das System modular zu erweitern eröffnet es ein großes Anwendungsspektrum, welches ideal für die Anwendung am DLR ist. Neben dem TRON verwenden auch andere Labore am Standort dSPACE-Systeme, welche über eine Glasfaser-Anbindung vernetzt werden können. Somit lassen sich beispielsweise nahezu vollständige, in ihre Komponenten zerlegte, Satelliten im Zusammenspiel mehrerer Labore in einer gemeinsamen Simulation testen. Da dieses System folglich



Abbildung 3.1: Fadenpendel

einen essentiellen Bestandteil des Labors darstellt und dort für die Generierung von Triggersignalen zuständig ist, soll es diese Aufgabe auch für die Latenzmessungen übernehmen.

3.2 Fadenpendel

Die Durchführung der Versuche erfolgt mit zwei unterschiedlichen Pendelvarianten. Die erste Variante ist ein klassisches Fadenpendel. Es wird an zwei dünnen Fäden befestigt, die als Masse- und Reibungslos betrachtet werden können. Die eigentliche Masse des Schwingers ist der 195 g schwere Reflektor für den Laser Tracker, der mit Hilfe einer magnetischen Aufnahme mit dem Faden verbunden ist. Der Reflektor ist mit einer sehr hohen Genauigkeit rund gefertigt und hat nur an einer Seite eine tetraederförmige Auskerbung, die der Parallelreflexion des vom Laser Tracker emittierten Lichtstrahls dient (siehe Abb. 3.1). Da der Reflektor metallisch und rund ist, reflektiert dieser das Licht im Gegensatz zu dem dunklen Hintergrund sehr gut und auf einen kleinen Punkt beschränkt. Dieses Pendel schwingt sehr gleichmäßig, hat eine relativ geringe Luftreibung und weicht sehr wenig von der Pendelebene ab (siehe hierzu auch den folgenden Abschnitt).

3.3 Stabpendel

Das Stabpendel ist ein auf Nägeln gelagertes Pendel mit einem Metallrohr anstelle der Fäden und ist in den Abb. 3.2 und 3.3 dargestellt. Es hat den Vorteil, dass es sich leicht mit Hilfe von Fäden o.ä. auslenken und fixieren lässt. Im Gegensatz zum Fadenpendel wird dabei die Position nicht verfälscht. Beim Fadenpendel ist in diesem Fall die leichte Dehnbarkeit des Fadens, sowie dessen nicht biegesteifen Ei-

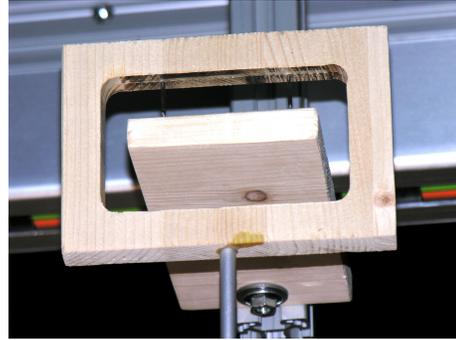
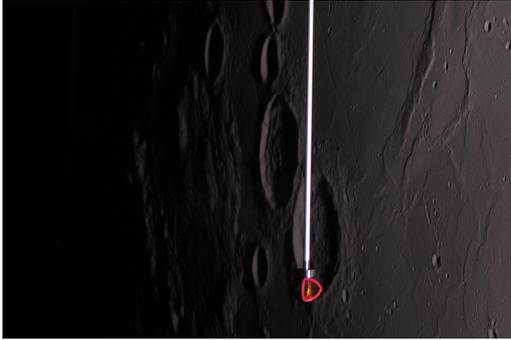


Abbildung 3.2: Stabpendel (Reflektor) Abbildung 3.3: Stabpendel (Aufhängung)

genschaften ein Problem, das sich mit der festen Verbindung über einen Stab nicht ergibt. Das Stabpendel wird daher für statische Tests verwendet, in denen es bei einem bestimmten Ausschlagwinkel fixiert wird, bevor die entsprechende Messung durchgeführt werden kann (siehe Abschnitt 7.4). Die Rohrverbindung zeigt sich allerdings nachteilig für die dynamischen Tests, da durch das elastische Rohr und die nicht perfekte Lagerung auch Schwingungen senkrecht zur Pendelebene entstehen (Abschnitt 7.5). Zudem weist das Stabpendel eine wesentlich höhere Dämpfung als das Fadenpendel auf. Die zusätzlichen Metallteile stellen hingegen für die Bildanalyse kein Problem dar, da diese sich als längliche helle Flächen ergeben, die über die Zirkularität eindeutig von den gesuchten Punkten zu unterscheiden sind.

3.4 Gesamtkonzept

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 3.4 und 3.5 dargestellt. Die Kamera – in der Grafik mit der Nummer (3) versehen – wird so ausgerichtet, dass sie möglichst auf eine dunkle Laborwand zeigt. Ihre optische Achse wird dabei, um Verzerrungen zu vermeiden, nach Augenmaß so ausgerichtet, dass sie senkrecht zur Pendelebene (1) steht. Der Abstand wird dabei entsprechend des Bildausschnittes so gewählt, dass bei einer Pendelbewegung möglichst das ganze Bild ausgenutzt wird. Die Lage der Kamera wird mit Hilfe des T-Macs (5) ermittelt, zu dem eine feste Verbindung über eine Metallschiene (6) besteht. Die Schiene ist mit dem Roboter verbunden, sodass diese im Labor positioniert werden kann (wobei sie allerdings während der Experimente nicht bewegt werden darf). Der Laser Tracker (4) misst vor den Experimenten die Lage des T-Macs und während der Experimente die Position des Pendels, sodass diese in Laser Tracker-Koordinaten bekannt sind. Die Beleuchtung erfolgt idealerweise über eine sehr helle, punktförmige Lichtquelle im Brennpunkt der Kamera. Da dies nicht

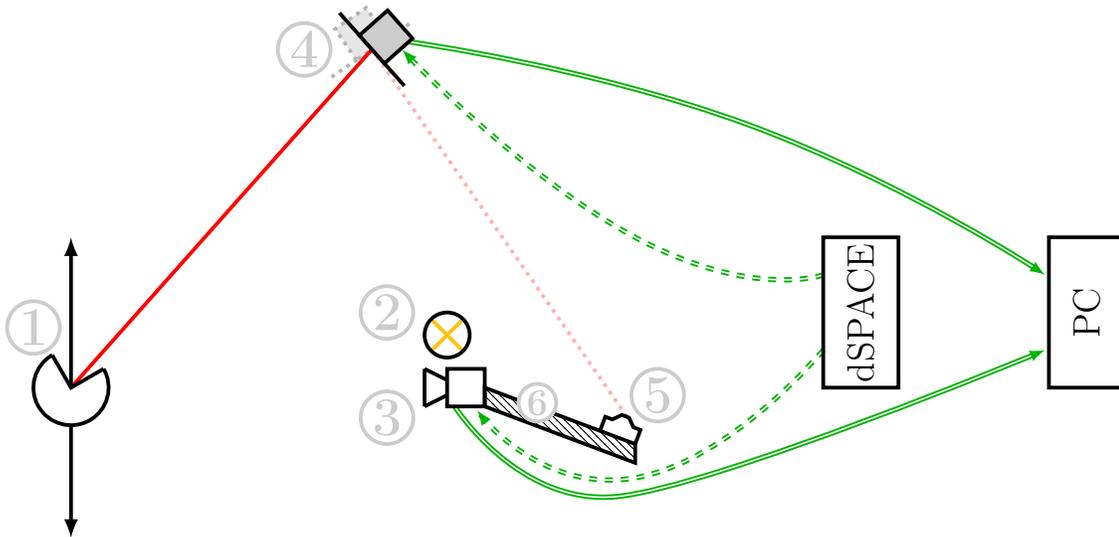


Abbildung 3.4: Schematische Skizze des Versuchsaufbaus (Draufsicht)

(1) Pendelebene mit Reflektor (2) Lichtquelle (3) Kamera (4) Laser Tracker (5) T-Mac (6) Metallschiene

möglich ist, ist der Baustrahler (2) in direkter Nähe der Kamera die beste Näherung. In Abb. 3.4 sind zudem das dSPACE-System und der Laborcomputer dargestellt. Über die gestrichelte grüne Linie werden vom dSPACE aus der Laser Tracker und die Kamera getriggert und deren erfasste Messwerte danach an den PC übertragen.

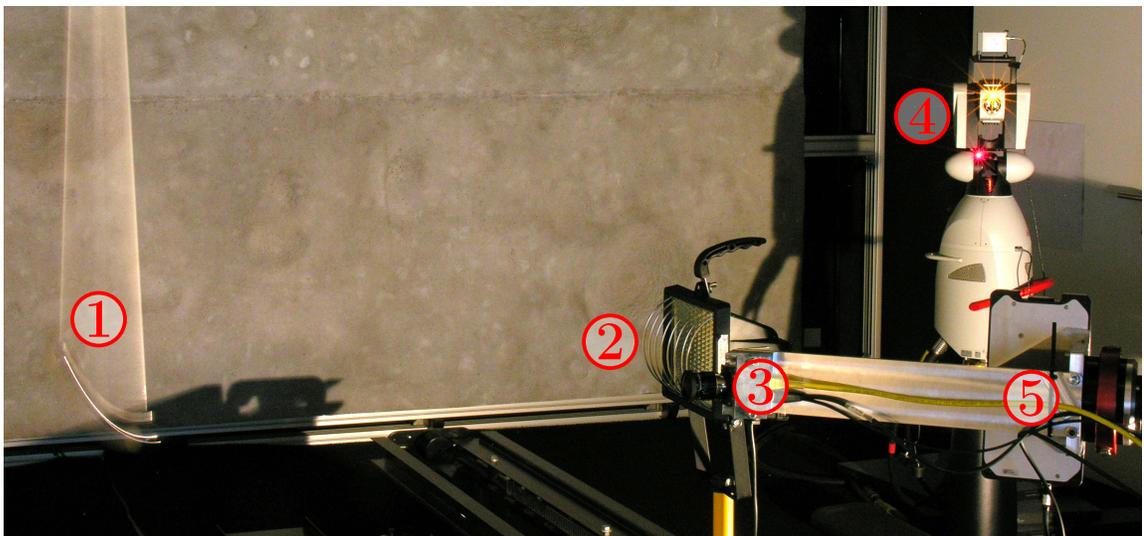


Abbildung 3.5: Versuchsaufbau

4 Definitionen

4.1 Einheiten

Sofern nicht anders angegeben, habe ich in dieser Arbeit die in Tabelle 4.1 aufgelisteten Einheiten verwendet.

Maß	Einheit	Anmerkung
Länge	[mm]	Auch der Laser Tracker wird beim Herstellen einer Netzwerkverbindung automatisch so konfiguriert, dass er die Messungen in Millimetern ausgibt.
Winkel	[rad]	Die Drehwinkel der 6D-Messungen vom Laser Tracker werden als Quaternionen ausgegeben
Zeit	[s]	-

Tabelle 4.1: Grundlegende Definition der verwendeten Einheiten

4.2 Koordinatensysteme

4.2.1 Übersicht

Im TRON existiert eine Vielzahl definierter Koordinatensysteme (KS), deren Lage zueinander bekannt sein muss, sodass Messwerte oder Orte zwischen ihnen transformiert werden können. Für diese Arbeit werden jedoch nicht alle benötigt. Statt auf das Basis-Referenzsystem zurückzugreifen, das als festes Bezugssystem im Labor liegt, wird in dieser Arbeit alles über die Laser Tracker-Messungen zusammengeführt. Dadurch entfallen Transformationen, was den Rechenaufwand und mögliche Fehlerquellen reduziert.

Im Nachfolgenden werden die verwendeten KS aufgeführt. Die konkreten Transformationsmatrizen werden dabei nicht dokumentiert, da sie sich mit jedem Versuchsaufbau unterscheiden können. Alle verwendeten KS sind kartesisch und rechtshändig. Dabei kommen sowohl zweidimensionale, als auch dreidimensionale Varianten vor. Ein Weltkoordinatensystem liegt im TRON zwar vor, wird aber in dieser Arbeit nicht verwendet, da als zentrales Koordinatensystem das des Laser Trackers genutzt wird. Abb. 4.1 zeigt die wichtigsten Koordinatensysteme in der Laborübersicht.

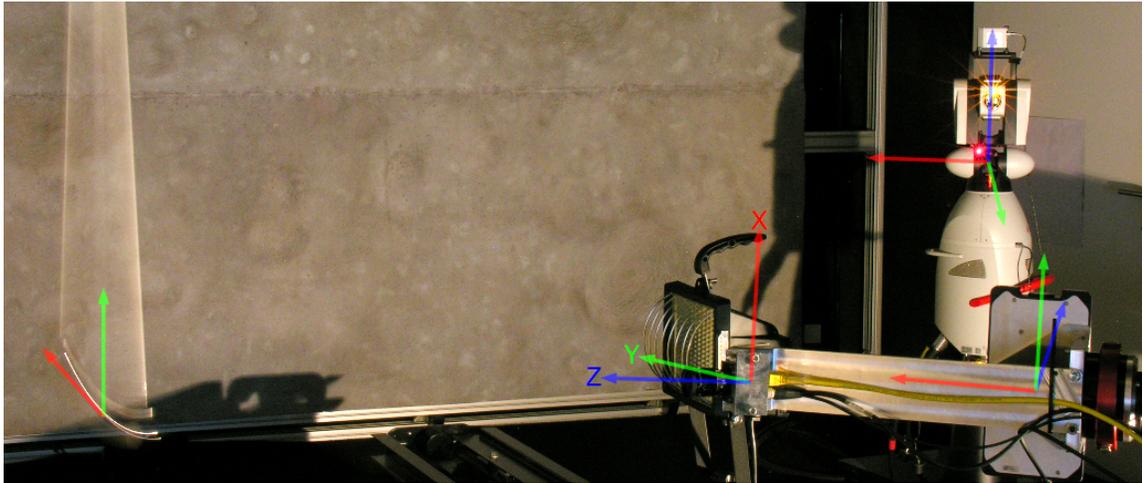


Abbildung 4.1: Laborübersicht mit schwingendem Pendel

4.2.2 Laser Tracker

Das Laser Tracker-KS beginnt im Zentrum des beweglichen Laser Tracker-Kopfes. Von dort aus zeigt die z -Achse nach oben, wobei das Gerät entsprechend einer integrierten Wasserwaage ausgerichtet wird, sodass die Achse nahezu entgegen der Gravitation zeigt. x - und y -Achse stehen entsprechend senkrecht darauf und zeigen aus Sicht des Laser Trackers nach rechts, bzw. nach vorne. Das KS ist in Abb. 4.1 eingezeichnet. Das Koordinatensystem ist fest mit der Basis des Laser Trackers verbunden und dreht sich nicht mit dem Trackerkopf mit, obwohl der Ursprung sich in diesem befindet.

In diesem KS werden sowohl die Position des Reflektors (also des Massepunktes des Pendels), als auch Position und Orientierung des T-Macs bestimmt. Weiterhin wird die Pendelebene aus den gemessenen Reflektordaten ermittelt, sodass deren Lage ebenfalls im Laser Tracker-KS bekannt ist.

4.2.3 Pendelebene

Das KS der Pendelebene, wie in Abb. 4.1 und 4.2 skizziert, ist selbst definiert. Ich habe dabei versucht dies so zu gestalten, dass für den Benutzer die bestmögliche Vergleichbarkeit zwischen mehreren Versuchsdurchführungen gegeben ist. Da es Punkte in der Ebene beschreiben soll, handelt es sich hierbei um ein zweidimensionales Koordinatensystem, dessen Position und Orientierung im Raum bekannt sind.

Der Ursprung der Ebene wird anhand der Messwerte grob definiert und später

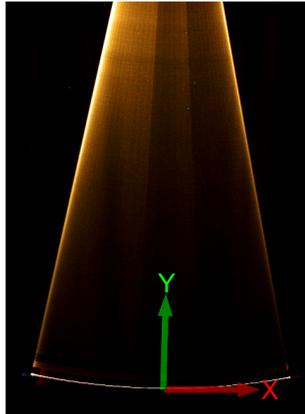


Abbildung 4.2: Koordinatensystem der Pendelebene (Langzeitbelichtung des schwingenden Stabpendels)

anhand einer Iteration präziser bestimmt. Er liegt dafür zunächst in der Mitte zwischen maximalem und minimalem x -, bzw. y -Wert der gemessenen Pendelpositionen (im Laser Tracker-KS) und auf Höhe des kleinsten z -Wertes. Damit liegt der Ursprung ungefähr im Scheitelpunkt der Pendelbewegung. Die Ausrichtung der Achsen erfolgt, wie in Abschnitt 5.6.1.1 im Detail beschrieben, am Laser Tracker-KS. Die x -Achse der Pendelebene liegt per Definition in der xy -Ebene des Laser Trackers und zeigt aus dessen Sicht nach rechts. Die y -Achse der Pendelebene liegt senkrecht zu der gerade definierten Achse und damit ungefähr parallel zur z -Achse des Laser Trackers. Sie zeigt ebenfalls nach oben.

4.2.4 T-Mac

Das Koordinatensystem des T-Macs wird nur übergangsweise genutzt. Es liegt innerhalb der Sonde und ist entsprechend ihrer Bauform ausgerichtet, sodass die z -Achse aus dem Ursprung durch den Reflektor und x - und y -Achse parallel zu den Grundkanten verlaufen. In Abb. 4.1 ist das KS des T-Macs eingezeichnet, welcher allerdings nur von hinten zu sehen ist. Die einzig praktische Nutzung des Koordinatensystems ist die Transformationsmatrix von T-Mac zu Kamera, die in Abschnitt 5.6.2 verwendet wird.

4.2.5 Kamera

Das Koordinatensystem der Kamera liegt im Hauptpunkt auf dem Sensor. Die z -Achse entspricht dabei der optischen Achse, während x und y entlang des Chips

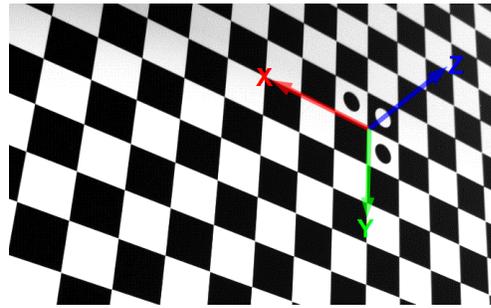


Abbildung 4.3: Kalibrationsschachbrett mit Koordinatensystem

orientiert sind. Das Kamerakoordinatensystem ist in Abb. 4.1 (ungefähr mittig) eingezeichnet.

Das Kamerakoordinatensystem wird zunächst in Pixeln gemessen, kann aber durch Kenntnis der intrinsischen Parameter, im speziellen der Pixeldimension, in Millimeter umgerechnet werden.

4.2.6 Schachbrett

Das Schachbrettkoordinatensystem wird nicht direkt verwendet, wird jedoch im Laufe der Hand–Auge–Kalibration erwähnt, da es von einer externen Software definiert wird. Das KS befindet sich in einer Ecke einer Kachel, mittig auf dem Schachbrett. Drei der umgebenden Felder sind mit Punkten markiert, sodass die Suche des Ursprungs im Bild mit Hilfe einer Kreis– bzw. Ellipsensuche unterstützt werden kann. Die Koordinaten sind ganzzahlige Werte, die die Ecken der Felder vom Ursprung aus zählen. Da die Dimensionen der Kacheln sehr genau bekannt sind, lassen sich auch diese Werte in Millimeter umrechnen, was jedoch für die Berechnungen nicht erforderlich ist. Abb. 4.3 stellt ein Kalibrationsschachbrett mit dem markierten Koordinatensystem dar.

5 Software

5.1 Übersicht

Das eigentliche Softwareprojekt zur Bearbeitung der Fragestellung ist in zwei Bereiche aufgeteilt, die unabhängig voneinander funktionieren. Der erste Bereich umfasst die Messwerterfassung, wofür die Schnittstellen zum Laser Tracker und zur Kamera realisiert wurden. Der zweite Bereich ist für die Bestimmung der Latenz zuständig. Es werden dafür die auf der Festplatte gespeicherten Daten genutzt. Weiterhin benötigt das dSPACE-System die Implementierung verschiedener Callback-Methoden zur Generierung der Trigger-Signale. Zur Visualisierung der Ergebnisse wird hauptsächlich auf Matlab[®] zurückgegriffen, was die Entwicklung eines Skriptes in der proprietären Matlab[®]-Sprache erfordert.

Die Entwicklung der Callback-Methoden basiert primär darauf, das Handbuch zu lesen und mehrere Abschnitte zusammenzufügen, sodass sich am Ende ein relativ simples Konstrukt ergibt. Auch die Entwicklung des Matlab[®]-Skriptes bietet wenig Informationen, sodass ich die beiden Teile meiner Arbeit an dieser Stelle nicht im Detail erwähnen möchte. Dennoch soll der nachfolgende Abschnitt einen kurzen Überblick über die Programmierung eines dSPACE-Systems geben.

5.2 Programmierung eines dSPACE-Systems

Für das dSPACE-System werden mittels des Real-Time Workshops (RTWs) (in neueren Versionen „Simulink Coder[™]“ genannt) Matlab[®]/Simulink[®]-Modelle kompiliert. Simulink[®] ist eine von der Firma „The MathWorks“ entwickelte Software, die die grafische Modellierung von Funktionen ermöglicht und eine Erweiterung für die ebenfalls von „The MathWorks“ entwickelte Software Matlab[®] darstellt. Über verschiedene funktionale Blöcke¹² lassen sich komplexe Zusammenhänge durch das Verlegen von hierarchischen Verbindungslinien und die Bildung logischer Einheiten in Subsystemen relativ übersichtlich darstellen. Insbesondere Differentialgleichungen (DGLs) lassen sich mit Hilfe der vorhandenen Integrations- und Differentiations-Blöcke gut modellieren, was Simulink[®] zu einem wertvollen Werkzeug bei der Auslegung von Reglern macht. Über eine Vielzahl verfügbarer Toolboxen lassen sich auch weitere Anwendungen realisieren, welche von der Elektronik-Simulation¹³ und der

¹²Es gibt bereits einen großen Umfang vordefinierter Funktionen mit diskreter, wie auch kontinuierlicher Funktionalität

¹³SimElectronics[®], SimPowerSystems[™]

Modellierung von Zustandsautomaten¹⁴ bis zur Simulation kinematischer Ketten¹⁵ (z.B. Roboter mit Manipulatoren) reichen. Das dSPACE ist deshalb mit seiner Fähigkeit entsprechende Programme in Echtzeit auszuführen nicht nur aus Hardware-Sicht, sondern auch auf Software-Ebene, wichtig für das TRON und wird deshalb in vielen Bereichen für die Steuerung und Regelung der Laborkomponenten genutzt.

Der einfachste Weg das dSPACE zu programmieren, ist folglich die Verkettung der genannten Blöcke in Simulink[®] zu einem Gesamtsystem. Für jede I/O-Karte werden entsprechende Blöcke mitgeliefert, über die Informationen eingelesen oder ausgegeben werden können. Digitale Ein- oder Ausgänge sind entsprechend einfach zu handhaben, während beispielsweise die Implementierung von Netzwerkkomponenten oder speziellen Ausgabemustern kompliziertere Verarbeitungsmechanismen benötigt. In den meisten Fällen lässt sich dies nicht über die vorgefertigten Blöcke realisieren, sodass eigene Blöcke definiert werden müssen. Dies kann in sogenannten S-Functions realisiert werden, die im Grunde genommen nichts anderes sind, als die Implementierung der bereits genannten Callbacks zur Beschreibung des Verhaltens eines Blocks. Eine S-Function kann in verschiedenen unterstützten Sprachen geschrieben werden, darunter in C, welches ich verwende. In dem Code können in der Initialisierung die Anzahl und Eigenschaften der Ein- und Ausgänge definiert werden, sodass der Block entsprechend verbunden werden kann. Die interessanteste Callback-Methode wird mit jedem Simulationsschritt aufgerufen und dient dem Blockupdate. Dabei sind die Eingänge schon aktualisiert, sodass die Ausgänge entsprechend berechnet werden können. Die Erweiterungskarten bieten zudem üblicherweise eine Programmierschnittstelle (API) an, sodass in dem Zusammenhang auch direkt auf die Pins der dSPACE-Karten zugegriffen werden kann.

Das Setzen der Pins erfolgt in meinem Fall ebenfalls über die API, also innerhalb einer S-Function. Dies liegt daran, dass es möglich sein soll die Signale zum Einen sinnvoll zu unterbrechen oder fortzusetzen und zum Anderen, weil das Signal für die Kamera ein weiteres, jedoch verzögertes, Signal für den Laser Tracker triggern soll. Dabei muss darauf geachtet werden, dass der Zyklus auch zu Ende geführt wird und zum Beispiel beim Unterbrechen der Clock-Signale nicht die Kamera noch getriggert wird, der Laser Tracker aber nicht mehr. Über die mitgelieferten Blöcke ist dieses Verhalten nicht realisierbar.

¹⁴Stateflow[®]

¹⁵SimMechanics[™]

5.3 Messwernerfassung

Die Erfassung der Messwerte erfolgt bei der Kamera, wie auch dem Laser Tracker, über das Labornetzwerk, wobei die Auslösung der eigentlichen Messung nach entsprechender Konfiguration vom dSPACE erfolgt. In den folgenden Unterabschnitten gebe ich einen kurzen Überblick über die Eigenschaften, ohne dabei in Details zu gehen.

5.3.1 Laser Tracker

Die Schnittstelle für den Trigger des Laser Trackers lässt sich unterschiedlich konfigurieren. Die empfohlene Variante basiert auf einem differentiellen RS422-Signal. Das bedeutet, dass jedes Signal über zwei Leitungen übertragen wird, die jeweils den gegenteiligen Pegel haben. Das Clock-Signal „1“ wird beispielsweise über Leitung drei und vier übertragen, von denen erstere 5 V führt und die zweite 0 V. Die Alternative basiert auf einem asymmetrischen Transistor-Transistor-Logik (TTL)-Signal, welches nur über eine Leitung übertragen wird. Im Gegensatz zum RS422-Signal werden folglich weniger Leitungen belegt, dafür aber eine höhere Anfälligkeit gegenüber Störeinflüssen in Kauf genommen.

Zur eigentlichen Kommunikation bietet der Laser Tracker einen TCP/IP-Server an, für den entsprechende Client-Software geschrieben werden kann. Die Kommunikation wird (meinen Erkenntnissen nach) für beliebig viele passive Clients unterstützt, während mehrere aktive Programme, die kurz nacheinander oder gleichzeitig Befehle schicken, den Laser Tracker zum Absturz bringen. Über die Netzwerkschnittstelle wird auch die Messperiode initialisiert, indem ein Start-Befehl verschickt wird. Erst danach darf die sogenannte Start/Stop-Leitung der Triggerschnittstelle aktiviert werden, womit die Messperiode initialisiert ist. Mit der nächsten steigenden Flanke der Clock-Leitung wird die erste Messung ausgelöst und die interne Uhr auf Null gesetzt. Die Messung wird zunächst intern zwischengespeichert und mit einer Frequenz von 3 Hz, gegebenenfalls mit weiteren Messungen, an alle verbundenen Clients übertragen. Entsprechend der maximalen Messfrequenz von 1 kHz des Laser Trackers können die Messpakete bis zu 334 einzelne Messungen beinhalten. Jede Messung ist mit einem Stempel der Laser Tracker-Uhr versehen, welchen ich in dieser Arbeit als Zeitreferenz benutze.

5.3.2 Kamera

Die Kamera bietet eine umfassende API an, welche die eigentliche Kommunikation auf Netzwerkebene bereits vollständig beinhaltet. Datenabfragen, Konfigurationsbe-

fehle und so weiter geschehen auf Basis von Aufrufen entsprechender Methoden und erfordern keinen Zugriff auf die zugrundeliegenden Datenströme. Das Empfangen der Bilder kann entweder auf Anfrage geschehen oder per Callback-Methode. Für diese Implementierung wurde die Callback-Variante gewählt, sodass das Programm informiert wird, sobald Daten vorliegen. Dies ist sinnvoll, da das Programm nicht direkt von der Auslösung einer Messung erfährt. Dem Handbuch zufolge kann die Kamera bei voller Auflösung Bilder mit bis zu 30 Hz aufnehmen, wobei Experimente gezeigt haben, dass selbst bei Raten ab 11 Hz bis 12 Hz bereits Daten verloren gehen, die auch nicht ohne weiteres nachgeliefert werden. Experimente werden deshalb mit maximal 10 Hz durchgeführt, sodass am Ende keine Bilder fehlen. Es wurde bisher kein Algorithmus implementiert, der zuverlässig erkennen kann, welche Bilder fehlen und anhand dessen die entsprechenden Laser Tracker-Messungen entfernt. Prinzipiell wäre dies jedoch möglich, da auch die Kamera einen internen Zeitstempel mitliefert, an dem übersprungene Bilder identifiziert werden können. Fehlende Bilder am Anfang bzw. am Ende der Messreihe lassen sich damit jedoch nicht identifizieren, sodass zunächst zufällig die erste oder letzte Laser Tracker-Messung gelöscht werden und dann anhand der resultierenden und der erwarteten Latenz identifiziert werden muss, ob dies die richtige Entscheidung war. Da die Latenzen üblicherweise im Bereich weniger Millisekunden liegen und der Versatz durch fehlende Bilder am Anfang/Ende selbst bei 30 Hz noch 33,3 ms beträgt, sollte die Identifikation problemlos möglich sein und prinzipiell auch automatisch erfolgen können.

5.4 Funktionsanpassung im Mehrdimensionalen

Um die Daten sinnvoll über Funktionen beschreiben zu können, ist es erforderlich diese an die Messwerte anzupassen. Da wesentlich mehr Messpunkte als unbekannte Variablen vorliegen, müssen die Parameter ermittelt werden, die zu dem kleinsten Gesamtanpassungsfehler aller Messpunkte zur Funktion führen. Die hier verwendete Methodik basiert auf dem Newton-Verfahren, welches im Mehrdimensionalen angewendet wird, um auf Basis von Iterationen Extremwerte, hier Minima, zu bestimmen. Das reine Newton-Verfahren funktioniert nur für bestimmte Gleichungssysteme, sodass zusätzlich die Methode der kleinsten Quadrate (Least-Squares) zur Anwendung kommt.

Das Newton-Verfahren iteriert Nullstellen, indem an einer Stelle x_n eines Graphen die Tangente an die Funktion bestimmt wird. Ihr Schnittpunkt mit der x -Achse ist die neue Stelle, die sich, sofern der Durchlauf konvergiert, immer weiter einer Nullstelle annähert. Mathematisch lässt sich das Verfahren folgendermaßen beschreiben: Gesucht ist die Tangente $t(x) = m * x + b$ an die Funktion $f(x)$ im Punkt $(x_n | f(x_n))$. Eingesetzt in die Tangentengleichung, in der die Steigung m der Ableitung $f'(x_n)$

der Funktion $f(x)$ in der Stelle x_n entspricht, ergibt sich folgende Gleichung:

$$f(x_n) = f'(x_n) * x_n + b \quad (5.1)$$

Durch das Berechnen von b und das Einsetzen in die Tangentengleichung folgt

$$t(x) = f'(x_n) * x + f(x_n) - f'(x_n) * x_n \quad (5.2)$$

Es muss nun $t(x_{n+1}) = 0$ gesetzt werden um die Stelle des nächsten Iterationsschrittes zu ermitteln.

$$t(x_{n+1}) = f'(x_n) * x_{n+1} + f(x_n) - f'(x_n) * x_n \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.3)$$

Aufgelöst nach x_{n+1} folgt

$$x_{n+1} = \frac{f'(x_n) * x_n - f(x_n)}{f'(x_n)} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (5.4)$$

Wird nun $\Delta x = x_{n+1} - x_n$ definiert, ergibt sich

$$\Delta x = -\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (5.5)$$

was sich einfach in ein mehrdimensionales Problem übertragen lässt, indem die Ableitung $f'(x_n)$ durch die Jacobi-Matrix ersetzt wird.

$$\Delta \vec{x} = -\mathbf{J}^{-1} * \vec{f}(\vec{x}) \quad (5.6)$$

Da die Inversion von Matrizen sehr rechenintensiv und teilweise auch numerisch instabil sein kann, wird mit der Matrix \mathbf{J} multipliziert, sodass sich ein lineares Gleichungssystem ergibt, welches gelöst werden muss:

$$\mathbf{J} * \Delta \vec{x} = -\vec{f}(\vec{x}) \quad (5.7)$$

\mathbf{J} und \vec{f} haben dabei m Zeilen, was der Anzahl der vorhandenen Gleichungen und damit der Anzahl der Messpunkte entspricht. Es gibt außerdem n Unbekannte, was der Anzahl der Elemente von \vec{x} und $\Delta \vec{x}$ und der Spalten der Matrix \mathbf{J} entspricht, da diese die partiellen Ableitungen nach allen Variablen enthält.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} f_1(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_1(\vec{x}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_1(\vec{x}) \\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_2(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_2(\vec{x}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_2(\vec{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x_1} f_m(\vec{x}) & \frac{\partial}{\partial x_2} f_m(\vec{x}) & \cdots & \frac{\partial}{\partial x_n} f_m(\vec{x}) \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f_1(\vec{x}) \\ f_2(\vec{x}) \\ \vdots \\ f_m(\vec{x}) \end{pmatrix} \quad (5.8)$$

Zur Anwendung des Gauß-Algorithmus für die Lösung des Gleichungssystems soll die Notation durch die Wahl neuer Bezeichnungen vereinfacht werden. Hierfür wird $\frac{\partial}{\partial x_j} f_i(\vec{x})$ mit $a_{i,j}$ substituiert und $-f_i(\vec{x})$ mit $a_{i,RS}$.

$$\begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,n} \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{1,RS} \\ a_{2,RS} \\ \vdots \\ a_{m,RS} \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

Liegt die Matrix $[\mathbf{J} | -\vec{f}(\vec{x})]$ in der reduzierten Stufenform (RREF) vor, so lassen sich die Schritte $\Delta\vec{x}$ des Iterationszyklus aus der rechten Spalte der Matrix ablesen. Für die Transformation in die RREF ist es jedoch erforderlich, dass gleich viele Unbekannte wie Gleichungen vorliegen, das System also bestimmt ist. Da allerdings wesentlich mehr Messungen als Variablen vorliegen, wird m größer sein als n , was die bereits erwähnte Methode der kleinsten Quadrate erforderlich macht. Zunächst werden die Gleichungen einzeln betrachtet, weshalb für jede Zeile i gilt:

$$\sum_{j=1}^n [a_{i,j} * \Delta x_j] = a_{i,RS} \quad (5.10)$$

mit $i = 1..m$ und $j = 1..n$. Nach der Methode der kleinsten Quadrate wird der Fehler F_i dieser Gleichung folgendermaßen definiert:

$$F_i = \left(\sum_{j=1}^n [a_{i,j} * \Delta x_j] - a_{i,RS} \right)^2 \quad (5.11)$$

Für den Fall, dass die Funktion den gegebenen Messpunkt ideal beschreibt, ist dieser Fehler somit Null und nimmt mit steigendem Abstand quadratisch zu. Die Summe der Fehler F_i über alle m Gleichungen ist der Gesamtfehler, der minimiert werden soll. Zudem werden die Einzelfehler F_i , und damit die zugrunde liegenden Messwerte, mit einem Gewichtungsfaktor w_i multipliziert, der später festgelegt werden kann.

$$F_{ges} = \sum_{i=1}^m \left[\left(\sum_{j=1}^n [a_{i,j} * \Delta x_j] - a_{i,RS} \right)^2 * w_i \right] \quad (5.12)$$

Zur Findung des Minimums wird nun partiell nach den n Variablen abgeleitet, hier mit dem Index k versehen. Nach Anwendung der Summen-, Potenz- und Kettenregel

der Differentialrechnung ergibt sich folgende Gleichung für die partiellen Ableitungen:

$$\frac{\partial F_{ges}}{\partial \Delta x_k} = \sum_{i=1}^m \left[2 * a_{i,k} * \left(\sum_{j=1}^n [a_{i,j} * \Delta x_j] - a_{i,RS} \right) * w_i \right] \quad (5.13)$$

Zur Bestimmung eines Extremwertes muss die Ableitung gleich Null gesetzt werden. Eine Überprüfung, ob es sich bei der Stelle um ein Maximum, ein Minimum oder gegebenenfalls um einen Sattelpunkt handelt, kann entfallen, da es sich um eine quadratische Funktion handelt, die exakt ein Minimum enthält. Im nächsten Schritt wird außerdem die runde Klammer ausmultipliziert und die Summe über i in zwei Teile getrennt.

$$0 = \sum_{i=1}^m \left[2 * a_{i,k} * w_i * \sum_{j=1}^n [a_{i,j} * \Delta x_j] \right] - \sum_{i=1}^m [2 * a_{i,k} * a_{i,RS} * w_i] \quad (5.14)$$

Da es sich bei $2 * a_{i,k} * w_i$ um einen konstanten Faktor für die Summe über j handelt, kann dieser mit in die innere Summe gezogen werden. Im gleichen Schritt werden Produkte mit der Variablen Δx_j („linke Seite“) auch von den unabhängigen Summanden („rechte Seite“) getrennt.

$$\sum_{i=1}^m \left[\sum_{j=1}^n [2 * a_{i,k} * w_i * a_{i,j} * \Delta x_j] \right] = \sum_{i=1}^m [2 * a_{i,k} * a_{i,RS} * w_i] \quad (5.15)$$

Ferner können die verschachtelten Summen nun getauscht und die gesamte Gleichung durch zwei dividiert werden, sodass sich folgendes ergibt:

$$\sum_{j=1}^n \left[\sum_{i=1}^m [a_{i,k} * w_i * a_{i,j} * \Delta x_j] \right] = \sum_{i=1}^m [a_{i,k} * a_{i,RS} * w_i] \quad (5.16)$$

Das Ergebnis lässt sich zurück in die Ausgangsform bringen, wenn die Spalten von \mathbf{J} weiterhin durch Index j und die Zeilen durch den Index k beschrieben werden. Die Summe über j berücksichtigt daher die Spalten der Matrix, die mit dem Vektor $\Delta \vec{x}$ multipliziert werden, während die Summen über i Inhalte der einzelnen Felder sind. Zur übersichtlicheren Darstellung wird die Gleichung $\mathbf{J} * \Delta \vec{x} = -\vec{f}(\vec{x})$ in logische

Einheiten zerlegt:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m a_{i,1} * w_i * a_{i,1} & \sum_{i=1}^m a_{i,1} * w_i * a_{i,2} & \cdots & \sum_{i=1}^m a_{i,1} * w_i * a_{i,n} \\ \sum_{i=1}^m a_{i,2} * w_i * a_{i,1} & \sum_{i=1}^m a_{i,2} * w_i * a_{i,2} & \cdots & \sum_{i=1}^m a_{i,2} * w_i * a_{i,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^m a_{i,n} * w_i * a_{i,1} & \sum_{i=1}^m a_{i,n} * w_i * a_{i,2} & \cdots & \sum_{i=1}^m a_{i,n} * w_i * a_{i,n} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\Delta \vec{x} = \begin{pmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

$$-\vec{f}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m [a_{i,1} * a_{i,RS} * w_i] \\ \sum_{i=1}^m [a_{i,2} * a_{i,RS} * w_i] \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^m [a_{i,n} * a_{i,RS} * w_i] \end{pmatrix} \quad (5.19)$$

Dieses lineare Gleichungssystem ist nun auf n Gleichungen und n Variablen reduziert und somit eindeutig lösbar wenn gilt: $\text{rang}(\mathbf{J}) = \text{rang}([\mathbf{J} \mid -\vec{f}(\vec{x})]) = n$ [5]. Hierfür wird die Matrix $[\mathbf{J} \mid -\vec{f}(\vec{x})]$ mit Hilfe des Gauß-Algorithmus in die reduzierte Stufenform (RREF) gebracht.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Berechnungen sind Grundlage aller nachfolgend beschriebenen Funktionsanpassungen. Lediglich die Ausgangsparameter, insbesondere die Wahl der Funktionsbeschreibung, werden variiert. Aus Platzgründen wird hier darauf verzichtet, die Matrizen wieder in der ursprünglichen Form zu notieren, indem $a_{i,j}$ mit $\frac{\partial}{\partial x_j} f_i(\vec{x})$ bzw. $a_{i,RS}$ mit $-f_i(\vec{x})$ rücksubstituiert wird.

5.5 Mathematische Beschreibung der Messwerte

Die Auswertung der Messungen erfolgt über die Beschreibung selbiger durch mathematische Funktionen. Hierzu wird der Winkel ϕ , den das Pendel zum Zeitpunkt t gegenüber seiner Ruhelage hat, in Form einer Sinusschwingung modelliert. Das

Weg–Zeit–Gesetz für eine harmonische Schwingung lautet nach Hering et al. [4]¹⁶

$$\phi(t) = a * \sin(b * t + c) \quad (5.20)$$

Dabei ist $\phi(t)$ die Auslenkung des Pendels als Funktion der Zeit, a die Amplitude, b die Kreisfrequenz¹⁷ ($2\pi f$) und c die Phasenverschiebung.

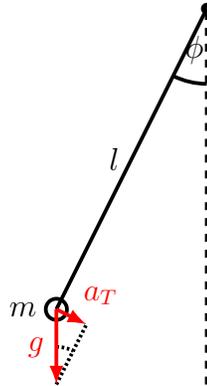


Abbildung 5.1: Skizzierte Darstellung der Beschleunigung eines reibungsfreien Pendels

Diese Funktion basiert auf einer DGL, welche die Winkelbeschleunigung des Pendels in Abhängigkeit der Auslenkung beschreibt. Sie berechnet sich dabei aus dem Quotienten der Tangentialbeschleunigung a_T und der Fadenlänge l . Die Beschleunigung a_T ergibt sich aus dem aktuellen Auslenkungswinkel ϕ und der Gravitationsbeschleunigung g des Reflektors zu $a_T = g * \sin(\phi)$ (siehe Abb. 5.1).

$$\ddot{\phi}(t) = -\frac{a_T}{l} = -\frac{g}{l} * \sin(\phi(t)) \approx -\frac{g}{l} * \phi(t) \quad (5.21)$$

Für kleine Winkel gilt dabei die linearisierte Näherung $\sin(\phi) \approx \phi$, welche das Lösen der DGL ermöglicht und zu Gleichung (5.20) führt. Durch zweimaliges Ableiten der Gleichung und Einsetzen in die DGL lässt sich zeigen, dass die Funktion eine mögliche Lösung ist.

Durch verschiedene Einflüsse kommt es vor, dass dem Winkel ϕ ein konstanter Offset hinzuaddiert werden muss. Dies tritt vor allen Dingen auf, wenn die Koordinatenachsen nicht exakt entlang der Gravitation ausgerichtet sind und soll daher

¹⁶Die Bezeichnungen der Parameter unterscheiden sich von denen der Quelle

¹⁷In der Literatur häufig auch ω genannt

berücksichtigt werden. Gleichung (5.20) wird deshalb mit einem zusätzlichen Summanden d erweitert.

$$\phi(t) = a * \sin(b * t + c) + d \quad (5.22)$$

Die Gleichung gilt bisher für den Fall einer ungedämpften, harmonischen Schwingung. Erste Experimente haben gezeigt, dass dieser Ansatz zwar auch Ergebnisse liefert, die Reibung in den Messungen aber trotzdem deutlich zu sehen ist. Beispiel 1 (siehe Anhang A) zeigt den Einfluss nicht berücksichtigter Reibung auf die Bestimmung der Phasenparameter, der unter realistischen Annahmen mehrere Millisekunden betragen kann.

Als Modell für Reibungsverluste wird die Stokesche Reibung verwendet, welche eine Kraft berücksichtigt, die proportional zur Geschwindigkeit ist und ihr entgegen wirkt (viskose Reibung). Sie gilt für sphärische Objekte, die einer laminaren Strömung ausgesetzt sind und trifft damit näherungsweise auf den Versuchsaufbau des Fadenpendels zu. Die geschwindigkeitsabhängige Kraft ist nach Stokes weiterhin proportional zu der dynamischen Viskosität η des umströmenden Mediums und zum Kugelradius r . Damit ist $F_R = 6\pi\eta r v$ [2]. Die wirkende Beschleunigung durch die Reibung $\ddot{\phi}_R$ berechnet sich damit folgendermaßen:

$$\ddot{\phi}_R = -\frac{a_R}{l} = -\frac{F_R}{m * l} = -\frac{6\pi\eta r}{m * l} * v = -\frac{6\pi\eta r}{m * l} * \dot{\phi} * l = -\frac{6\pi\eta r}{m} * \dot{\phi} \quad (5.23)$$

Dieser Term wird zu Gleichung (5.21) hinzugefügt.

$$\ddot{\phi}(t) \approx -\frac{g}{l} * \phi(t) - \frac{6\pi\eta r}{m} * \dot{\phi} \quad (5.24)$$

Eine Lösung der DGL lautet nach Hering et al. [4]

$$\phi(t) = a * e^{-kt} * \sin(b * t + c) \quad (5.25)$$

mit dem Abklingkoeffizienten k . Auch hier lässt sich der Zusammenhang zwischen DGL und Ergebnis nachträglich überprüfen, indem die Funktion zweifach abgeleitet und dann an den entsprechenden Stellen in die DGL eingesetzt wird. Ebenfalls wird hier anschließend der Parameter d addiert, der den Offset des Ausschlagswinkels beschreibt.

$$\varphi(t) = a * e^{-kt} * \sin(b * t + c) + d \quad (5.26)$$

Diese Funktion wird bestmöglich über die Messwerte vom Laser Tracker bzw. der Kamera gelegt.

5.6 Auswertung der Messungen

In den folgenden Abschnitten wird die Auswertung der Messungen anhand des Programmablaufes beschrieben beschrieben. Eine grobe Ablaufskizze befindet sich in Abb. 5.2 auf der nächsten Seite. Die Datenerfassung beginnt dabei mit der Konfiguration der Sensoren und des Signalgenerators. Sobald alle Geräte bereit sind, werden Triggersignale generiert und die entsprechenden Messungen auf der Festplatte gespeichert. Im Anschluss können diese Daten wieder geladen werden, um die Auswertung durchzuführen. Zunächst werden die Laser Tracker-Daten ausgewertet. Mit Hilfe einer Regression wird eine Ebene angepasst, die die Messpunkte bestmöglich beschreibt. Von allen Messpunkten werden nun die Fußpunkte ermittelt, sodass die vorliegenden Daten tatsächlich in der Ebene liegen. Innerhalb der Ebene wird nun eine Kreisregression durchgeführt, mit deren Hilfe Mittelpunkt und Fadenlänge des Pendels bestimmt werden. Die somit bekannten Größen ermöglichen es, zusammen mit den ermittelten Koordinaten die jeweiligen Ausschlagwinkel des Pendels zu bestimmen. Die Parameter einer Sinuskurve werden nun so angepasst, dass sie die vorliegenden Winkel über der Zeit bestmöglich beschreibt.

Die Auswertung der Kameradaten erfolgt ähnlich. Zunächst werden allerdings die Bilder analysiert um die Pendelposition zu ermitteln. Durch eine Hand-Auge-Kalibration kann die aus den Laser Tracker-Daten ermittelte Pendelebene zudem in das Kamerakoordinatensystem transformiert werden. Die Pendelpositionen der Kamerabilder können somit ebenfalls in diese Ebene projiziert werden. Das weitere Verfahren bis zur Sinusregression ist identisch mit der Auswertung der Laser Tracker-Daten. An dieser Stelle ist es möglich eventuelle Ausreißer zu identifizieren, indem untersucht wird wie stark sich die Beschreibung und die tatsächlichen Messwerte unterscheiden. Gegebenenfalls können hier einige Messungen gestrichen werden, woraufhin die Auswertung erneut durchgeführt werden muss.

Abschließend wird die Phasenverschiebung der beiden Funktionen zueinander ermittelt und somit die Latenz bestimmt. Das hier skizzierte Verfahren wird in den folgenden Abschnitten im Detail erläutert.

5.6.1 Laser Tracker

5.6.1.1 Ebenenregression

Die gemessenen Positionen des Laser Trackers liegen in dreidimensionalen Koordinaten vor, befinden sich jedoch, unter Vernachlässigung von Störeinflüssen, alle in der Pendelebene. Daher wird zunächst eine Regressionsebene gebildet, in der die Pendelbewegung stattfindet. Die Regression erfolgt über die Koordinatendarstellung der

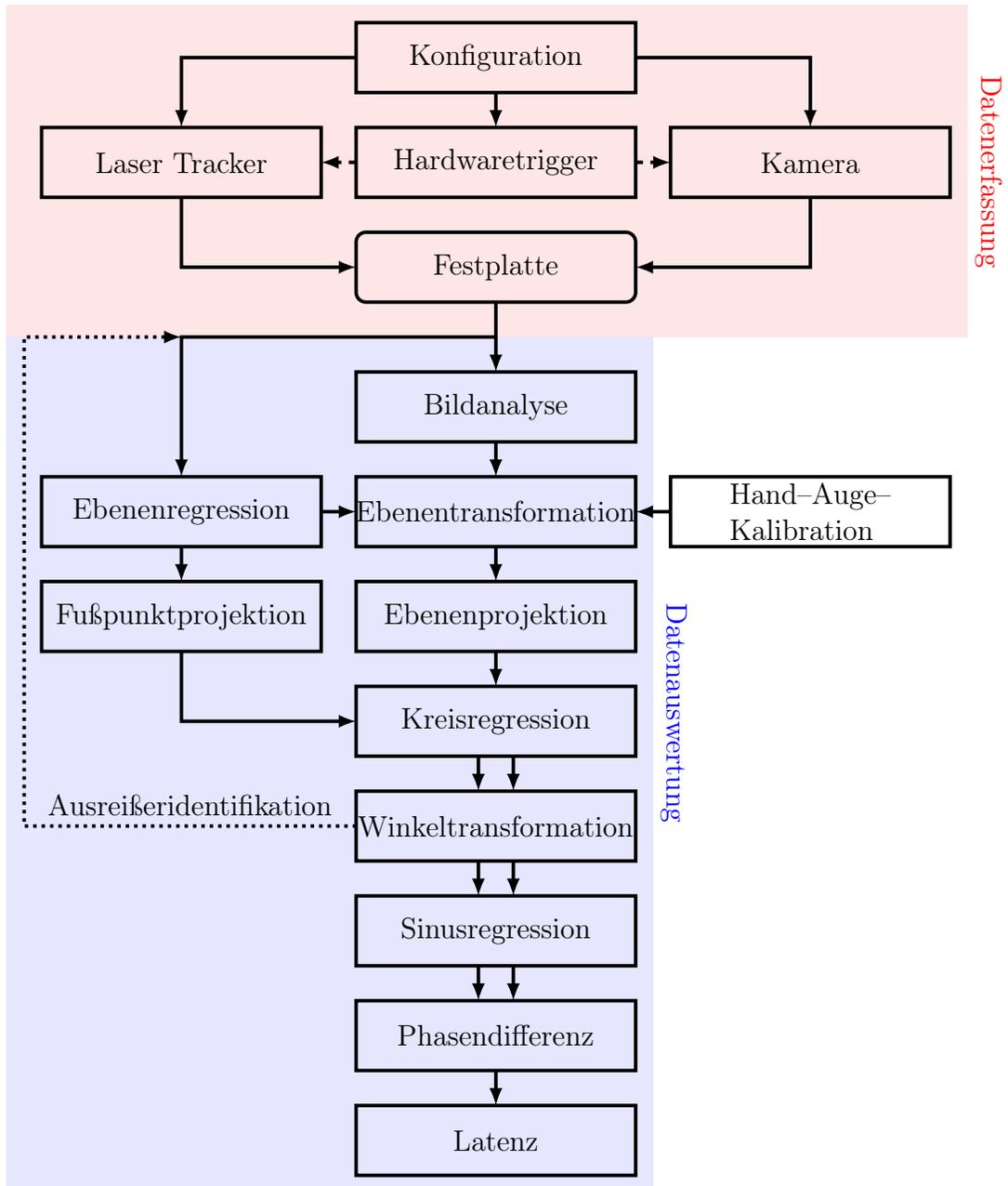


Abbildung 5.2: Schematisches Ablaufdiagramm der Latenzbestimmung

Ebene mit dem senkrecht darauf stehenden Vektor \vec{n} und der Konstanten d , die ein Maß für den Abstand der Ebene zum Ursprung ist. Vektor \vec{x} ist ein Punkt in der Ebene.

$$\vec{n} * \vec{x} = d \quad (5.27)$$

Der Abstand s eines beliebigen Punktes P zur Ebene kann durch die Hessesche Normalform bestimmt werden. Hierzu wird das d auf die andere Seite gebracht und die Gleichung durch den Betrag des Normalenvektors \vec{n} geteilt. Das Ergebnis eines für \vec{x} eingesetzten Punktes ist Null, wenn er auf der Ebene liegt bzw. gibt den Abstand zur Ebene in Längeneinheiten an.

$$s = \frac{\vec{n} * P}{|\vec{n}|} - \frac{d}{|\vec{n}|} = \vec{n}_0 * \vec{P} - d_0 \quad (5.28)$$

Durch das Normieren des Vektors \vec{n} wird das Verfahren jedoch sehr instabil und verletzt oftmals Rechenregeln. Insbesondere wird eine Komponente im Laufe der Iteration häufig imaginär und ruft somit Exceptions hervor. Wird allerdings auf das Normieren verzichtet, so zeigt sich, dass es eine triviale Lösung gibt:

$$s = \vec{n} * \vec{P} - d \quad (5.29)$$

Diese Gleichung ist für beliebige Punkte \vec{P} gleich Null, wenn $\vec{n} = \vec{0}$ und $d = 0$ ist. Es ist sehr wahrscheinlich, dass es sich hierbei um das absolute Minimum handelt, da die realen Messungen praktisch nie komplett in einer Ebene liegen. Der Abstand wird im späteren Verlauf quadriert, sodass auch keine gegenseitigen Vorzeichenauslöschungen auftreten können oder der Abstand negativ werden kann.

Die triviale Lösung kann während der Iteration umgangen werden, indem nicht der komplette Vektor \vec{n} iteriert wird, sondern nur zwei seiner Komponenten. Die dritte Komponente wird auf einen beliebigen Wert ungleich Null festgelegt. Nachteilig zeigt sich hierbei nur die geringere Flexibilität. Soll beispielsweise die n_x -Komponente auf Eins festgelegt werden, während die Ebene ähnlich der xz -Ebene ist, so muss die n_y -Komponente sehr groß werden. Dies führt zu Genauigkeitsverlusten und kann im schlimmsten Fall (x -Achse ist exakt parallel zur Ebene) dazu führen, dass mindestens eine der iterierten Komponenten n_y oder n_z unendlich sein muss, um die Lage der Ebene adäquat zu beschreiben.

Solange jedoch darauf geachtet wird, dass die x -Achse des Laser Trackers deutlich anders liegt als die Pendelebene, funktioniert dieser Ansatz sehr zuverlässig. Mit Hilfe des Verfahrens aus Abschnitt 5.4 wird also folgende Funktion an die dreidimensionalen Laser Tracker-Messungen angepasst.

$$s(n_x, n_y, d) = n_x * P_{i,x} + n_y * P_{i,y} + n_z * P_{i,z} - d \quad (5.30)$$

Dabei werden n_y , n_z und d iteriert, während n_x konstant Eins ist. Nach der erfolgreichen Iteration wird überprüft, in welche Richtung der Vektor zeigt. Zur Vereinheitlichung der Messungen zeigt er immer vom Laser Tracker weg und wird normiert. Zu überprüfen ist dies, indem $\vec{x} * \vec{n}_0$ berechnet wird. Ist das Skalar größer als 0, dann zeigt der Vektor vom Ursprung zur Ebene. Andernfalls muss das Vorzeichen umgekehrt werden.

Für den Übergang zu zweidimensionalen Koordinaten wird das System in die Parameterdarstellung transformiert, wobei die beiden Richtungsvektoren \vec{x}_{2D} und \vec{y}_{2D} senkrecht zueinander stehen und normiert sind. Sie definieren damit das Koordinatensystem innerhalb der Ebene. Vektor \vec{y}_{2D} soll dafür nach „oben“ zeigen, was ungefähr der z -Achse des Laser Trackers entspricht. Vektor \vec{x}_{2D} steht entsprechend senkrecht darauf und auf dem Normalenvektor der Ebene, sodass gelten muss $\vec{y}_{2D} = \vec{x}_{2D} \times \vec{n}_0$. Damit zeigt der Vektor \vec{x}_{2D} der „rechten-Hand-Regel“ zufolge vom Laser Tracker aus gesehen innerhalb der Ebene nach „rechts“.

Zur Festlegung der Richtungsvektoren wird die z -Komponente des \vec{x}_{2D} -Vektors auf Null gesetzt. Diese Komponente zeigt im Laser Tracker-Koordinatensystem entgegen der Gravitation, sodass sich ein Vektor ergibt, der parallel zum Boden liegt. Weitere Bedingungen sind, dass er die Länge 1 haben und skalar multipliziert mit \vec{n}_0 Null ergeben soll.

$$\vec{x}_{2D} = \begin{pmatrix} x_{2D,x} \\ x_{2D,y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.31)$$

$$|\vec{x}_{2D}| = 1 \quad (5.32)$$

$$\vec{x}_{2D} * \vec{n}_0 = 0 \quad (5.33)$$

Gleichung (5.32) wird nach einer Variablen aufgelöst

$$x_{2D,x} = \pm \sqrt{1 - x_{2D,y}^2} \quad (5.34)$$

und in Gleichung (5.33) eingesetzt

$$\pm \sqrt{1 - x_{2D,y}^2} * n_{0,x} + x_{2D,y} * n_{0,y} = 0 \quad (5.35)$$

Die Gleichung quadriert und nach $x_{2D,y}$ aufgelöst ergibt sich

$$x_{2D,y} = \pm \sqrt{\frac{n_{0,x}^2}{n_{0,y}^2 + n_{0,x}^2}} \quad (5.36)$$

Da die Vorzeichen im späteren Verlauf berücksichtigt werden, wird das \pm hier jeweils als positives Vorzeichen angenommen. Vektor \vec{y}_{2D} ergibt sich über das Kreuzprodukt. Da sowohl \vec{y}_{2D} als auch \vec{n}_0 normiert sind, kann davon ausgegangen werden, dass das Ergebnis ein ebenfalls normierter Vektor ist. Abschließend wird überprüft, ob Vektor \vec{y}_{2D} tatsächlich entlang der z -Achse zeigt, indem das Vorzeichen der Komponente positiv ist. Falls dies nicht zutrifft, müssen die Vorzeichen beider Richtungsvektoren umgekehrt werden.

Ein Ortsvektor \vec{o} der Ebene wird anhand der Koordinatendarstellung ermittelt. Da der Ortsvektor ein beliebiger Punkt in der Ebene sein kann, wird auch hier eine sinnvolle und reproduzierbare Auswahl durchgeführt. x - und y -Komponente werden als Mittelwert der maximal bzw. minimal gemessenen Werte festgelegt. Die z -Komponente ist das Minimum der gemessenen Werte, sodass der Ursprung der Ebene ungefähr im Scheitelpunkt der Pendelbewegung liegt. Da der ermittelte Punkt nicht zwangsläufig in der Ebene liegen muss, wird zudem anhand von Gleichung (5.28) der Abstand ermittelt. Der Normalenvektor n_0 wird mit diesem Abstand skaliert und von dem gewählten Punkt abgezogen, sodass sich ein Punkt in der Ebene ergibt. Die Ebene ist damit vollständig in Parameterdarstellung bestimmt und beschreibt ein zweidimensionales Koordinatensystem mit den Achsen x und y .

$$\vec{E} = \vec{o} + x * \vec{x}_{2D} + y * \vec{y}_{2D} \quad (5.37)$$

5.6.1.2 Fußpunktprojektion

Nachdem nun die Ebene bekannt ist, werden alle Laser Tracker-Messungen darauf projiziert und in zweidimensionalen Koordinaten gespeichert. Ein Punkt P hat genau an der Stelle den kürzesten Abstand zu einer Ebene \vec{E} , an der die Verbindung zwischen Punkt und Fußpunkt senkrecht auf der Ebene steht. Es muss daher gelten:

$$(\vec{E} - P) * \vec{x}_{2D} = 0 \quad (5.38)$$

$$(\vec{E} - P) * \vec{y}_{2D} = 0 \quad (5.39)$$

Gleichung (5.38) mit eingesetzter Ebene und ausmultiplizierter Klammer sieht folgendermaßen aus:

$$\vec{o} * \vec{x}_{2D} + x * \vec{x}_{2D}^2 + y * \vec{x}_{2D} * \vec{y}_{2D} - P * \vec{x}_{2D} = 0 \quad (5.40)$$

Dabei entfällt der Term $y * \vec{x}_{2D} * \vec{y}_{2D}$, da die beiden Richtungsvektoren per Definition senkrecht zueinander stehen und das Skalarprodukt damit Null ergibt. Die Gleichung lässt sich folglich einfach nach x auflösen.

$$x = \frac{P * \vec{x}_{2D} - \vec{o} * \vec{x}_{2D}}{\vec{x}_{2D}^2} \quad (5.41)$$

Da die Richtungsvektoren normiert sind, ist \vec{x}_{2D}^2 immer Eins und entfällt damit ebenfalls. Analog zu dieser Lösung lässt sich auch der y -Wert bestimmen.

$$y = \frac{P * \vec{y}_{2D} - \vec{o} * \vec{y}_{2D}}{\vec{y}_{2D}^2} \quad (5.42)$$

5.6.1.3 Kreisregression

Da das Pendel sich innerhalb der Pendelebene auf einem Kreissegment bewegt, wird ein Kreis berechnet, anhand dessen später der Ausschlagwinkel bestimmt werden kann. Der Kreis wird beschrieben als

$$|M - P| = r \quad (5.43)$$

mit dem Mittelpunkt $M = (M_x, M_y)$ des Kreises, einem beliebigen Punkt $P = (P_x, P_y)$, der die Gleichung erfüllen muss, und dem Kreisradius r . Der quadratische Abstand d eines Punktes zum Kreis entspricht also

$$d = \left(\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2} - r \right)^2 \quad (5.44)$$

Diese Funktion wird nach M und r abgeleitet und dann mit Hilfe des in Abschnitt 5.4 beschriebenen Verfahrens, im Speziellen durch die Gleichungen (5.17) bis (5.19), an die gegebenen Messpunkte angepasst. Die dazu verwendeten partiellen Ableitungen von Gleichung (5.44) befinden sich im Anhang B.2.

5.6.1.4 Berechnung des Ausschlagswinkels

Der Winkel, den das Pendel gegenüber der y -Achse hat, berechnet sich aus den bekannten Kreisparametern. Er ergibt sich über den trigonometrischen Zusammenhang der Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes durch den Arkustangens. In diesem Fall ist die Gegenkathete die x -Differenz zwischen gemessener Position und Kreismittelpunkt und die Ankathete die entsprechende y -Differenz.

$$\phi = \arctan \left(\frac{P_x - M_x}{P_y - M_y} \right) \quad (5.45)$$

Dabei sind M_x und M_y die Komponenten des unter Abschnitt 5.6.1.3 iterierten Mittelpunktes und P_x sowie P_y die Komponenten des Messpunktes in der Ebene.

5.6.1.5 Sinusregression

Nachdem nun der Winkel des Pendels zu einem gegebenen Zeitpunkt bekannt ist, muss dieser noch durch eine Funktion beschrieben werden. Verwendet wird hierfür die Sinusfunktion, die bereits in der Einleitung dieses Kapitels hergeleitet wurde (siehe Gleichung (5.26) auf Seite 30). Es wurden unterschiedliche Ansätze untersucht, nach denen der Abstand der Messungen zur Funktion berechnet wird. Sie unterscheiden sich in der Konvergenz, dem Rechenaufwand und in den Ergebnissen.

5.6.1.5 Anpassung nach dem vertikalen Abstand zur Funktion

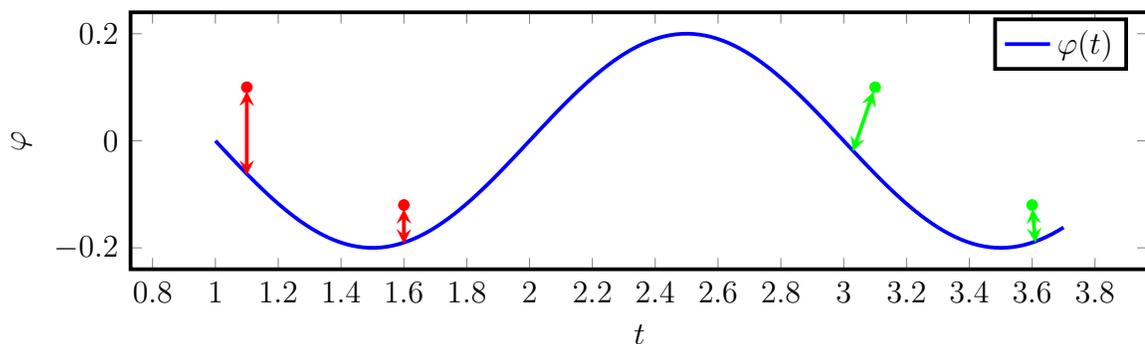


Abbildung 5.3: Visualisierung der Abstandsberechnung zur Sinusregression

Die naheliegenste Variante ist die Bestimmung der Differenz zwischen dem in Gleichung (5.45) berechneten Ausschlagwinkel und dem Funktionswert zur gleichen Zeit. Dabei werden alle auftretenden Fehler dem Messverfahren angelastet, während davon ausgegangen wird, dass der Zeitpunkt der Messung exakt bekannt ist. Abb. 5.3 zeigt in rot den Abstand, wie er nach diesem Verfahren berechnet wird. Die Differenz zwischen den bekannten Winkeln ψ_i und der Funktion φ aus Gleichung (5.26) beträgt damit

$$D = (\varphi(t_i) - \psi_i)^2 \quad (5.46)$$

Über eine fünfdimensionale Iteration lässt sich der Abstand D minimieren. Die entsprechenden Ableitungen befinden sich im Anhang B.3.1 auf Seite VI. Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es relativ stabil läuft und damit den manuellen Aufwand bei der Auswertung von Daten reduziert, sowie die geringe Komplexität, insbesondere in Bezug auf die Rechenleistung¹⁸.

¹⁸Auch wenn bei der eigentlichen Versuchsauswertung die Verarbeitungszeit eine sehr niedrige

5.6.1.5 Anpassung nach dem kleinsten Abstand zur Funktion

Um auch eventuelle Zeitfehler mit zu berücksichtigen, habe ich versucht die Bewertung der Funktion nicht nur in Richtung der y -Achse, sondern auch in x -Richtung und damit der Zeit zu implementieren. Der reale Abstand eines Punktes Ψ_i zur Funktion wird über den Satz des Pythagoras iteriert.

$$D = (\varphi(t_j) - \psi_i)^2 + (t_j - t_i)^2 \quad (5.47)$$

Dabei ist t_j die Stelle der Funktion, an der die geringste Entfernung zum Messpunkt besteht. Prinzipiell wird, wie auch beim vorherigen Ansatz, der Abstand D minimiert. Die Ableitungen stehen im Anhang B.3.3. Der größte Unterschied ist allerdings, dass sie nicht analytisch vorliegen, sondern über eine Sekantensteigung ermittelt werden müssen. Dies liegt daran, dass das t_j in der oben beschriebenen Gleichung für jede Änderung der Parameter a, b, c, d und k und für jeden Punkt Ψ_i neu bestimmt werden muss. Dies ist nicht analytisch möglich, sondern wird ebenfalls iteriert. In Anhang B.3.2 werden die erste und zweite Ableitung nach t_j beschrieben, welche erforderlich sind, um über das eindimensionale Newton-Verfahren das minimale D für die gegebenen Parameter zu bestimmen. Als Startwert wird t_i gewählt.

Dieses Verfahren ist deutlich aufwändiger als das zuerst beschriebene Verfahren und durch die geschachtelten Iterationen instabiler und rechenlastiger. Zudem sind die Ableitungen nicht exakt, sondern nur durch eine Sekantensteigung ermittelt, was zu Ungenauigkeiten durch die Gleitkommaarithmetik führen kann. Zusätzlich ist vorausgesetzt, dass der Messpunkt in der Nähe der Funktion liegen muss, damit das Verfahren zuverlässig den kleinsten Abstand ermitteln kann¹⁹. Andersrum betrachtet müssen also die Parameter der Funktion $\varphi(t)$ schon relativ genau bekannt sein und die Messpunkte dürfen nicht zu stark streuen. Der Erfolg des Verfahrens konnte in Tests signifikant erhöht werden, wenn die Startparameter das Ergebnis der zuerst beschriebenen Variante sind. Dennoch ist die Konvergenz für einige Messläufe nicht gegeben, sodass keine einheitliche Datenauswertung möglich ist.

Abb. 5.3 zeigt in grün den Abstand zwischen Punkten und der Kurve, wie er nach diesem Verfahren bemessen wird. Ein Problem dieses Verfahrens wird schon in dieser Grafik sichtbar: Die eingezeichneten Pfeile sind nur bei entsprechender Skalierung senkrecht auf der Kurve. Mathematisch stellt dies unter Vernachlässigung der Einheiten kein Problem dar, in der Praxis jedoch schon. Da sich kein sinnvoller, konstanter Bezug zwischen der Zeit und einem Winkel herstellen lässt, wird eine

Priorität hat, ist eine lange Wartezeit, gerade während der Entwicklung, sehr nachteilig

¹⁹Hauptsächlich bedingt durch die Wahl des Startpunktes, die andernfalls erheblich schwieriger wäre

Zeiteinheit gleich einem Rad gewichtet. Würde die Funktion aber in Grad vorliegen oder anderweitig skaliert werden, so würden sich die Ergebnisse unter Umständen drastisch unterscheiden. Es wären für eine sinnvolle Nutzung dieses Verfahrens folglich empirische Studien in größerem Umfang erforderlich, von denen ich im Rahmen dieser Masterarbeit abgesehen habe.

5.6.1.5 Anpassung nach dem Abstand der Positionen

Diese Variante transformiert Gleichung (5.26) mit Hilfe der bekannten Kreisparameter in Koordinaten der Laser Tracker-Ebene, wo die Funktion direkt mit den Messungen verglichen wird. Dies führt dazu, dass auch Messfehler in radialer Richtung als Fehler berücksichtigt werden. Das später hinzugezogene Kriterium, nach dem Ausreißer identifiziert werden, basiert ebenfalls auf dem Abstand der Punkte, sodass es sinnvoll ist, diesen Abstand zu minimieren. Insgesamt ist diese Option jedoch etwas weniger konvergent als die Minimierung der Winkelabweichung. Der Abstand berechnet sich aus

$$D = (P_x(t_i) - P_{x,i})^2 + (P_y(t_i) - P_{y,i})^2 \quad (5.48)$$

In der Gleichung sind die Punkte P_i die Messwerte in der Pendelebene, während $P(t_i)$ die aus der Funktion berechneten Positionen zur gleichen Zeit sind. Letztere werden aus der Funktion $\varphi(t)$ und den Kreisparametern ermittelt:

$$P_x(t_i) = M_x + \sin(\varphi(t_i)) * R \quad (5.49)$$

$$P_y(t_i) = M_y - \cos(\varphi(t_i)) * R \quad (5.50)$$

5.6.1.5 Position mit Kreis

Als letzte der in Betracht gezogenen Möglichkeiten lässt sich die vorhergegangene Variante noch erweitern. Hierzu werden die Kreisparameter ebenfalls als Variablen betrachtet, sodass der Gesamtabstand auch durch den Mittelpunkt und Radius des Kreises beeinflusst werden kann. Dadurch, dass die beiden Iterationen nicht mehr einzeln, sondern gekoppelt betrachtet werden, werden die Ergebnisse möglicherweise exakter. Insbesondere lässt sich der Abstand in radialer Richtung in diesem Fall berücksichtigt und kann durch die Kreisparameter beeinflusst werden. Allerdings zeigt sich, dass diese Variante kaum praxistauglich ist, da sie nur unter sehr speziellen Bedingungen überhaupt Ergebnisse liefert. In den anderen Fällen konvergiert das Verfahren nicht innerhalb einer angemessenen Anzahl an Zyklen oder konvergiert in lokale Minima, die meist schon durch simple Plausibilitätsprüfungen als falsch

identifiziert werden können. Teilweise ist die Frequenz dabei ein Vielfaches der erwarteten ≈ 2 Hz oder die Amplitude liegt außerhalb des erwarteten Rahmens. In den meisten Fällen konvergiert die Variante jedoch einfach überhaupt nicht bevor das Abbruchkriterium erreicht wird. In der Praxis würde dies dazu führen, dass entweder viele Versuche verworfen werden müssen, oder teilweise auf andere Methoden (z.B. minimale Winkelabweichung) mit besserer Konvergenz ausgewichen werden muss. Im ersten Fall würde dies einen erheblich höheren Aufwand bedeuten, während die Ergebnisse im zweiten Fall nicht untereinander vergleichbar sind. Damit kommt diese Variante für die letztendlichen Auswertungen nicht in Frage. Die mathematische Behandlung erfolgt gemäß der Minimierung der Positionsdifferenzen aus dem vorherigen Abschnitt, lediglich erweitert durch die Ableitungen der Funktion nach den Kreisparametern.

5.6.2 Kamera

Die Messungen der Kamera liegen ausschließlich als Bilddaten vor, welche daher anders bearbeitet werden müssen als die des Laser Trackers. Da der Reflektor sehr viel Licht reflektiert und der Hintergrund schwarz und schwach beleuchtet ist, ist die Reflektorposition (in Pixeln) sehr einfach zu ermitteln. Verwendet wird hierfür die bereits fertige Klasse „SimpleBlobDetector“ aus der OpenCV-Bibliothek. Sie durchsucht das Bild nach markanten Punkten und kann die Ergebnisse dabei bereits filtern. In diesem Fall werden nur weiße Stellen mit einer Mindestgröße von 50 Pixeln und einer Rundheit (circularity) von mindestens 0,7 berücksichtigt²⁰. Die Rundheit errechnet sich der OpenCV-Dokumentation[3] zufolge aus dem Flächeninhalt A und dem Umfang U , sodass ein perfekter Kreis eine Rundheit r von Eins aufweist, während sie bei zunehmend deformierten Kreisen durch den steigenden Umfang bei gleichbleibender Fläche gegen Null strebt.

$$r = \frac{4\pi * A}{U^2} \quad (5.51)$$

Die ermittelten Koordinaten der Mittelpunkte der markanten Flächen sind als Gleitkommawerte verfügbar und werden auch mit Subpixelauflösung bestimmt. Abschätzungen zur Genauigkeit liegen nicht vor.

Prinzipiell lässt sich anhand dieser Daten bereits ein Kreis (in Pixelkoordinaten) berechnen, auf dessen Basis der Ausschlagwinkel des Pendels ermittelt werden kann um analog zum Verfahren mit dem Laser Tracker die Schwingungsgleichung zu beschreiben. Da allerdings die Ausrichtung der Kamera zur Pendelebene nicht optimal

²⁰Dies sind die Werte, die für den Großteil der Messläufe verwendet werden. Abhängig von der Belichtungsdauer sind Anpassungen erforderlich

sein muss, können leichte Verzerrungen des Bildes auftreten, die die Funktionsanpassung verschlechtern. Daher habe ich die im folgenden Abschnitt beschriebene Hand–Auge–Kalibration verwendet um die Pixelkoordinaten in die Pendelebene zu überführen.

5.6.2.1 Hand–Auge–Kalibration

Bei der Hand–Auge–Kalibration werden sowohl die intrinsischen, als auch die extrinsischen Kameraparameter bestimmt. Sie dienen dazu einen Zusammenhang zwischen dem Kamerakoordinatensystem und dem Laser Tracker herzustellen. Dabei beinhalten die intrinsischen Parameter die Verzerrparameter der Kameraoptik, die Pixelgröße, die Hauptpunktverschiebung²¹ und die Brennweite. Die extrinsischen Parameter beschreiben die Lage der Kamera gegenüber eines Referenzsystems, in diesem Fall dem T–Mac. Die Kalibration erfolgt mit Hilfe der Software DLR Calibration Detection Toolbox (CalDe) und DLR Calibration Laboratory (CalLab). Zu diesem Zweck werden mit der Kamera und dem fest damit verbundenen T–Mac Bilder von einem nicht bewegten Kalibrationsschachbrett²² gemacht. Zu jedem Kamerabild wird an der gleichen Position zusätzlich eine T–Mac–Messung durchgeführt.

Die Bilddaten und Positionsmessungen werden an CalDe übergeben, welches zunächst in jedem Bild den Ursprung des Schachbrettes identifiziert und nachfolgend alle sichtbaren Eckpunkte auf dem Schachbrett ermittelt. Da die Eckpunkte gerade in Randbereichen teilweise nicht richtig gefunden werden, kann der Benutzer diese vor dem Speichern manuell entfernen oder korrigieren. Die bestimmten Punkte werden zusammen mit den T–Mac–Messungen in Dateien gespeichert, die danach von CalLab eingelesen werden können. CalLab bestimmt aus den gegebenen Eckpunkten zunächst die intrinsischen Parameter und zu jedem Bild die Lage der Kamera im Schachbrettkoordinatensystem. Da nun in mehreren Messpunkten die Lage der Kamera in zwei verschiedenen, aber zueinander fixen, Koordinatensystemen bekannt ist, lässt sich die Transformationsmatrix zwischen Kamera und T–Mac ermitteln, welche ebenfalls von dem Programm ausgegeben wird.

²¹Die Hauptpunktverschiebung beschreibt den Versatz der optischen Achse, die aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten nicht exakt durch die Mitte des Kamerachips läuft

²²Wie schon in Abb. 4.3 auf Seite 20 dargestellt, handelt es sich dabei um ein Schachbrett, das in der Mitte mit Markern versehen ist, die den Ursprung des Schachbrett–Koordinatensystems beschreiben. Die Abstände der Eckpunkte der einzelnen Kacheln zum Ursprung sind sehr genau bekannt

5.6.2.2 Ebenentransformation

Mit Hilfe der aus dem letzten Abschnitt ermittelten Transformationsmatrix \mathbf{T}_{HA} lässt sich die Pendelebene bei einer bekannten Position des T-Macs im Laser Tracker-KS nun in das Kamerakoordinatensystem übertragen. Hierzu werden aus den vorliegenden Werten je eine Translationsmatrix \mathbf{T} und eine Rotationsmatrix \mathbf{R} erstellt.

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x \\ 0 & 1 & 0 & -y \\ 0 & 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.52)$$

Dabei sind x , y und z die Komponenten der T-Mac-Position. Aufgrund der Transformationsrichtung vom Laser Tracker zum T-Mac müssen diese mit umgekehrtem Vorzeichen eingerechnet werden. Die Rotationsmatrix berechnet sich aus dem gegebenen Quaternion Q der Form $Q = -q_0 + q_1 * i + q_2 * j + q_3 * k$, wobei die Komponente q_0 negiert wurde, um ebenfalls die Richtung umzukehren²³.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2 * (q_1 * q_2 - q_0 * q_3) & 2 * (q_0 * q_2 + q_1 * q_3) & 0 \\ 2 * (q_0 * q_3 + q_1 * q_2) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2 * (q_2 * q_3 - q_0 * q_1) & 0 \\ 2 * (q_1 * q_3 - q_0 * q_2) & 2 * (q_0 * q_1 + q_2 * q_3) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.53)$$

Ein beliebiger Punkt P_{LT} im Laser Tracker-Koordinatensystem lässt sich nun mit Hilfe dieser Matrizen in das Kamerakoordinatensystem umrechnen.

$$P_{TMac} = \mathbf{R} * \mathbf{T} * P_{LT} \quad (5.54)$$

$$P_{Kamera} = \mathbf{T}_{HA} * P_{TMac} \quad (5.55)$$

$$P_{Kamera} = \mathbf{T}_{HA} * \mathbf{R} * \mathbf{T} * P_{LT} \quad (5.56)$$

Der Ursprung, wie auch die Richtungsvektoren (letztere dürfen allerdings nur rotiert werden), der Pendelebene werden mit Hilfe dieser Transformationen in das Kamerakoordinatensystem übertragen.

5.6.2.3 Ebenenprojektion

Nachdem nun die Pendelebene im Kamerakoordinatensystem bekannt ist, werden die Pixelwerte der erkannten Reflektorpositionen aus dem Bild in die Ebene projiziert. Dies basiert auf der Schnittpunktberechnung zwischen einer Geraden $g : \vec{x} = \vec{s} + \mu * \vec{r}$

²³https://de.wikipedia.org/wiki/Quaternion#Bezug_zu_orthogonalen_Matrizen

und der Pendelebene \vec{E} aus Gleichung (5.37). Stützvektor \vec{s} aller Geraden ist der Brennpunkt, der sich durch die intrinsischen Kameraparameter aus der Hauptpunktverschiebung und der Brennweite ergibt. Anhand der ebenfalls bekannten Pixelgröße lässt sich dieser Punkt in Millimeter umrechnen. Der Richtungsvektor \vec{r} zeigt von dort auf die erkannten Pixelkoordinaten, welche ebenso in Millimeter umgerechnet werden. In Abb. 5.4 sind die auf die Ebene projizierten Koordinaten von fünf beispiel-

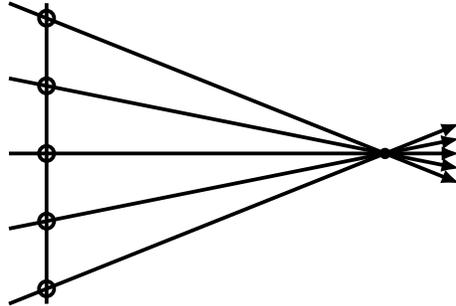


Abbildung 5.4: Ebenenprojektion

haft ausgewählten Punkten eingekreist. Die Schnittpunktberechnung erfolgt durch Gleichsetzen von \vec{E} und $g : \vec{x}$ und ergibt ein lineares Gleichungssystem mit drei Gleichungen und drei Variablen. Transformiert in die RREF ergeben sich die Werte der Laufvariablen x und y der Ebene sowie die Variable μ der Geraden. x und y sind dabei die gesuchten Koordinaten in der Pendelebene.

5.6.2.4 Weitere Verarbeitungsschritte

Mit den nun durchgeführten Berechnungen liegen die Kameradaten in der gleichen Form vor, wie die Laser Tracker-Messungen vor Abschnitt 5.6.1.3 (Kreisregression). Es kann deshalb mit der gleichen Methodik fortgefahren werden, die dort bereits angewendet wurde, sodass auch die Kameradaten letztendlich durch eine Sinusfunktion beschrieben werden.

5.6.3 Ausreißerbehandlung

Nachdem nun die Messungen beider Sensoren in Form einer mathematischen Beschreibung vorliegen, führe ich eine grobe Ausreißerererkennung durch. Zunächst errechne ich dafür zu jedem Messzeitpunkt t_i anhand der Schwingungsgleichung den theoretischen Ausschlagwinkel $\varphi(t_i)$ und daraus die entsprechende Pendelposition $P(\varphi(t_i))$. Sie ergibt sich aus den Gleichungen (5.49) und (5.50) auf Seite 39. Über

den Satz des Pythagoras lässt sich nun der Abstand zwischen der errechneten Pendelposition und der gemessenen Position P_i bestimmen. Um nur Messungen zu filtern, die auch im globalen Vergleich schlecht passen, habe ich eine feste Grenze definiert, anhand derer die Ausreißer identifiziert werden. Ich habe sie anhand der vorliegenden Datensätze so festgelegt, dass höchstens 1/3 der Messwerte ausgefiltert werden. Die Grenze habe ich so gewählt, da jede Messreihe aus mindestens 75 Messpunkten besteht und sich die Ergebnisse bei weniger als 50 Messungen immer stärker auch lokal unterscheiden²⁴. Der maximale Abstand beträgt gemäß der Auswertungen der Experimente somit 1 mm. Da hier viele unterschiedliche Messungen verglichen werden müssen, habe ich darauf verzichtet jeden Datensatz einzeln auf Ausreißer zu untersuchen (und damit dynamische Grenzen zu verwenden).

Sofern an dieser Stelle Ausreißer identifiziert wurden, wird die Datenmenge um diese Werte reduziert und alle Schritte ab Abschnitt 5.6.1.1 (Ebenenregression) wiederholt. Je nach Datensatz kann es vorkommen, dass diese Schleife auch mehr als einmal wiederholt wird. Sobald nach einem Durchlauf keine weiteren Ausreißer identifiziert wurden, ist die eigentliche Bearbeitung der Daten abgeschlossen. Im nächsten Schritt wird lediglich noch die Latenz aus den ermittelten Funktionsparametern bestimmt.

5.6.4 Latenzbestimmung

Die Phasenverschiebung zweier harmonischer Schwingungen kann prinzipiell nur dann exakt bestimmt werden, wenn sie die gleiche Frequenz haben. In der Realität hat sich jedoch gezeigt, dass dies bei der Auswertung der Versuche nicht perfekt zutrifft und von Fall zu Fall auch zu signifikanten Fehlern führen kann. Insbesondere bei den ersten Ansätzen der Funktionsanpassungen gab es Unterschiede von teilweise mehr als 0,01 % zwischen der ermittelten Frequenz der Schwingung vom Laser Tracker und von der Kamera.

Der naheliegendste Ansatz für die Bestimmung der Latenz behandelt den Zusammenhang der Phasenparameter (c) der beiden Schwingungen. Geht man von Schwingungen gleicher Frequenz aus, so lässt sich die Latenz daraus durch einfache Termumformungen bestimmen. Für die Betrachtung der Frequenz und Phase, welche Basis für die Bestimmung der Latenz sind, spielen weder die Amplitude a , noch die Dämpfung k oder der Offset d eine Rolle, weshalb die Betrachtung auf den Teil

²⁴Es kann einen großen Unterschied machen, ob ich die ersten 40 Werte einer längeren Messreihe untersuche oder die Messungen 41 bis 80

$\sin(b*t+c)$ aus Gleichung (5.26) beschränkt werden kann.

$$\alpha(t) = \sin(b * t + c + \Delta c) = \sin \left(b * \left(t + \frac{\Delta c}{b} \right) + c \right) \quad (5.57)$$

Die zeitliche Verschiebung Δt zwischen zwei Sinusfunktionen, berechnet sich also aus dem Quotienten der Phasendifferenz Δc und der Kreisfrequenz b . Bei unterschiedlichen Kreisfrequenzen stellt sich jedoch die Frage, welche für die Berechnung zu verwenden ist. Für die ersten Ansätze hat sich das arithmetische Mittel als hinreichend erwiesen, da in der Bestimmung der Latenz kaum Unterschiede zwischen der Verwendung von b_{max} , b_{min} und b_{mean} ergaben. Mit (zeitlich) länger werdenden Testreihen und detaillierteren Untersuchungen werden die Unterschiede jedoch immer größer, sodass dieses Verfahren ersetzt werden musste. Grund für die größer werdenden Fehler ist die Tatsache, dass die Verschiebung der beiden Funktionen zum Zeitpunkt „Null“ als Ausgangspunkt dient. Beispiel 2 auf Seite II betrachtet diese Problematik, aus der der Unterschied der bestimmten Phasenverschiebung an unterschiedlichen Zeitpunkten schon bei Messperioden ab 10s mehrere Millisekunden betragen kann. Insbesondere bei der Betrachtung von Teilmessreihen, die nicht zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnen, kann dieses Verfahren daher nicht angewandt werden.

Zur Umgehung dieses Problems suche ich von der Funktion $\sin(b*t+c)$ der Laser Tracker-Messungen die Nullstelle, die dem Mittelwert der Anfangs- und Endzeit der Messreihe am nächsten ist. Eine Nullstelle liegt innerhalb der Sinusfunktion immer dann vor, wenn der innere Term ein ganzzahliges Vielfaches n von π ist. In den folgenden Gleichungen ist der Parameter t zunächst der bereits erwähnte Mittelwert.

$$\sin(b * t + c) \stackrel{!}{=} 0 \quad (5.58)$$

$$b * t + c = n * \pi \quad (5.59)$$

$$n = \frac{b * t + c}{\pi} \quad (5.60)$$

Der Wert n wird nun auf eine natürliche Zahl gerundet, womit sich der Zeitpunkt der nächstliegenden Nullstelle ermitteln lässt.

$$t = \frac{\pi * n - c}{b} \quad (5.61)$$

Ausgehend von dem nun bekannten Zeitpunkt des Nulldurchganges vom Laser Tracker wird die gleiche Berechnung auch für die Kamera durchgeführt. Der Startwert für t ist dabei allerdings der zuvor berechnete Zeitpunkt. Die Latenz ergibt sich durch Subtraktion der beiden berechneten Zeiten voneinander. Dieses Verfahren funktioniert für Latenzen, die kleiner als eine viertel Periode sind, da sonst möglicherweise

falsche Nulldurchgänge verglichen werden. Bei einer angenommenen Periodendauer von 2s entspricht dies einer Latenz von maximal 500ms, die mit dieser Methode sinnvoll ermittelt werden kann.

5.7 Manipulation der Zeitstempel

Unabhängig von den vorhergehenden Berechnungen habe ich zudem eine Methodik implementiert, die es ermöglicht den Zeitstempel von Messungen so zu manipulieren, dass sie perfekt auf eine Funktionsbeschreibung passen. Dies findet bei den später vorgestellten statischen Tests (Abschnitt 7.4) Anwendung, zu denen keine Messzeitpunkte vorliegen.

Zunächst wird für diese Methodik eine Kreisregression über die Laser Tracker-Messungen durchgeführt und darauf basierend die gemessenen Pendelpositionen in Winkelangaben ψ_i überführt. Für die gegebenen Parameter a , b , c , d und k werden aus Gleichung (5.26) die Zeitpunkte t iteriert, zu denen die Gleichung erfüllt ist. Da der Zeitpunkt sowohl in der Sinusfunktion, als auch im Exponenten der e -Funktion vorkommt, gibt es keine analytische Lösung. Iteriert wird, indem die Gleichung nach einem t aufgelöst wird, in diesem Fall nach dem in der Sinusfunktion.

$$t_{i+1} = \left(\arcsin \left(\frac{\psi - d}{a * e^{-k*t_i}} \right) - c \right) * \frac{1}{b} \quad (5.62)$$

Durch mehrmaliges Einsetzen nähert sich dieser Wert immer mehr dem Zeitpunkt an, zu dem die Funktion den entsprechenden Wert ψ hat. Berücksichtigt werden in dieser Form durch den Arkussinus allerdings nur Ergebnisse, die auf der Zeitachse plusminus einer viertel Periode um den Ursprung liegen. Die Funktion muss daher um einen Offset O versehen werden um weitere Ergebnisse zu erhalten.

$$t_{i+1} = \left(\arcsin \left(\frac{\psi - d}{a * e^{-k*t_i}} \right) + O - c \right) * \frac{1}{b} \quad (5.63)$$

O ist dabei ein ganzzahliges vielfaches von 2π . Zudem muss für den Arkussinus eine Fallunterscheidung gewählt werden um eine volle Periode abzudecken. Zu jedem Ergebnis von $\arcsin(z)$ existiert demnach ein Ergebnis $\pi - \arcsin(z)$, welches ebenfalls berücksichtigt werden muss. In der Umsetzung lässt sich anhand von z untersuchen, ob zu dem angenommenen Zeitpunkt überhaupt eine Lösung möglich ist, da der Arkussinus nur für Werte von -1 bis 1 definiert ist. Mittels einer Schleife, in der die Fallunterscheidung beachtet und der Offset verändert wird, lassen sich beliebig viele Zeitpunkte²⁵ ermitteln, zu denen der entsprechende Ausschlagwinkel erreicht wird.

²⁵Durch die berücksichtigte Reibung wird die Amplitude immer kleiner, womit zu späteren Zeitpunkten nur für kleinere Ausschlagwinkel Lösungen bestehen als anfangs

Die Messperiode wird zeitlich in Bereiche aufgeteilt, die mit einem Zähler versehen sind. Jede Messung wird nun (entsprechend der berechneten Zeitpunkte) in dem Bereich platziert, der die bis dahin wenigsten Messungen beinhaltet um eine möglichst gleichmäßige Verteilung über die gesamte Messperiode zu erreichen.

6 Entwicklungsverlauf und Problembehandlung

In diesem Kapitel soll der Verlauf der Entwicklung beschrieben werden. Das in dem vorherigen Kapitel beschriebene Verfahren ist das Resultat kontinuierlicher Anpassungen an neue Erkenntnisse. Viele Experimente, aber auch die endgültige Form der Funktionsbeschreibung sind Basis dieser Überlegungen und dienen der Fehleridentifikation bzw. der exakteren Beschreibung der Messwerte. Dieses Kapitel stellt daher die im Vergleich zum Ausgangszustand vorgenommenen Verbesserungen vor und begründet die Notwendigkeit verschiedener Testmethoden. Die Ergebnisse werden, sofern sie auf den eigentlichen Experimenten basieren, in Abschnitt 7 im Detail vorgestellt.

6.1 Nicht-ideales Pendel

Bei nahezu jeder Beschreibung von realen Vorgängen müssen Kompromisse eingegangen werden. So sind auch die verwendeten Pendel nicht ideal durch die gewählten Funktionen abgebildet. Zunächst betrifft dies grundlegende Annahmen, die bei der Herleitung der Schwingungsgleichung gemacht werden müssen. Das Pendel wird durch einen unendlich kleinen Massepunkt beschrieben, der über einen masse- und reibungsfreien Faden mit einer reibungsfreien Aufhängung verbunden ist. Insbesondere das Stabpendel hat aber keinen einzelnen Massepunkt, sondern eine Masseverteilung, die vom Reflektor bis zur Aufhängung relativ homogen ist. Weiterhin führt die Mechanik der Pendel zu Ungenauigkeiten, da unter anderem die Dehnsteifigkeit EA des Fadens und die Biegesteifigkeit EI des Stabes nicht unendlich sind und das Pendel sich daher nicht exakt auf einem Kreis bewegt.

Die Auswirkung dieser Ungenauigkeiten auf die Funktionsbeschreibung wird experimentell analysiert, indem statische Tests durchgeführt werden. Zu diesem Zweck wurde das Stabpendel konstruiert, welches es ermöglicht das Pendel mit einem Faden in einer bestimmten Auslenkung zu fixieren. Nach diesem Prinzip werden Messreihen aufgenommen, bei der zwar zunächst kein verwertbarer Messzeitpunkt verfügbar ist, dafür aber sichergestellt ist, dass Kamera und Laser Tracker den exakt gleichen Zustand aufgenommen haben. Nach der Datenerfassung werden die Zeitpunkte so manipuliert, dass die Laser Tracker-Messungen optimal in die Funktionsbeschreibung passen. Die Auswertung dieser Daten sollte im Idealfall keine Latenz ergeben (Abschnitt 7.4).

6.2 Reibung

In der Publikation von Steed [9] wurden die gemessenen Ausschlagswinkel normiert und offsetbereinigt²⁶, sodass die Parameter a und d der Schwingungsfunktion $\varphi(t)$ entfallen können. Die Dämpfung des Pendels wurde überhaupt nicht berücksichtigt. Daher wurde auch bei der Forschung an dieser Arbeit zunächst darauf verzichtet (siehe Gleichung (5.22)), wobei eine leichte Reibung erkennbar ist. Mit der Hinzunahme des Stabpendels und längeren Testläufen wurde die Reibung jedoch größer, sodass sie in grafischen Darstellungen deutlich sichtbar wurde. Daher wurde nach Beispiel 1 untersucht und bestätigt, dass die Nichtberücksichtigung unter Umständen Auswirkungen auf das Ergebnis haben kann. Entsprechend wurde der Dämpfungsterm e^{-kt} eingefügt, zunächst mit konstantem Dämpfungsfaktor k . Die manuelle Bestimmung erwies sich jedoch als langwierig, da mit jeder neuen Annahme ein Versuch komplett neu ausgewertet werden muss, sodass später auch das k als fünfte Variable mit in die Iteration aufgenommen wurde. Eine Verschlechterung der Konvergenz ließ sich dadurch nicht feststellen.

Wie schon im letzten Abschnitt dokumentiert, ist eine Beschreibung der Realität meist nur ein Kompromiss. Für das Fadenpendel funktioniert die Reibungsannahme relativ gut, da die hauptsächliche Reibung durch den kugelförmigen Reflektor hervorgerufen wird. Er hat mit 2 cm Durchmesser eine Querschnittsfläche von 314,16 mm², während der Faden vernachlässigbar klein ist. Im Gegensatz dazu bildet der Stab mit 8 mm Durchmesser und gut 1 m Länge eine Fläche von 8000 mm², die offensichtlich einen signifikanten Einfluss hat. Die Reibung gilt allerdings nur für kleine Flächen am Ende des Pendels, da in Gleichung (5.23) die Geschwindigkeit v des Pendels aus $\dot{\phi} * l$ berechnet wird. Tatsächlich ist die Geschwindigkeit des Stabes aber durch die Rotation lokal sehr unterschiedlich, was in der Modellierung nicht berücksichtigt ist.

6.3 Amplitude der Schwingung

Die Lösung der zugrundeliegenden Differentialgleichungen gilt nur für „kleine“ Schwingungen (vgl. Seite 29), was Abhängig von der gewünschten Genauigkeit 5° bis 10° Amplitude nicht überschreiten sollte²⁷. Dem entgegen wirkt allerdings, dass der Aufhängungspunkt des Pendels und die Fadenlänge bestimmt werden müssen. Für die exakte Bestimmung eines Kreises ist es demnach sinnvoller möglichst große Schwin-

²⁶Die Ausschlagswinkel der modifizierten Messwerte liegen also zwischen -1 und +1. Damit ist $a = 1$ und $d = 0$

²⁷Es muss gelten $\sin(\varphi) \approx \varphi$. Bei 5° liegt ein Unterschied von 0,13 % vor, bei 10° schon 0,51 %

gungsamplituden²⁸ vorzuziehen. Entsprechende Experimente zum Vergleich der Messergebnisse bei unterschiedlichen Amplituden befinden sich in Abschnitt 7.6.

Ein weiteres Problem bei der Betrachtung der Schwingungen sind Limitierungen des Laser Trackers bezüglich Geschwindigkeit und Beschleunigung des Reflektors. Laut Datenblatt [8] liegen diese bei 4 m/s in lateraler und 6 m/s in radialer Richtung. Die Beschleunigung darf 19,62 m/s² in lateraler Richtung nicht überschreiten, während sie radial keinen Beschränkungen unterliegt. Da die Dämpfung die Geschwindigkeit und Beschleunigung reduziert und für die Betrachtung der Maximalwerte daher nicht relevant ist, wird die ungedämpfte Schwingungsgleichung (5.22) als Ausgangsfunktion genutzt.

$$\phi(t) = a * \sin(b * t + c) + d \quad (6.1)$$

$$\phi'(t) = a * b * \cos(b * t + c) \quad (6.2)$$

$$\phi''(t) = -a * b^2 * \sin(b * t + c) \quad (6.3)$$

Die maximalen Werte ergeben sich wenn der Betrag des Sinus/Kosinus 1 ist. Die größte Winkelgeschwindigkeit ϕ'_{max} ist daher $a * b$ und die größte Winkelbeschleunigung ϕ''_{max} ist $a * b^2$. Entsprechend der Versuche sind $a = 0,4$ rad und $b = 3,2$ Hz realistische Werte am oberen Ende der Skala. Zudem kann von einer Fadlänge kleiner als $l = 1,2$ m ausgegangen werden.

$$a * b = 1,28 \text{ rad/s} \quad \rightarrow v_{max} = 1,536 \text{ m/s} \quad (6.4)$$

$$a * b^2 = 4,096 \text{ rad/s}^2 \quad \rightarrow a_{max} = 4,9152 \text{ m/s}^2 \quad (6.5)$$

Der Laser Tracker ist damit uneingeschränkt in der Lage den Reflektor unabhängig der Richtung (lateral/radial) zu verfolgen.

6.4 Beleuchtungssituation

Da das Zentrum der Lichtreflexion auf dem Reflektor in die Pendelebene projiziert wird, sollte die Lichtquelle punktförmig sein und sich im Brennpunkt der Kameraoptik befinden. In der Realität ist dies nicht der Fall, da der verwendete Baustrahler nicht punktförmig ist und deutlich neben der Kamera platziert werden muss. Da die eigentliche Beleuchtungseinheit des Labors zwar einer punktförmigen Lichtquelle näher kommt, dafür allerdings auch deutlich unhandlicher ist, ist sie nicht besser geeignet. Steed [9] hatte dieses Problem in seiner Ausarbeitung nicht, da er ausschließlich aktive Lichtpunkte verwendet hat (Monitor bzw. LED). Eine LED oder ähnliches am

²⁸Für diesen Fall wäre es am sinnvollsten, wenn alle Messpunkte gleichverteilt über einen kompletten Kreis liegen

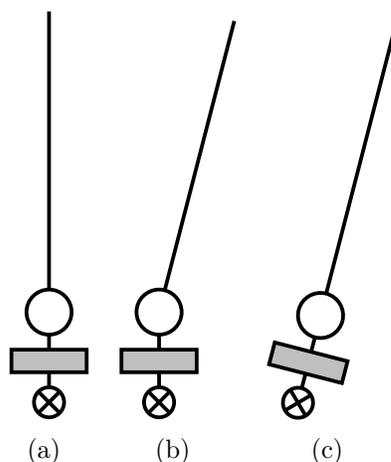


Abbildung 6.1: Reflektor mit Batterie und LED für eine aktive Beleuchtung

Reflektor hätte allerdings zur Folge gehabt, dass der Massepunkt des Pendels immer ungenauer wird. Außerdem würde die Reibung steigen und möglicherweise könnten sogar zusätzliche Schwingungen auftreten, wie in Abb. 6.1(b) und (c) dargestellt. Aus diesen Gründen wurde auf eine aktive Beleuchtung verzichtet und die entstehenden Fehler durch die Konfiguration der Beleuchtung analysiert (Abschnitt 7.2).

Die Leuchtquelle durch den Halogenstrahler hat eine etwas undefinierte Form, die sich am besten als rechteckig beschreiben lässt. Dies hat hauptsächlich zur Folge, dass der reflektierte Lichtpunkt auf dem Reflektor nicht perfekt rund, sondern minimal²⁹ oval ist. Da das Zentrum des Lichtpunktes ermittelt wird, ist der Einfluss vermutlich relativ klein. Auch wenn er nicht einzeln nachweisbar ist, wird er in der Toleranzberechnung durch die Experimente berücksichtigt.

Ein weiterer Fehler, der sich auch durch Überlegungen zeigen lässt, ist die Platzierung des Scheinwerfers. Er steht im Versuchsaufbau so nah wie möglich neben der Kamera. Die äußere Dimension des Reflektors ist $12\text{ cm} \times 16\text{ cm}$ und er hat einen Abstand von etwa 5 cm zur optischen Achse der Kamera. Wird der Scheinwerfer als Punktquelle im Zentrum angenommen, so ergibt sich Abb. 6.2. Wichtig sind dabei die blauen Linien, welche entsprechend von der Kamera aufgenommen werden. Die roten Linien sind die Lichtstrahlen, wie sie von einer punktförmigen Lichtquelle aus die Reflektoren 1-3 bescheinen. Die Lichtquelle ist gemäß der vorher genannten Bedingungen 13 cm ³⁰ von der Kamera entfernt. Die Pendelebene liegt 50 cm vor der Kamera und die Reflektorpositionen sind jeweils 30 cm voneinander entfernt. Die

²⁹Eine Deformation ist vorhanden, jedoch nur bei genauerer Betrachtung zu erkennen

³⁰ 5 cm Abstand zwischen Lampe und Kamera zuzüglich der halben Kameradimension von $16/2\text{ cm}$

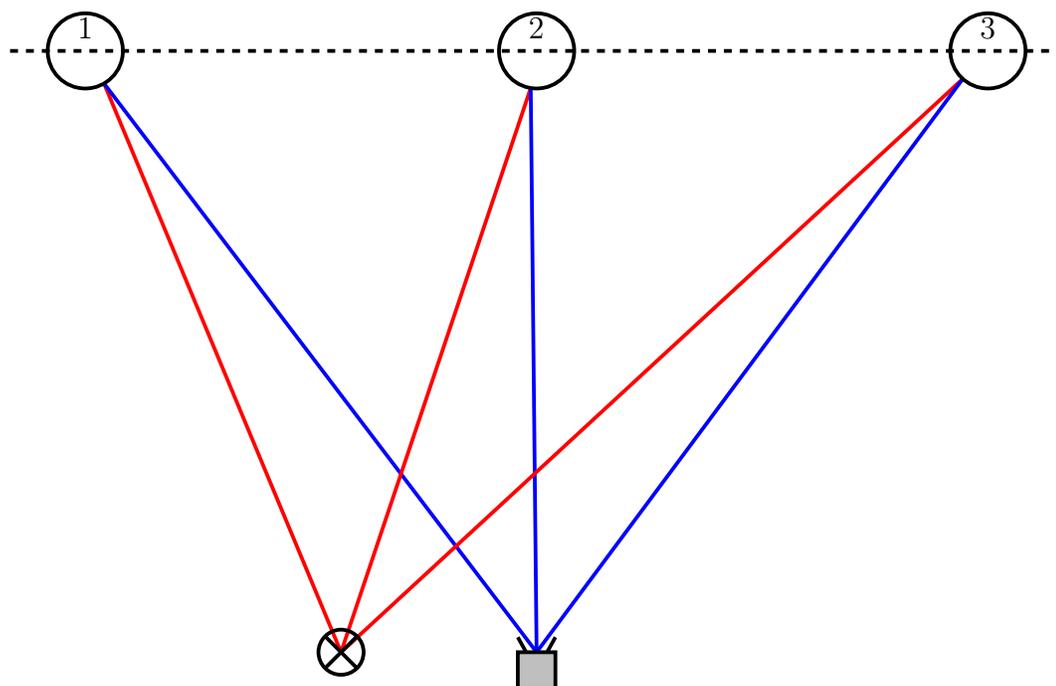


Abbildung 6.2: Unsymmetrische Beleuchtung — Übersicht

Spiegelung an der Kugel erfolgt gemäß dem Reflexionsgesetz, demzufolge der Eintrittswinkel gleich dem Austrittswinkel sein muss. In der Abbildung ist daher mit Hilfe numerischer Methoden und der Vektorrechnung³¹ der Punkt ermittelt worden, an dem der Winkel zwischen den beiden Strahlen und der Oberflächennormalen im Reflexionspunkt der Kugel identisch sind. Abb. 6.3 zeigt die Reflektoren in der Detailansicht, in der auch die Problematik deutlich wird. Die gestrichelten, blauen Linien zeigen die Projektion des Kamerabildes von der Kugeloberfläche in die Pendelebene. Der Versatz zwischen tatsächlichem Kreismittelpunkt und Schnittpunkt zwischen Pendelebene und Projektionslinie ist nicht konstant. In diesem Beispiel variiert er um knapp 1 mm (entsprechend der Skalierung der Abbildung).

Eventuell wäre es möglich den Fehler aus den Messungen herauszurechnen, wobei

³¹Zunächst werden Geradengleichungen von der Lampe zu einem beliebigen Punkt P , von der Kamera zum gleichen Punkt und von P zum Mittelpunkt des Reflektors ermittelt. Die Winkel zwischen den Verbindungslinien von Kamera bzw. Lampe zu P und der Verbindung des Punktes zur Kugelmitte sollen gleich groß sein. Außerdem soll der Punkt als Abstand vom Mittelpunkt den Kreisradius haben, wodurch er auf der Reflektoroberfläche liegen muss. Durch diese zwei Bedingungen und die zwei unbekanntenen Komponenten des gesuchten Punktes ergibt sich ein etwas unübersichtliches, aber mit Hilfe eines CAS lösbares Gleichungssystem

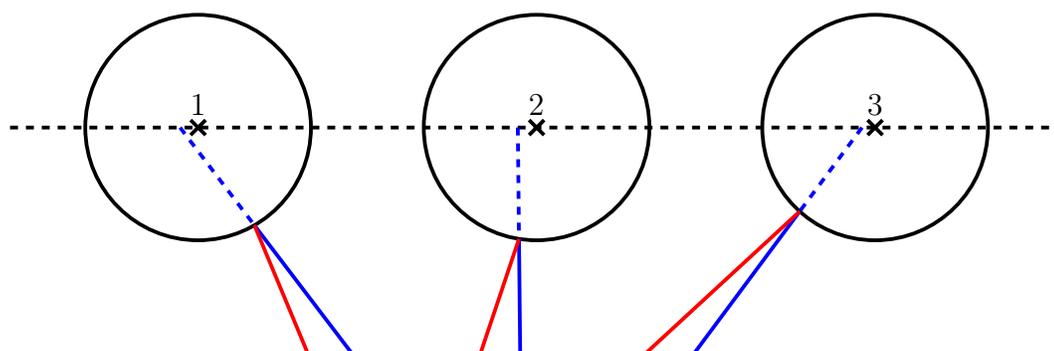


Abbildung 6.3: Unsymmetrische Beleuchtung — Detailansicht

dafür die Konfiguration des Versuchsaufbaus möglichst genau bekannt sein muss. Zumindest bei der Lampe stellt sich dabei das Problem, dass ermittelt werden muss, wo sich das Zentrum einer punktförmigen Leuchtquelle befindet.

6.5 Hand–Auge–Kalibration

Die Datenauswertung erfolgte zunächst ohne eine Hand–Auge–Kalibration. Da es sich bei den Beobachtungen nur um Schwingungen mit Phasenverschiebung handelt, ist dies möglich. In der Praxis ist es allerdings schwierig für den Benutzer die Daten zu vergleichen, wenn diese in unterschiedlichen Koordinatensystemen vorliegen (KS der Kamera bzw. Pendelebene). Außerdem ist nicht ganz klar, welchen Einfluss verzerrte Bilder auf die Messergebnisse haben. Die Verzerrung entsteht, wenn die Kamera nicht senkrecht zur Pendelebene ausgerichtet ist, sondern aus einer schrägen Perspektive misst. Die Ausrichtung erfolgt lediglich nach Augenmaß und ist damit nicht perfekt. Spätere Messungen ergeben immerhin noch einen Winkelfehler von 1° bis 3° . Mit Hilfe der Hand–Auge Kalibration ist es praktisch egal in welcher Lage sich die Kamera relativ zum Pendel befindet, solange die komplette Pendelbewegung im Bildbereich stattfindet. Entsprechende Tests mit besonders schräg ausgerichteter oder verdrehter Kamera befinden sich in Abschnitt 7.3.

Der Nachteil der Hand–Auge–Kalibration ist, dass auch hier Fehler auftreten können. Eine unzureichend genaue Transformationsmatrix zwischen T–Mac und Kamera führt zu dem gleichen Problem wie vorher: Die genaue Lage ist nicht bekannt und die Pendelbewegung damit verzerrt dargestellt. Jedoch ist die Kalibration nach Angaben der CalDe/CalLab–Entwickler insbesondere in der Rotation „sehr“ genau. Genaue Kenndaten liegen nicht vor, wobei die Abweichung signifikant unter 1° ³² lie-

³²Wahrscheinlich sogar ein bis zwei Größenordnungen darunter

gen soll. Die Rotation ist somit durch die Kalibration besser bekannt als bei der Abschätzung von Hand. Die Translationsparameter können größere Abweichungen von 1 mm und mehr haben, was jedoch nur relativ geringe Auswirkungen auf das Ergebnis hat. Ein Versatz parallel zur Pendelebene hat gar keinen Einfluss (der iterierte Kreis wird einfach mit verschoben) und ein falsch eingeschätzter Abstand zur Ebene hat nur Skalierungsfehler zur Folge, jedoch keine Verzerrungen. Die Skalierung führt zu einem veränderten Kreisradius, hat damit aber weder auf den berechneten Ausschlagwinkel, noch auf die Frequenz eine Auswirkung. Fehler durch eine ungenaue Rotationsmatrix zwischen T-Mac und Kamera werden zumindest in Teilen ebenfalls durch die Experimente in Abschnitt 7.3 analysiert. Da der T-Mac vom Laser Tracker aus sichtbar sein muss sind allerdings nur Verdrehungen in einem gewissen Rahmen möglich, sodass dieser Einfluss nicht optimal untersucht werden kann. Zudem verändert sich jeweils nicht nur die Position der Kamera, sondern auch die der Lichtquelle. Selbst wenn Diese an ihrem Platz stehen gelassen würde, würde der in Abb. 6.3 beschriebene Effekt zu geänderten Bedingungen führen, sobald die Kamera umplatziert wird.

6.6 Kreisberechnung

Die Berechnung des Kreises in Abschnitt 5.6.1.3 ist nur ein Teilschritt, auf Basis dessen der Winkel des Pendels an einem Messpunkt bestimmt wird. Wie bereits beschrieben (Abschnitt 6.3) ist die Amplitude der Schwingung begrenzt, was sich jedoch nachteilig auf die Bestimmung des Kreises auswirkt. Daher habe ich entschieden den Einfluss unterschiedlich bestimmter Kreisparameter auf die Latenzberechnung experimentell zu ermitteln. Zu diesem Zweck wird ein Experiment mehrfach ausgewertet. Im ersten Schritt werden die Kreisparameter wie gehabt bestimmt, während sie in nachfolgenden Schritten vorab festgelegt werden. Dies geschieht in Form von drei verschachtelten For-Schleifen, die jeweils mehrere gleichverteilte Werte eines Kreisparameters in gegebenen Grenzen durchlaufen. Zu den somit gegebenen Kreisparametern führe ich jeweils eine Sinusregression durch, wobei nur die Laser Tracker-Daten zugrunde liegen. Ich erhalte also zu allen Kreisparametern einen entsprechenden Satz Sinusparameter. Am Ende werden die Extremwerte der Parameter b und c (die übrigen nutze ich für die Latenzberechnung nicht) verwendet um den Versatz der Funktion relativ zur Funktion der Mittelwerte b_{Mittel} und c_{Mittel} zu bestimmen. Dies ergibt durch die unterschiedlichen Kombinationen der Extermwerte von b und c insgesamt vier Ergebnisse, von denen ich wiederum die Extermwerte als Ergebnis definiere. Das entsprechende Experiment befindet sich unter Abschnitt 7.6.

6.7 Uhrendrift und Jitter

Zwischen den Uhren vom Laser Tracker und dem dSPACE besteht ein sogenannter Uhrendrift, was bedeutet, dass die Uhren nicht exakt gleich schnell laufen. Dies ist normal [1] und tritt, wie Messungen gezeigt haben, selbst zwischen der primären dSPACE-Uhr und der des Timing-Boards auf. Entsprechend der API-Dokumentation des Laser Trackers können entsprechende Drifts selbst zwischen hochwertigen Uhren $10\ \mu\text{s/s}$ bis $20\ \mu\text{s/s}$ betragen. Generell ist nicht zu erwarten, dass der Drift einen großen Einfluss auf die Messungen hat. Ausgehend von einem perfekten Drift (jede der Uhren läuft perfekt gleichmäßig, jedoch beide unterschiedlich schnell) wäre das Ergebnis eine in der Zeitachse gestreckte oder gestauchte Funktion, durch die die ermittelte Latenz von der Realität abweicht. Bei einem signifikanten Einfluss würde dies spätestens bei den Experimenten auffallen, in denen versucht wird, die Latenz zu minimieren, da am Ende weiterhin eine Latenz festgestellt wird.

Wesentlich wichtiger ist die Beobachtung des Jitters, also die Ungleichmäßigkeit oder Instabilität der einzelnen Uhren. Entsprechende Ungleichmäßigkeiten, insbesondere in der Laser Tracker-Uhr führen dazu, dass falsche Messzeiten protokolliert werden, was sich, je nach Betrag der Schwankungen, ähnlich auswirken kann wie durch Messrauschen verursachte Positonsabweichungen. Aus diesem Grund wird in Abschnitt 7.12.2 analysiert, wie groß der Jitter ausfällt und im gleichen Zug auch der Drift ermittelt.

6.8 Signalqualität des Triggers

Die bisherige Anbindung des Laser Trackers erfolgte über die RS422 Schnittstelle, da sie entsprechend dem Handbuch weniger störanfällig sein soll. Allerdings werden zu diesem Zweck vier Pins belegt (je zwei Mal „Start/Stop“ und „Clock“). Die vormals verwendete DS2202 Digital I/O-Karte bietet sehr viele digitale Ein- und Ausgänge an, sodass die Belegung kein Problem darstellt. Dafür basiert sie aber auf dem Basistakt des dSPACE-Systems von 1 kHz und hat damit eine Auflösung von schlimmstenfalls 1 ms. Da nicht sicher geklärt ist wann die Ausgänge exakt gesetzt werden, muss davon ausgegangen werden, dass sie mit dem Ausführen des Blocks gesetzt werden³³. Es ist weiterhin davon auszugehen, dass der Block nicht in jedem Zeitschritt exakt zur gleichen Zeit (gemessen ab Taktbeginn) berechnet wird, sodass ein entsprechender Jitter in der Signalgenerierung entsteht. Varianzen können

³³Würden sie immer am Ende eines Taktes gesetzt werden, wäre das Verhalten zumindest wiederholbar, da die eigentlichen Zyklen, entsprechend der Echtzeitanforderung an das System, sehr präzise eingehalten werden

durch alle möglichen Blöcke entstehen, die vorher ausgeführt werden und zeitabhängig unterschiedlich komplexe Berechnungen durchführen (z.B. Netzwerkblöcke, aktivierbare/deaktivierbare Subsysteme usw.).

Aus diesem Grund wurde das Timing Board angeschafft, welches Ausgänge mit einer Auflösung von 600 ns setzen kann. Es ist dabei möglich einen exakten Zeitpunkt der Ausgabe festzulegen oder die Signalgenerierung mit Hilfe einer State-Machine komplett vom primären dSPACE-Takt zu entkoppeln. Die Ausführung erfolgt dann unabhängig der Blockupdate-Methode der S-Function (Abschnitt 5.2). Nachteil des Timing-Boards ist, dass mit 8 Kanälen nur relativ wenig Anschlüsse zur Verfügung stehen. Sollte der Laser Tracker auch hier mit vier Leitungen angeschlossen werden, wäre das Timing-Board bereits zur Hälfte belegt. Es gibt zwei Möglichkeiten dies zu umgehen: Entweder wird die Übertragung auf TTL, also einzelne Leitungen umgeschaltet, sodass insgesamt nur noch zwei Leitungen verbraucht werden, oder es wird eine Kombination der beiden Erweiterungskarten angestrebt. Das DS2202 I/O-Board kann dann die unkritische Schaltung der Start/Stop-Leitungen übernehmen, während das Timing-Board die präzisen Clock-Signale generiert. Durch die Architektur der DS2202-Karte und der Pinbelegung der drei ausgehenden Stecker, sowie Anforderungen angeschlossener Gerätschaften besteht das Kabel zwischen dSPACE und Laser Tracker aber bereits aus 5 Steckern, die miteinander verbunden sind. Die Stecker sind dabei teilweise mit 3 Kabeln verbunden, die in unterschiedliche Richtungen weiterlaufen, sodass bereits kaum noch Platz ist. Daher ist es nicht möglich bei den RS422-Signalen zu bleiben.

Das aktuelle Konzept sieht vor, dass eine Kombination beider Karten gewählt wird und die Signale dennoch nur per TTL übertragen werden. So wird lediglich ein Kanal des Timing-Boards belegt ohne auf die Genauigkeit verzichten zu müssen. Da das Kabel etwa 30 m lang ist muss allerdings untersucht werden, in welchem Maße die Qualität des Signals abnimmt. Zunächst einmal gibt es im TRON keine hochfrequenten Signalquellen, die massive Störungen verursachen könnten. Weiterhin habe ich die Qualität der Signale mit einem Oszilloskop überprüft und dabei gleichzeitig die Latenz zwischen zwei theoretisch zeitgleich ausgehenden Signalen ermittelt. Die Ergebnisse sind in Abschnitt 7.12.1 dokumentiert.

7 Experimente und Auswertung

7.1 Durchführung

Die folgenden Abschnitte beschreiben die unterschiedlichen Experimente, die ich durchgeführt habe. Bis auf Abschnitt 7.12, in dem anderweitige Experimente beschrieben werden, basieren diese auf der Anwendung der in Abschnitt 5 beschriebenen Software. Ich habe insgesamt 74 Experimente durchgeführt, die jeweils 150 bis 350 Messpunkte umfassen. Diese einzelnen Experimente habe ich neben der Gesamtauswertung auch in Teilen zu je 75 bis 100 Messpunkten untersucht, sodass auch die Varianz innerhalb einer Messperiode berücksichtigt wird. Die hier verwendeten Ergebnisse sind in Form einer Tabelle nahezu vollständig auf dem beiliegenden Datenträger zu finden (siehe Anhang C), welche mit entsprechenden Filtern komfortabel analysiert werden können. Ergebnisse, die dort nicht zu finden sind, habe ich mit einer entsprechenden Begründung markiert.

7.2 Lampenposition

Dieser und die folgenden Abschnitte umfassen Robustheitstests, mit deren Hilfe untersucht werden soll, ob systematische Fehler in der Auswertung vorliegen. Entsprechend dem bereits in Abb. 3.5 dargestellten Versuchsaufbau soll deshalb zunächst der Einfluss der Lampenposition auf das Ergebnis bestimmt werden. Daher habe ich mehrere Experimente durchgeführt, in denen die Lampe rechts bzw. links der Kamera platziert ist. Alle anderen Rahmenbedingungen habe ich unverändert gelassen. Die Belichtungsdauer habe ich mit $500\ \mu\text{s}$ recht kurz gewählt und ich habe das Fadenpendel verwendet.

Lampe	Messungen	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	σ
Links	52	0,233 ms	0,262 ms	0,301 ms	11,60 μs
Rechts	58	0,232 ms	0,260 ms	0,279 ms	8,71 μs

Tabelle 7.1: Ermittelte Latenzen bei variiertter Lampenposition

Tabelle 7.1 zeigt die Resultate aller auf die gegebenen Bedingungen zutreffenden Experimente. Dabei ist Δt die minimal/maximal gemessene Latenz, bzw. deren arithmetisches Mittel. Die Spalte σ enthält die Standardabweichung. Aus den Daten ist keine Tendenz ablesbar. Der Unterschied des Mittelwertes von $2\ \mu\text{s}$ ist im Verhältnis zur allgemeinen Streuung vernachlässigbar, sodass ein Einfluss der Lampenposition nicht nachweisbar ist.

7.3 Kameraausrichtung

Da ich auch die Kameraausrichtung als mögliche Fehlerquelle identifiziert habe, soll untersucht werden, ob trotz der Hand–Auge–Kalibration ein Fehler durch eine Fehlstellung der Kamera erkennbar ist. Idealerweise steht die optische Achse der Kamera senkrecht auf der Pendelebene, was sich aber nicht ohne weiteres realisieren lässt. Nach Augenmaß ausgerichtet, kommt man meinen Berechnungen zufolge auf etwa 1° bis 3° Abweichung³⁴. Mit Hilfe der Hand–Auge–Kalibration können die Pixel in die Pendelebene projiziert werden, sodass es prinzipiell egal sein sollte, wie die Kamera steht. Zur Überprüfung dieser Annahme habe ich die Kamera daher in zwei unterschiedlichen Messläufen deutlich schräg vor der Pendelebene ausgerichtet. Ein Nachteil ist, dass sich in jedem Fall auch die Beleuchtung des Reflektors unterscheidet. Entweder bleibt die Lampe an ihrer ursprünglichen Position stehen und bescheint den Reflektor damit aus Sicht der Kamera aus einer anderen Richtung als in den Referenzmessungen oder aber die Lampe wird ebenfalls bewegt. In diesem Fall möchte ich noch einmal auf Abb. 6.3 aus dem vorherigen Kapitel verweisen, in der ich den Fall einer seitlich versetzten Leuchtquelle (bezüglich der Kamera) skizziert habe. Durch den unterschiedlich großen Winkel zwischen Pendelebene und der Verbindungslinie zwischen Kamera und Lampe tritt ein ähnliches Phänomen auf, das die Positionsmessungen der Kamera verfälscht. Auf Basis der vorherigen Experimente erwarte ich den geringsten Störeinfluss, wenn die Lampe in der Nähe der Kamera bleibt, weshalb ich diese immer direkt nebeneinander platziert habe. Ich habe außerdem eine Belichtungsdauer von $500\ \mu\text{s}$ und das Fadenpendel gewählt.

Der Tabelleneintrag „Alle“ in Tabelle 7.2 umfasst alle Messungen, in denen die oben festgelegten Bedingungen erfüllt sind ($500\ \mu\text{s}$ Belichtungsdauer, Lampe links, Fadenpendel) und damit ebenso die beiden folgenden Einträge. In der mit ^{*1} verse-

Winkel	Messungen	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	σ
Alle	52	0,233 ms	0,262 ms	0,301 ms	11,60 μs
$10,97^\circ$	5	0,256 ms	0,262 ms	0,266 ms	3,42 μs
$23,78^\circ$ *1	5	0,263 ms	0,271 ms	0,290 ms	9,88 μs
$23,78^\circ$ *2	4	0,263 ms	0,266 ms	0,270 ms	2,60 μs

Tabelle 7.2: Ermittelte Latenzen bei variiertem Kameraposition

hener Zeile ist ein Messergebnis im Verhältnis ungewöhnlich weit von den übrigen

³⁴Durch die Transformation der Ebene in das Kamerakoordinatensystem kann der Winkel nach der Auswertung des Experiments ermittelt werden. Er liegt zwischen der Kamera z -Achse und dem Normalenvektor der Ebene

entfernt, obwohl diese aus der gleichen Messreihe stammen. Man könnte dies daher als Ausreißer interpretieren, wodurch sich die zweite Zeile mit *² ergibt. Selbst bei Berücksichtigung aller Messergebnisse liegen die Ergebnisse beider Experimente innerhalb des Gesamtergebnisses, ohne dabei die Grenzen zu definieren. Es ist daher nicht davon auszugehen, dass eine unpräzise positionierte Kamera zu signifikanten Änderungen führt.

7.4 Statische Tests

Ein Experiment, das meine Arbeit erheblich von der Steeds [9] unterscheidet, ist der statische Test. Er soll die Leistung meiner Auswertungsmethodik bewerten und dabei einen möglichst genauen Vergleich zu den eigentlichen Experimenten ermöglichen. Steed hat dies, wie schon genannt, über gerenderte Bilder realisiert, die er manuell mit Rauschen versehen hat. Meine statischen Tests haben den Vorteil, dass sie den ganz normalen Versuchsaufbau verwenden und kein Element der Kette entfernt wurde. Steeds Referenztest berücksichtigt beispielsweise weder die Bildwiederholfrequenz des Monitors, noch eventuelle Kameraeinflüsse auf das Ergebnis. Im Gegenzug ist allerdings die Durchführung des statischen Experiments deutlich aufwändiger als die normalen Messungen, da das Pendel von Hand in jeder Position fixiert werden muss. Ich habe dazu an dem Stabpendel einen Faden befestigt, den ich am anderen Ende um eine Trommel gewickelt habe. Mit dieser habe ich den Winkel des Pendels festgelegt und dabei jeweils einzelne Aufnahmen gemacht, die ohne Zeitstempel gespeichert wurden. Vor der Auswertung der Daten habe ich die Pendelebene und die Kreisparameter anhand der gemessenen Laser Tracker–Daten bestimmt. Diese benötigen keine Zeitstempel und funktionieren daher auch mit diesen Daten. Ich habe im Folgenden eine perfekte Sinuskurve mit den Parametern $a = 0,25 \vee a = 0,3^{35}$, $b = 2,9$ Hz, $c = 0$, $d = 0$ und $k = 0,0029 \text{ s}^{-1}$ angenommen. Nach Abschnitt 5.7 habe ich die Zeitpunkte der einzelnen Messungen so festgelegt, dass sie möglichst gleichmäßig in einer Periode von 20 s über die Funktion verteilt sind. Die Laser Tracker–Messungen müssten also, abgesehen von Messrauschen und Deformationen des Stabes, perfekt in die Sinuskurve passen. Da die Bilder und die Laser Tracker–Messungen am gleichen Ort entstanden sind, sollte keine Latenz erkannt werden. Die Auswertung erfolgt wie auch bei den anderen Experimenten.

In Tabelle 7.3 sind die Ergebnisse der statischen Tests aufgeführt. Da die Experimente sehr aufwändig sind, liegen hier nur relativ wenig Datensätze des eigentlichen

³⁵Der maximale Winkel lässt sich nicht ohne weiteres einstellen oder wiederholen. Daher unterscheidet er sich in den Experimenten. Ich habe a jeweils so klein gewählt, dass es gerade groß genug ist um alle vorkommenden Winkel zu umfassen

Messungen	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	σ
6	-0,034 ms	-0,007 ms	0,014 ms	17,14 μ s

Tabelle 7.3: Ermittelte Latenzen bei statischen Tests

Experiments und keine vergleichbaren Daten vor. Im Rahmen der Möglichkeiten zeigen die Versuche aber, dass die Ergebnisse den Erwartungen entsprechen. Der Mittelwert liegt mit lediglich $-6,6 \mu$ s sehr nah an dem erwarteten Ergebnis.

7.5 Pendeltyp

Die Wahl des Pendeltyps habe ich ursprünglich nicht als Experiment geplant, da nur das Fadenpendel vorgesehen war. Dieses erwies sich jedoch für die statischen Tests als untauglich, da der Faden elastisch ist und keine seitliche Führung besteht. Abb. 7.1 zeigt die Pendelebene, aus der das Pendel bis zu knapp ± 4 mm versetzt ist. Auch innerhalb der Ebene ist deutlich zu erkennen, dass die Befestigung beim Zug nach links anders erfolgt ist als nach rechts. Insbesondere die Auslenkung aus der Ebene

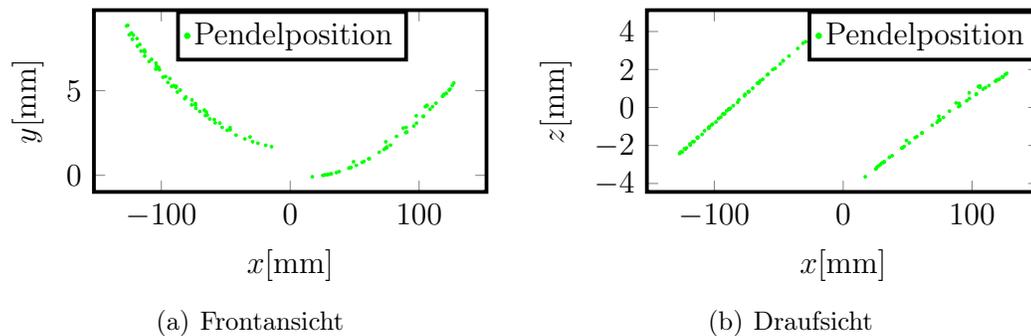


Abbildung 7.1: Position des Fadenpendels im statischen Experiment

heraus lässt sich allerdings im Versuchsaufbau selbst kaum analysieren, sodass mehrere Versuche mit entsprechender Auswertung nötig wären um die Trommel richtig zu platzieren. Als Alternative habe ich aus diesem Grund das Stabpendel verwendet. Durch den Aluminiumstab ist der Reflektor wesentlich besser in der Ebene geführt und auch die Dehnung des Stabes ist zu vernachlässigen. Ein vergleichbarer Versuch mit Stabpendel ist in Abb. 7.2 dargestellt. Die Auslenkung aus der Ebene ist beim statischen Test durch das Stabpendel drastisch reduziert worden und beträgt bei dem dargestellten Experiment lediglich noch $\pm 0,17$ mm.

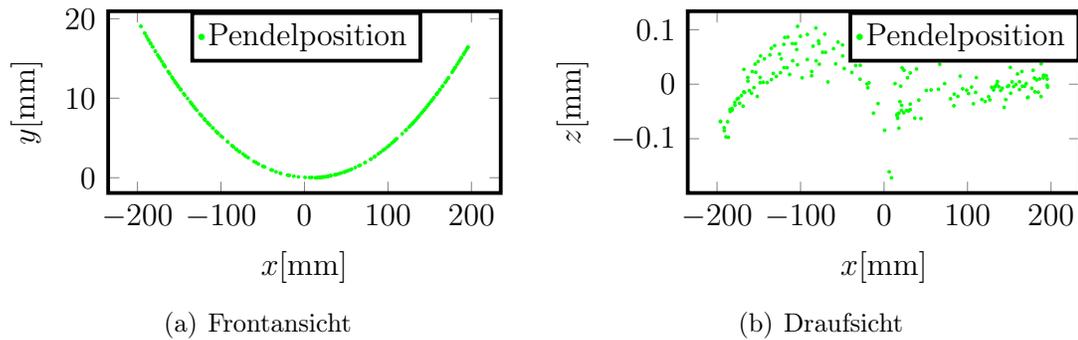


Abbildung 7.2: Position des Stabpendels im statischen Experiment

Nachdem nun das Stabpendel für manche Experimente sinnvoll scheint, stellt sich die Frage, ob eventuell ganz auf das Fadenpendel verzichtet werden sollte, um alle Experimente mit dem Stabpendel durchzuführen. Ich habe daher zunächst die üblichen Latenzmessungen untersucht, deren Ergebnisse in Tabelle 7.4 dokumentiert sind. Die Lampe steht in allen Experimenten rechts von der Kamera, welche eine Belichtungszeit von 0,5 ms eingestellt hat. Bei der Auswertung dieser Tests ergibt sich kaum ein nennenswerter Unterschied zwischen den beiden Pendeln. Bei genauerer Betrachtung

Pendel	Messungen	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	σ
Stabpendel	11	0,251 ms	0,263 ms	0,290 ms	10,89 μ s
Fadenpendel	58	0,232 ms	0,260 ms	0,279 ms	8,72 μ s

Tabelle 7.4: Ermittelte Latenzen in Abhängigkeit des Pendels

der Ebene fällt allerdings auf, dass zusätzlich zur Pendelbewegung periodische seitliche Schwingungen auftreten. Durch die Elastizität des Stabes bleiben diese sehr lange im System und führen zu der in Abb. 7.3(a) dargestellten Ansicht. Da die Schwingungsperiode sehr ähnlich zu der eigentlichen Pendelbewegung ist, ist es auch denkbar, dass durch die Lagerung Schwingungen erzeugt werden. Mit einer Amplitude von knapp einem Millimeter sind die Abweichungen zwar noch verhältnismäßig klein aber dennoch deutlich größer als bei einem ruhig schwingenden Fadenpendel, wie in der gleichen Abbildung unter Punkt (b) dargestellt. Beide Darstellungen repräsentieren sorgfältig angestoßene Pendel. Sollten sie beim Anstoßen schräg losgelassen werden, können die Amplituden auch größer sein.

Auf Basis der Daten habe ich entschieden die eigentlichen Tests weiterhin mit dem Fadenpendel durchzuführen. Die Ergebnisse der Latenzmessungen beider Varianten sind in einem vergleichbaren Rahmen. Lediglich der Reibungskoeffizient liegt

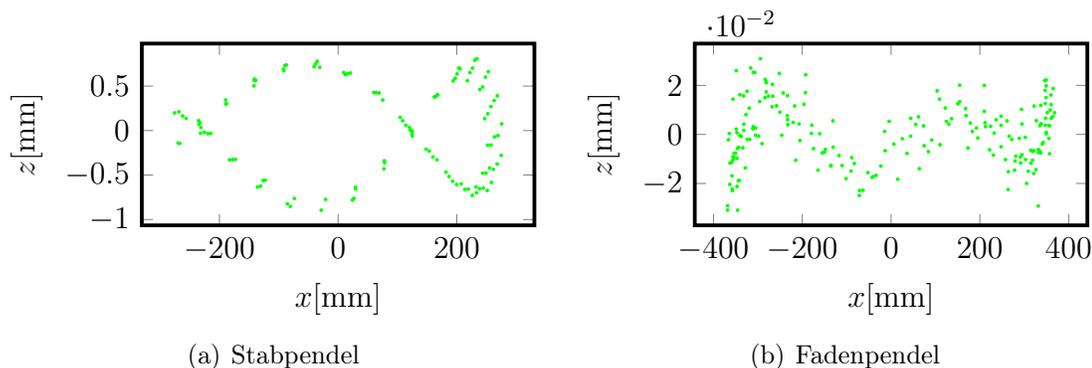


Abbildung 7.3: Position der Pendel im dynamischen Experiment (Draufsicht)

beim Stabpendel ($k \approx 0,0049 \text{ s}^{-1}$) etwa doppelt so hoch wie beim Fadenpendel ($k \approx 0,0025 \text{ s}^{-1}$). Zudem ist das Stabpendel, wie bereits in Abschnitt 6.1 beschrieben, noch weiter von der Definition eines „idealen“ Pendels entfernt als das Fadenpendel, sodass mit mehr identifizierten Ausreißern bei den Experimenten zu rechnen ist.

7.6 Amplitude

Wie schon mehrfach angesprochen, ist die Wahl der Amplitude von gegenläufigen Faktoren abhängig, sodass untersucht werden muss, ob es einen Einfluss auf die Ergebnisse gibt. Abb. 7.4 zeigt in grün den Anteil A der verwendeten Punkte in Abhängigkeit der Amplitude a . Ein kleinerer Wert bedeutet, dass bei der Auswertung entsprechende Ausreißer identifiziert wurden, die nicht mit in das Ergebnis einfließen. Mit steigender Amplitude nimmt dieser Wert zu, sodass der Grafik zufolge bis zu 30% der Messpunkte verworfen werden. In dieser Darstellung werden alle mit dem Fadenpendel durchgeführten Experimente bei einer Belichtungsdauer von $0,5 \text{ ms}$ ³⁶ berücksichtigt. In rot sind die ermittelten Latenzen Δt in Abhängigkeit der Schwingungsamplitude eingezeichnet. Während der Anteil ignorierteter Messpunkte bei einer steigenden Amplitude ebenfalls ansteigt, ändert sich die gemessene Latenz kaum. Insbesondere in den Randbereichen sind keine Besonderheiten erkennbar. Amplituden unter $0,25 \text{ rad}$ ($\approx 14^\circ$) sind daher zu bevorzugen, ohne einen kritischen Einfluss zu haben. Bei längeren Belichtungszeiten verhält sich die Grafik analog.

Auch wenn zunächst kein systematischer Einfluss der Wahl der Amplitude erkennbar ist, möchte ich genauer untersuchen, wie stark diese die Kreisparameter beeinflusst. Zunächst habe ich daher untersucht inwiefern die Ergebnisse der Kreis-

³⁶Ausnahme ist die Gesamtauswertung des Langzeitexperiments aus Abschnitt 7.7

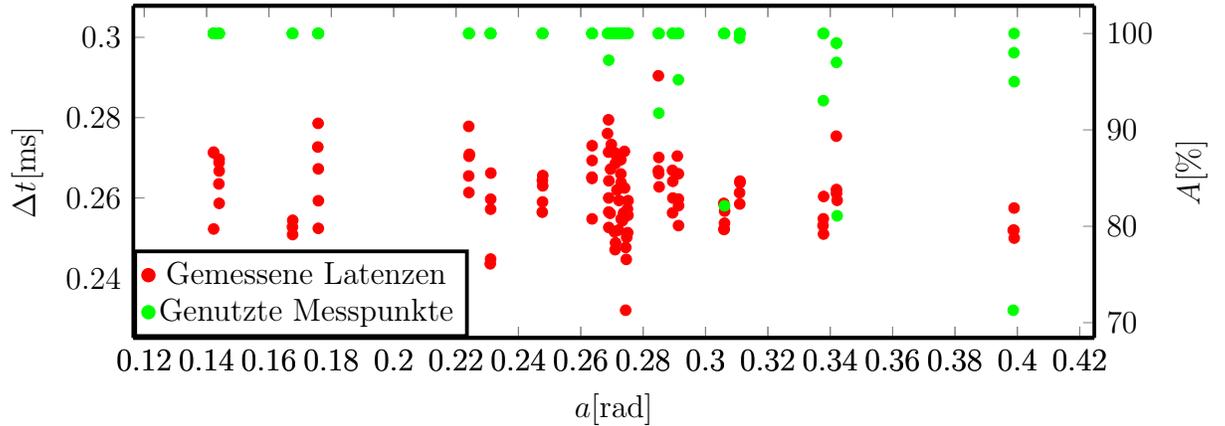


Abbildung 7.4: Einfluss der Amplitude auf die Messergebnisse

regression zwischen verschiedenen Experimenten überhaupt vergleichbar sind. Das Fadenpendel ist mit Klebestreifen an der Querstrebe des Portalkrans befestigt. Die Höhe der Aufhängung sollte somit in allen Experimenten ähnlich sein, da der Portalkran etwa senkrecht zur Gravitationsachse verfährt. Die zweidimensional vorliegenden Kreismittelpunkte lassen sich dazu mit Hilfe der Parameterdarstellung der Pendelebene in das Laser Tracker–KS überführen. Tatsächlich ergibt sich für alle ermittelten z -Komponenten bei den Laser Tracker–Daten (nur Fadenpendel) eine Streuung von maximal $\pm 2,9$ mm um den Mittelwert. Bei den Kamerawerten fällt dies mit $+5,8$ mm bzw. $-10,7$ mm erwartungsgemäß höher aus. Da der Portalkran zwischen den Experimenten nicht sicher an der gleichen Stelle stehen bleibt, kann die seitliche Verschiebung nur über Experimente verglichen werden, die sicher direkt nacheinander durchgeführt wurden. Dieses Kriterium erfüllen vier mal vier Experimente, von denen ich jeweils den Mittelwert aller Kreismittelpunkte bestimmt habe. Durch die Zerlegung der Experimente in Teilbereiche ergeben sich jeweils etwa 20 aufeinander folgende Messpunkte. Der Euklidische Abstand zwischen dem Mittelwert und den Messpunkten variiert um maximal $1,4$ mm³⁷ entsprechend der Laser Tracker–Messungen und um $6,7$ mm³⁸ gemäß den Kameradaten.

Für die Einschätzung der Auswirkungen durch ungenau eingeschätzte Kreisparameter habe ich die bereits in Abschnitt 6.6 beschriebene Testmethode angewandt. Demnach habe ich die Kreisparameter durch elf gleichmäßig verteilte Werte pro Ver-

³⁷Die Maximalwerte der vier Folgen sind $1,4$ mm, $1,2$ mm, $1,0$ mm und $0,7$ mm beim Laser Tracker

³⁸Die Maximalwerte der vier Folgen sind $6,7$ mm, $4,9$ mm, $1,4$ mm und $1,1$ mm bei der Kamera

änderlicher variiert. Die Grenzen werden dabei durch den „worst case“ bestimmt, in diesem Fall $\pm 10,7$ mm um den Mittelwert. Die ermittelte Streubreite habe ich zudem um 50 % erhöht, sodass sie etwa ± 16 mm beträgt. Die daraus folgenden $11^3 = 1331$ ermittelten Sätze an Sinusparametern habe ich auf Extremwerte untersucht und daraus die Änderung der Latenz bezogen auf die normale Auswertung ermittelt. Die

	Min	Max	Referenz
M_x	-15,6 mm	16,4 mm	-
M_y	1148,8 mm	1180,8 mm	-
R	1148,7 mm	1180,7 mm	-
b	2,901 456 Hz	2,901 456 Hz	2,901 456 Hz
c	3,785 477 rad	3,785 493 rad	3,785 485 rad
Δt	-0,003 667 ms	0,003 667 ms	-

Tabelle 7.5: Einfluss der Kreisparameter auf die Latenz

gewählten Grenzen und die Ergebnisse sind in Tabelle 7.5 dokumentiert. Die Referenzangaben für die Schwingungsparameter entsprechen den Ergebnissen der üblichen Auswertung der Experimente. Die Zeile Δt beschreibt den Versatz zwischen den Funktionen $\sin(b_{min/max} * t + c_{min/max})$ und $\sin(b_{Referenz} * t + c_{Referenz})$. Selbst bei der ungünstigsten Konfiguration ergibt sich damit eine maximale Abweichung der ermittelten Latenz von $\pm 3,667 \mu\text{s}$, was um Größenordnungen unterhalb der generellen Streubreite der Auswertungen liegt. Ich gehe daher davon aus, dass die Kreisregression ausreichend gut funktioniert und von dieser Seite keine signifikanten negativen Einflüsse zu erwarten sind.

Logisch betrachtet hat ein falsch eingeschätzter Kreis, abgesehen von der Ausreißerererkennung, folgende Auswirkungen: Ein zu hoch oder zu tief angesetzter Kreis (M_y falsch) führt zu einer kleineren/größeren Amplitude der Schwingung, hat aber auf die Phase oder Frequenz keinen Einfluss. Für einen seitlich verschoben Kreis (M_x falsch) ändert sich primär der Offset der Schwingung. Mit steigendem Abstand wird der Kreis jedoch verzerrt und führt damit zu Fehlern, die auch andere Parameter betreffen können.

In der Summe hat die Amplitude nicht den vermuteten Einfluss auf die Messungen. Sowohl bei verhältnismäßig großen, als auch bei relativ kleinen Amplituden sind Kreisberechnung und Sinusregression stabil genug um solide Ergebnisse zu produzieren, ohne systematische Fehler nahezulegen. Dennoch lassen sich Funktionen mit größeren Amplituden offensichtlich schlechter abbilden als solche mit kleinen, da dort besonders viele Ausreißer identifiziert werden ohne aber das Gesamtergebnis zu beeinflussen. Dies könnte durch eine unpräzise Funktionsbeschreibung hervorgeru-

fen werden, beispielsweise durch die Art der Reibungsmodellierung, die bei größeren Amplituden, und damit höheren Geschwindigkeiten, einen entsprechend stärkeren Einfluss hat. Ein weiteres Indiz für diese These findet sich in dem nächsten Experiment, in dem eine Messung über einen relativ langen Zeitraum aufgenommen wurde.

7.7 Lange Messperiode

In diesem Experiment möchte ich die Güte der Funktionsbeschreibung untersuchen. In besonders langen Messperioden muss die Funktionsbeschreibung sehr gut der Realität entsprechen um zu angemessenen Ergebnissen zu kommen, sodass ich hier ein Experiment mit etwa der siebenfachen Periodenlänge (1547 Messpunkte) der normalen Experimente durchgeführt habe. Als erstes fällt in der Gesamtauswertung (Anhang C, Messung 11_1) auf, dass lediglich knapp 14% (216) der Messwerte berücksichtigt wurden, während die Teilauswertungen mit 97 bis 100 Messpunkten insgesamt keinen einzigen Ausreißer aufweisen. Dies liegt somit vermutlich nicht an einer besonders schlechten Qualität des Datensatzes. Die Ursache ist eher in der Ausreißerererkennung (Abschnitt 5.6.3) zu suchen, derzufolge die Ausreißer entsprechend einer festen Grenze identifiziert werden. Sobald die gemessenen Punkte der Kamera oder des Laser Trackers innerhalb der Pendelebene mehr als einen Millimeter von der mathematischen Beschreibung abweichen, werden diese ignoriert. Es zeigt sich hier sehr deutlich, dass die Funktion die Messwerte, trotz der nicht besonders großen Amplitude von 0,27 rad, nicht optimal beschreibt. Dennoch liegt die ermittelte Latenz mit 0,266 ms in dem Bereich der anderen Messungen mit gleicher Belichtungszeit. Die Auswertung ohne die Untersuchung auf Ausreißer gibt mit einer Latenz von 0,258 ms sehr ähnliche Ergebnisse. Letztere Ergebnisse liegen allerdings nicht in der Tabelle (Anhang C) vor, sondern wurden gesondert ermittelt, da das Vorgehen nicht der normalen Prozedur entspricht.

7.8 Zusätzliche Latenz

Um zu analysieren, ob auch größere Latenzen erkannt werden können, habe ich mit Hilfe des dSPACE eine absichtliche Latenz eingefügt. Die Kamera wurde in diesem Experimenten 20 ms später getriggert als der Laser Tracker. Dabei wird nicht nur geprüft, wie sich das System bei großen Latenzen verhält, sondern auch, ob es den Unterschied der hier künstlich verlängerten Latenz genau ermitteln kann. Erwartet wird hier logischerweise, dass die ermittelte Latenz exakt 20 ms über den sonst gemessenen Werten liegt. Tabelle 7.6 listet die Experimente auf. Das erste eingetragene Experiment war für einen anderen Versuch geplant und unbeabsichtigt mit einem

Belichtungszeit	Offset	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	Δt_{real}
0,5 ms	-0,515 ms	-0,259 ms	-0,253 ms	-0,249 ms	0,262 ms
0,5 ms	20 ms	20,253 ms	20,263 ms	20,275 ms	0,263 ms
0,5 ms	0 ms	0,232 ms	0,261 ms	0,301 ms	0,261 ms
2,0 ms	20 ms	21,012 ms	21,021 ms	21,030 ms	1,021 ms
2,0 ms	0 ms	1,000 ms	1,024 ms	1,039 ms	1,024 ms

Tabelle 7.6: Ermittelte Latenzen bei erzwungener zusätzlicher Latenz

Offset versehen, lässt sich dadurch aber für diesen Test hervorragend auswerten. Als Referenz sind zu jeder Belichtungsdauer auch Experimente dokumentiert, die ohne Offset getriggert wurden. Die Spalte Δt_{real} berechnet sich durch die Differenz aus Δt_{mittel} und **Offset**.

Die ermittelten Latenzen entsprechen sehr genau den Erwartungen, da in der Spalte Δt_{real} bei gleicher Belichtungszeit lediglich Unterschiede von maximal 3 μ s festgestellt werden können.

7.9 Belichtungsdauer

Wie vorhersehbar und aus dem vorherigen Experiment auch schon leicht ersichtlich, spielt die Belichtungsdauer eine signifikante Rolle bei der Zusammensetzung der Latenz. Dieser Einfluss soll in diesem Experiment untersucht werden, indem Experimente mit unterschiedlichen Belichtungszeiten gegenüber gestellt werden. Durch die Pendelbewegung ist es allerdings schwierig die maximale Bewegungsgeschwindigkeit zu beeinflussen, weshalb die Belichtungszeit nur in relativ engen Grenzen variiert werden kann. In Abb. 7.5 sind Kamerabilder der Pendelbewegung zusammengeschnitten, die mit 0,5 ms, 5 ms und 10 ms (von oben nach unten) belichtet wurden. Es wird dabei schnell ersichtlich, dass Belichtungszeiten über 10 ms kaum Sinn ergeben.

Ich habe deshalb als Stützstellen eine Belichtungszeit von 0,5 ms, sowie den Bereich von 1 ms bis 10 ms in Millisekundenintervallen gewählt. In Abb. 7.6 wird der Zusammenhang zwischen Latenz und Belichtungszeit dargestellt. Es handelt sich auf den ersten Blick, wie zu erwarten um die halbe Belichtungsdauer. Bei der Betrachtung der Daten in der Tabelle (Anhang C) fällt jedoch auf, dass die Werte im Mittel oberhalb der halben Belichtungszeit P liegen und die Abstände mit ihr zunehmen. Ich habe daher in Abb. 7.7 die halbe Belichtungszeit von den jeweiligen Werten subtrahiert. Es zeigt sich, dass ein vermutlich linearer Zusammenhang zwischen diesem Offset O und der Belichtungszeit besteht, den ich daher mit Hilfe eine Regressions-

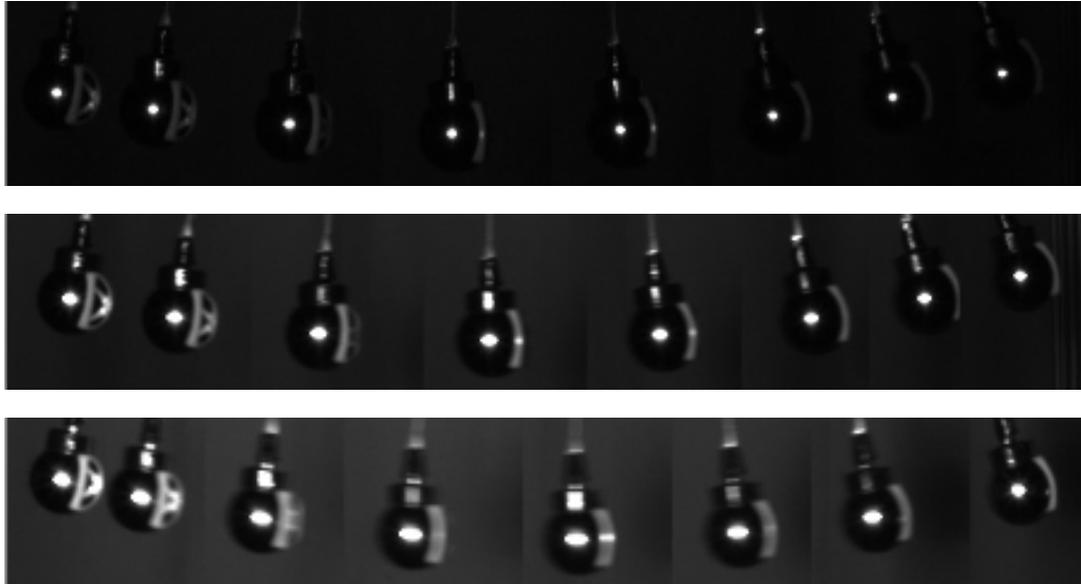


Abbildung 7.5: Bildqualität bei 0,5 ms, 5 ms und 10 ms Belichtungszeit. Jeweils Zusammenschnitte einer halben Schwingungsperiode, wobei aufgrund von Überschneidungen je 2 bis 3 Bilder nicht berücksichtigt sind

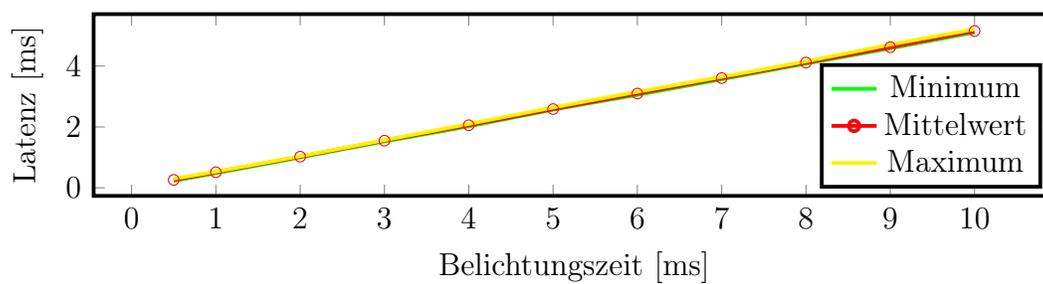


Abbildung 7.6: Einfluss der Belichtungszeit auf die Latenz

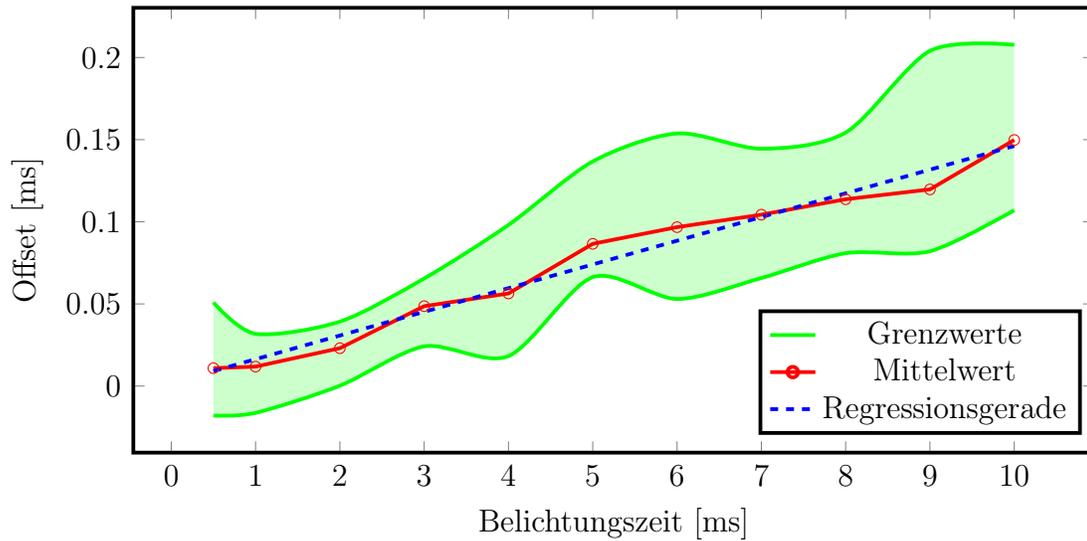


Abbildung 7.7: Einfluss der Belichtungszeit auf den Offset

gerade näherungsweise beschreibe.

$$O(P) = 0,0144 * P + 0,0019 \text{ ms} \quad (7.1)$$

Die Parameter der Regressionsgeraden habe ich mit Hilfe der Tabellenkalkulation von OpenOffice aus den Tabellenwerten ermittelt. Da zwischen Abb. 7.6 und 7.7 nur der proportionale Term $P/2$ abgezogen wurde, ergibt sich für den Zusammenhang zwischen Belichtungsdauer und Latenz Δt folgendes:

$$\Delta t(P) = 0,5144 * P + 0,0019 \text{ ms} \quad (7.2)$$

Die Ursachen des Offsets können aus den Experimenten nicht direkt abgeleitet werden. Es wäre möglich, dass diese bei der Kamera liegen, es könnte aber ebenso ein systematischer Fehler der Latenzmessung sein. Hier wären Tests mit einem langsameren Pendel sinnvoll um bei gleicher Belichtungszeit eine bessere Bildqualität zu erreichen (vgl. Abb. 7.5). Bei den höheren Belichtungsdauern ist ein deutliches Verschmieren der Bilder durch die Bewegung sichtbar. Letztendlich ist eine Geschwindigkeitsänderung allerdings nur durch kleinere Amplituden erreichbar. Selbst eine Änderung der Fadenlänge ergibt nur begrenzt Sinn, da im Endeffekt entweder ebenfalls die Amplitude (also der Ausschlagwinkel) oder aber die Auslenkungstrecke verkleinert werden muss. Beispiel 4 auf Seite III im Anhang beschreibt diese Zusammenhänge.

7.10 Reduzierte Latenz

Die letzten Experimente mit den Pendeln laufen sehr ähnlich zu denen aus Abschnitt 7.8 ab. Ich benutze dafür das dSPACE-System um die Triggerzeitpunkte aktiv zu beeinflussen. In diesem Fall soll der Laser Tracker nach der Kamera getriggert werden, sodass die eigentlichen Messzeitpunkte möglichst identisch sind. Grundlage sind die Ergebnisse der vorherigen Experimente, deren Mittelwerte ich verwendet habe um die erforderliche Verzögerung zu berechnen. Da ich nachträglich von einigen Experimenten noch weitere Durchläufe aufgenommen habe, stimmen die Mittelwerte nicht mehr exakt mit den Triggerparametern überein. Die Experimente habe ich mit 0,5 ms und 1 ms Belichtungsdauer durchgeführt. Tabelle 7.7 zeigt die Ergebnisse der

Belichtungszeit	Offset	Δt_{min}	Δt_{mittel}	Δt_{max}	Δt_{real}
0,5 ms	-0,258 ms	-0,006 ms	0,006 ms	0,021 ms	0,264 ms
0,5 ms	0 ms	0,232 ms	0,261 ms	0,301 ms	0,261 ms
1,0 ms	-0,515 ms	-0,031 ms	-0,004 ms	0,017 ms	0,511 ms
1,0 ms	0 ms	0,498 ms	0,512 ms	0,528 ms	0,512 ms

Tabelle 7.7: Ermittelte Latenzen bei angepassten Triggerparametern

Auswertung. Dabei errechnet sich Δt_{real} wieder aus der Differenz zwischen Δt_{mittel} und **Offset** und dient nur der Referenz auf die Daten mit zeitgleichem Triggerausgang (Offset ist Null). Die gemessenen Latenzen sind damit für beide Belichtungszeiten bis auf $6 \mu\text{s} \pm 27 \mu\text{s}$ reduziert.

7.11 Gesamtauswertung

Insgesamt sind die Experimente damit abgeschlossen. Es ist möglich die Latenz bis auf die im letzten Abschnitt ermittelten Durchschnittswerte im Bereich von $\pm 6 \mu\text{s}$ zu reduzieren. Zudem habe ich in Abb. 7.8 den jeweils maximalen Abstand zwischen dem Mittelwert und den Grenzwerten aus Abb. 7.7 dargestellt. Das Maximum dieser Funktion beträgt 0,084 ms, was bedeutet, dass dies die maximale Entfernung eines beliebig ausgewählten Messpunktes zum Mittelwert der Latenzen aller vergleichbarer Experimente ist. Damit ergibt sich für jedes Experiment ein maximaler Fehler von $6 \mu\text{s} + 84 \mu\text{s} = 90 \mu\text{s}$. Werden jeweils mehrere Experimente durchgeführt und danach gemittelt, so lassen sich die Ergebnisse in einem Rahmen von geschätzt $5 \mu\text{s}$ bis $10 \mu\text{s}$ wiederholen.

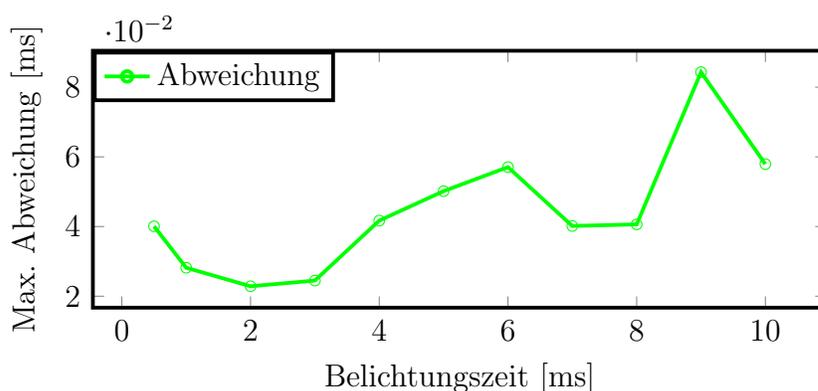


Abbildung 7.8: Abweichung zwischen Mittelwert und Extremwert (Betrag)

7.12 Weitere Experimente

Im Folgenden werden weitere Experimente dokumentiert, die ich zwar unter Experimente einordnen möchte, die sich jedoch von den eigentlichen Experimenten unterscheiden. Sie dienen nicht der eigentlichen Latenzmessung und werden auch nicht nach dem Schema ausgewertet, sondern dienen der Vorbereitung und der Überprüfung der Peripherie. Daher wird in den folgenden Abschnitten auf die Signalqualität und die Genauigkeit der Uhren eingegangen.

7.12.1 Signalqualität

Mit diesem Experiment soll analysiert werden, ob die Triggersignale, insbesondere das für den Laser Tracker, die Mindestanforderung erfüllen. Durch die Signalqualität soll gewährleistet werden, dass die Auslöseschwelle in einem angemessenen Zeitrahmen erreicht wird und das dSPACE-Timing Board gemäß den Spezifikationen funktioniert. Außerdem wird somit die korrekte Funktionalität der Software in Bezug auf die Signalgenerierung gewährleistet. Zu diesem Zweck habe ich den normalen Versuchsaufbau um ein Oszilloskop erweitert, welches die Spannungsverläufe der Signalleitungen zum Laser Tracker und zur Kamera misst. Zudem habe ich über einen weiteren Kanal ein Referenzsignal hinzugefügt, das direkt an das Oszilloskop angeschlossen wird, um die Signalqualität belasteter Ausgänge besser vergleichen zu können.

Abb. 7.9 zeigt den Spannungsverlauf der drei Signalquellen, die in drei direkt aufeinander folgenden Quellcodezeilen von 0 V auf 5 V gesetzt werden. Zu erkennen ist die (auch im Handbuch angegebene) Verarbeitungszeit von 600 ns. Die Signa-

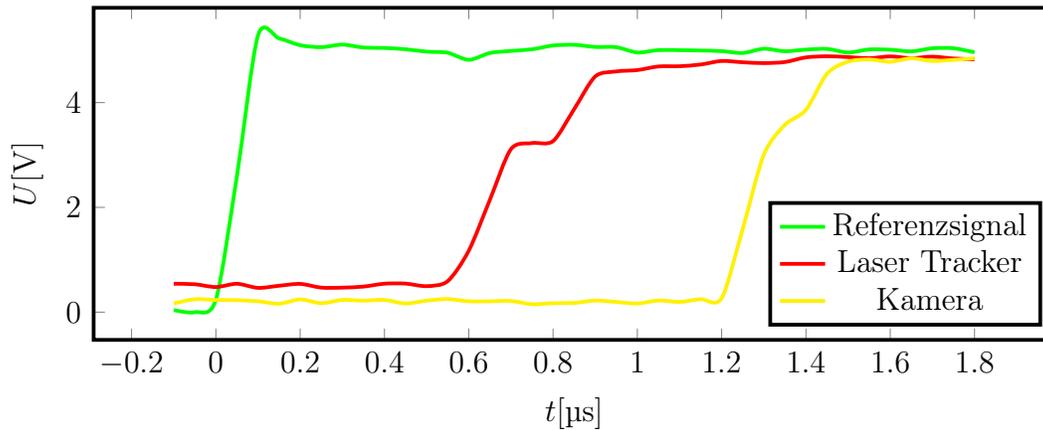


Abbildung 7.9: Mit dem Oszilloskop gemessene Triggersignale

le benötigen für den eigentlichen Sprung jeweils weniger als $0,4 \mu\text{s}$ (Laser Tracker), $0,3 \mu\text{s}$ (Kamera) bzw. $0,1 \mu\text{s}$ (Referenzsignal), was nahezu drei Größenordnungen unter der aktuellen Auflösung der gesamten Latenzmessung liegt. Unter Hinzunahme der Verarbeitungszeit ergibt sich eine maximale Latenz in der Generierung der Triggersignale von $0,7 \mu\text{s}$, was auf die Ergebnisse praktisch keinen Einfluss hat und damit vernachlässigt wird.

Die Signalqualität unterscheidet sich für die drei Signale erheblich. Das Referenzsignal ist nur mit einem etwa 20 cm langen Kabel direkt an das Oszilloskop angeschlossen. Die Kamera ist mit einem 30 m langen Koaxial-Kabel verbunden, an dessen Ende ein T-Stück in das Oszilloskop abzweigt. Der Laser Tracker ist ebenfalls über ein 30 m langes Kabel angeschlossen, welches jedoch insgesamt 6 Litzen³⁹ führt und nicht über das normale Maß hinaus geschirmt ist. Neben einer Abzweigung zum Oszilloskop ist das Kabel ebenfalls an die alte dSPACE-Karte angeschlossen, welche in den Input-Modus geschaltet ist. Insbesondere das Signal des Laser Trackers weist daher Störeinflüsse auf, die untersucht werden müssen. Die Triggerschwelle des Laser Trackers wird im Handbuch nicht ganz eindeutig beschrieben. Eine logische „0“ liegt demzufolge ab weniger als 1,5 V an, während eine Spannung von 2,5 V einer logischen „1“ entspricht. Es wird aber nicht explizit erwähnt, ob dies auch die Schwelle ist und da 2,5 V ein eindeutiges Signal repräsentieren sollen, ist davon auszugehen, dass der Grenzwert noch darunter liegt. Laut Kuphaldt [7] liegen die Schwellwerte für TTL-Signale bei 0,8 V bzw. 2 V. Das Platteau in der Laser Tracker-Spannung (Abb. 7.9) ab etwa $0,7 \mu\text{s}$ ist bei einer Spannung von 3,1 V und liegt damit eindeutig im Bereich

³⁹Während einer Messperiode sind, bis auf das Clock-Signal, alle Spannungen konstant

einer logischen „1“. Der Verlauf vorher ist streng monoton steigend und sollte damit ebenfalls kein Problem für die Signalinterpretation im Laser Tracker darstellen. Der Laser Tracker meldet zudem während der Messläufe keine „Time violation“, was bedeutet, dass innerhalb von 10 ms nie mehr als ein Triggersignal registriert wird⁴⁰. Die Verwendung des Laser Tracker-Triggers über TTL ist damit unter den gegebenen Rahmenbedingungen in Ordnung. Die Qualität des Kamerasignals ist in jedem Fall ausreichend für die Signalübertragung, da es sich während der steigenden Flanke streng monoton verhält.

7.12.2 Uhrendrift und -jitter

Den Uhrendrift, wie auch den Jitter habe ich bestimmt, indem das dSPACE über einen längeren Zeitraum sekundlich Laser Tracker-Messungen triggert. Dieser nimmt entsprechende Messungen auf und versieht sie mit einem Zeitstempel. Die eigentlichen Positionen sind uninteressant und werden daher verworfen, während die Zeitstempel analysiert werden. Sollten die Uhren vom Laser Tracker und dSPACE weder einen Drift noch einen Jitter zueinander haben, dann müssten die Zeitstempel in exakten Sekundenschritten inkrementiert werden.

Über einen Zeitraum von 3158 s, also knapp einer Stunde, ergibt sich ein gemittelter Uhrendrift von $5,37 \mu\text{s}/\text{s}$, die der Laser Tracker langsamer läuft als das dSPACE-Timing-Board. Dieser Wert liegt innerhalb des üblichen Bereichs, der laut Laser Tracker-Handbuch [1] bis zu $20 \mu\text{s}$ betragen kann. Zudem sind die Messperioden der Experimente selten länger als 2 bis 3 Minuten, woraus folgt, dass der Laser Tracker eine knapp eine Millisekunde kürzere Periode misst als das dSPACE.

Der Jitter ist hingegen aufgrund der Genauigkeit der ausgegebenen Daten schwer einzuschätzen. Die Werte werden auf sechs Kommastellen gerundet und sind damit in Mikrosekundenaufösung verfügbar. Die Periodendauer zwischen den Messungen ist nie mehr als $6 \mu\text{s}$ und nie weniger als $5 \mu\text{s}$, womit der Jitter sicher unterhalb $0,87 \mu\text{s}$ liegt⁴¹. Die Vermutung liegt nahe, dass dieser Wert tatsächlich noch weit darunter liegt, da selbst bei einem einstündigen Experiment kein einziger Ausreißer aufgetreten ist. Es ist deshalb schwierig hier eine sinnvolle Interpretation des Ergebnisses anzustellen, aber zumindest ist sicher, dass die Uhren nicht außergewöhnlich schlecht funktionieren.

⁴⁰Bei einer Triggerperiode von mindestens 100 ms, die benötigt wird um Datenverlust bei der Kamera zu vermeiden

⁴¹Die Zahl ergibt sich aus den Nachkommastellen des Drifts, also $0,37 \mu\text{s}$ und zusätzlich einer halben Mikrosekunde, ab der die ausgegebene Dauer auf $4 \mu\text{s}$ abgerundet werden würde

8 Abschluss

8.1 Fazit

In dieser Arbeit wurde ein Verfahren zur Latenzbestimmung untersucht, das auf den Grundlagen der Sine-Fitting-Method von Steed [9] basiert. Durch die Modifikationen ist es möglich die Latenz zwischen einer Kamera oder ähnlichen Sensoren und einem Laser Tracker-System zu bestimmen. Auf dieser Basis können die Triggerzeitpunkte von Folgeexperimenten so manipuliert werden, dass die Verzögerung zwischen den Auslösungen der jeweiligen Messungen stark reduziert wird.

Insgesamt übertreffen die Ergebnisse meine Erwartungen. Die Mittelwerte zwischen Robustheitstests und Referenzdatensätzen liegen in keinem der Experimente mehr als $9\ \mu\text{s}$ auseinander. Die größten Abweichungen finden sich zudem in den Experimenten, von denen relativ wenig Datensätze vorliegen. Die Ergebnisse einzelner Durchläufe liegen nie mehr als $84\ \mu\text{s}$ von dem Mittelwert entfernt, sodass die Latenz theoretisch mit einem einzigen Experiment bis auf weniger als $\pm 0,1\ \text{ms}$ genau bestimmt werden kann. Durch die Einstellung der Triggerparameter konnte die Latenz auf $-4\ \mu\text{s}$ bzw. $6\ \mu\text{s}$ reduziert werden. Mit Hilfe der Latenzmessungen bei variierten Belichtungszeiten konnte zudem ein mathematischer Zusammenhang zwischen der Latenz und der Belichtungsdauer ermittelt werden. Dieser weist überraschenderweise eine Steigung auf, die etwas über $0,5\ \text{ms/ms}$ liegt. Die Latenz liegt also etwas über der Hälfte der Belichtungszeit, wobei der Abstand mit steigender Belichtungsdauer ebenfalls linear ansteigt.

Ein Experiment, das ich besonders hervorheben möchte, ist der statische Test, da er eine wesentlich bessere Einschätzung der Genauigkeit der Methodik ermöglicht, als es bei Steed der Fall ist. Die Ergebnisse dieser Tests liegen im Mittel bei $7\ \mu\text{s}$. Dies ist die ermittelte Latenz bei exakt gleichen Pendelpositionen während der Aufnahme von Kamera- und Laser Tracker-Messungen⁴², welche entsprechend möglichst nah an Null liegen sollte. Mit $7\ \mu\text{s}$ ist der Fehler deutlich kleiner als die Streuung der übrigen Ergebnisse, womit systematische Fehler in der Auswertung praktisch ausgeschlossen sind. Neben den hervorragenden Ergebnissen zeichnet diese Methode sich auch dadurch aus, dass die komplette Messstrecke verwendet wird. Bei Steed hingegen wird die Kameraoptik, die Eigenschaften des Monitors und ähnliches nicht berücksichtigt, da er lediglich computergenerierte Bilder mit einem Rauschen versieht. Die Anwendung der statischen Tests lässt sich prinzipiell auch mit Steeds Versuchsaufbau realisieren.

⁴²Für die Auswertung bedeuten gleiche Positionen den gleichen Aufnahmezeitpunkt und damit keine Latenz zwischen der Signalerfassung beider Geräte

Als begrenzender Faktor hat sich bei den Experimenten erwiesen, dass die Belichtungszeiten der Kamera durch die schnelle Bewegung recht kurz sein müssen, um eine akzeptable Bildqualität zu erreichen (vgl. Abb. 7.5 auf Seite 67). Hier wäre es vorteilhaft gewesen eine höhere Flexibilität im Versuchsaufbau zu haben. Bei einer (durch den Roboter) bewegten Kamera mit fixiertem Zielobjekt wäre es beispielsweise möglich gewesen, die Verfahrensgeschwindigkeit zu reduzieren und im Gegenzug die Belichtungsdauer weiter zu erhöhen. Die weiteren Experimente lassen sich mit dem gewählten Versuchsaufbau jedoch einwandfrei realisieren.

Weiterhin sind für manche Testszenarien, im speziellen die statischen Tests, relativ wenig Datensätze vorhanden. Dies liegt hauptsächlich daran, dass insbesondere die statischen Tests viel Zeit in Anspruch nehmen und viele unterschiedliche Experimente durchgeführt wurden, um ein möglichst umfassendes Gesamtbild zu erhalten. Zudem wären noch einige weitere Experimente denkbar, darunter Tests mit unterschiedlichem Fokus oder veränderter Blende der Kamera, die zugunsten der übrigen Versuche nicht berücksichtigt wurden.

8.2 Ausblick

Für weitere Untersuchungen bieten sich zum Einen die bereits vorgeschlagenen Experimente⁴³, sowie umfangreichere statische Tests an, zum Anderen auch Variationen des Versuchsaufbaus. Dazu könnten die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse zum Beispiel, analog zu Steed, mit denen eines aktiv beleuchteten Pendels verglichen werden. Es wäre zudem denkbar das Konzept dahingehend zu erweitern, dass der Roboter für die Bewegung genutzt wird. Zu diesem Zweck schlage ich eine Kombination aus Variante 2 und 4 vor (Abschnitt 2). Indem der Roboter die Kamera aktiv bewegt und das „Pendel“ dafür fixiert wird, lassen sich einige wichtige Vorteile erzielen. Auf der einen Seite lässt sich somit die Bewegung genauer durch eine Funktion beschreiben (bzw. die Robotertrajektorie an eine Funktion anpassen), zum Anderen ermöglicht dies auch frei wählbare Verfahrensgeschwindigkeiten und damit zum Beispiel längere Belichtungszeiten. Zudem existiert in diesem Fall „keine“ Reibung und die Experimente lassen sich bei Bedarf wesentlich genauer wiederholen als dies beim Pendelversuch möglich ist⁴⁴.

Weiterhin kann die Triggerausgabe angepasst werden, sodass der Laser Tracker öfter ausgelöst wird als die Kamera. Dies ermöglicht den maximalen Nutzen aus dem Laser Tracker zu ziehen, ohne dabei Datenverlust bei der Bilderfassung der Kamera

⁴³Variation der Kameraeinstellungen, zum Beispiel die Blende/der Gain (als gegenläufige Parameter) oder der Fokus

⁴⁴Das Pendel muss zum Beispiel von Hand angestoßen werden

in Kauf nehmen zu müssen. Letztendlich liegen somit mehr Daten vor, mit denen die Ebenenregression und auch die Funktionsanpassung der Laser Tracker-Messungen durchgeführt werden kann. Dabei muss lediglich darauf geachtet werden, dass der Laser Tracker ein ganzzahliges vielfaches öfter getriggert wird als die Kamera, um die gleiche Zeitbasis herstellen zu können. Alternativ kann das dSPACE als gemeinsame Basis genutzt werden, um alle Zeitstempel festzulegen (auch die des Laser Trackers).

Abbildungsverzeichnis

1.1	Geländemodell	1
1.2	Scheinwerfer	1
1.3	KUKA-Roboter	2
1.4	Kamera	2
1.5	T-Mac	3
1.6	Laser Tracker	3
3.1	Fadenpendel	13
3.2	Stabpendel (Reflektor)	14
3.3	Stabpendel (Aufhängung)	14
3.4	Schematische Skizze des Versuchsaufbaus (Draufsicht)	15
3.5	Versuchsaufbau	16
4.1	Laborübersicht mit schwingendem Pendel	18
4.2	Koordinatensystem der Pendelebene	19
4.3	Kalibrationsschachbrett mit Koordinatensystem	20
5.1	Skizzierte Darstellung der Beschleunigung eines reibungsfreien Pendels	29
5.2	Schematisches Ablaufdiagramm der Latenzbestimmung	32
5.3	Visualisierung der Abstandsberechnung zur Sinusregression	37
5.4	Ebenenprojektion	43
6.1	Reflektor mit Batterie und LED für eine aktive Beleuchtung	51
6.2	Unsymmetrische Beleuchtung — Übersicht	52
6.3	Unsymmetrische Beleuchtung — Detailansicht	53
7.1	Position des Fadenpendels im statischen Experiment	60
7.2	Position des Stabpendels im statischen Experiment	61
7.3	Position der Pendel im dynamischen Experiment (Draufsicht)	62
7.4	Einfluss der Amplitude auf die Messergebnisse	63
7.5	Bildqualität bei 0,5 ms, 5 ms und 10 ms Belichtungszeit	67
7.6	Einfluss der Belichtungszeit auf die Latenz	67
7.7	Einfluss der Belichtungszeit auf den Offset	68
7.8	Abweichung zwischen Mittelwert und Extremwert (Betrag)	70
7.9	Mit dem Oszilloskop gemessene Triggersignale	71

Tabellenverzeichnis

2.1	Bewertung der vorgestellten Herangehensweisen zur Latenzmessung	10
4.1	Grundlegende Definition der verwendeten Einheiten	17
7.1	Ermittelte Latenzen bei variierteter Lampenposition	57
7.2	Ermittelte Latenzen bei variierteter Kameraposition	58
7.3	Ermittelte Latenzen bei statischen Tests	60
7.4	Ermittelte Latenzen in Abhängigkeit des Pendels	61
7.5	Einfluss der Kreisparameter auf die Latenz	64
7.6	Ermittelte Latenzen bei erzwungener zusätzlicher Latenz	66
7.7	Ermittelte Latenzen bei angepassten Triggerparametern	69

Literatur

- [1] Leica Geosystems AG. emScon TPI – Programmers Manual. 2011. URL <http://www.leica-geosystems.de>.
- [2] W. Benenson und H. Stöcker. *Handbook of Physics*. Handbook of Physics. Springer, 2002. ISBN 9780387952697. URL <https://books.google.de/books?id=c60mCxGRMR8C>.
- [3] Willow Garage. Opencv 2.4.9.0 documentation. http://docs.opencv.org/modules/features2d/doc/common_interfaces_of_feature_detectors.html#simpleblobdetector. Abgerufen: 02.03.2015.
- [4] E. Hering, R. Martin, und M. Stohrer. *Physik für Ingenieure*. Engineering Online library. Springer, 2007. ISBN 9783540351481. URL <https://books.google.de/books?id=13yfBgAAQBAJ>.
- [5] N. Herrmann. *Höhere Mathematik: für Ingenieure, Physiker und Mathematiker*. Oldenbourg Lehrbücher für Ingenieure. Oldenbourg, 2007. ISBN 9783486584479. URL <https://books.google.de/books?id=rEJbL6ijm3oC>.
- [6] T. Huck, A. Westenberger, M. Fritzsche, T. Schwarz, und K. Dietmayer. Precise timestamping and temporal synchronization in multi-sensor fusion. In *Intelligent Vehicles Symposium (IV), 2011 IEEE*, 2011.
- [7] Tony Kuphaldt. *Lessons In Electric Circuits, Volume IV – Digital*. Lessons In Electric Circuits. Open Book Project, 2012. ISBN 1907653112. URL http://www.allaboutcircuits.com/vol_4/chpt_3/10.html.
- [8] Hexagon Metrology. Systemspezifikationen für mobile KMG⁴⁵ - Leica Absolute Tracker AT901 und Leica T-Produkte. 2013. URL <http://www.leica-geosystems.de>.
- [9] Anthony Steed. A simple method for estimating the latency of interactive, real-time graphics simulations. 2008.

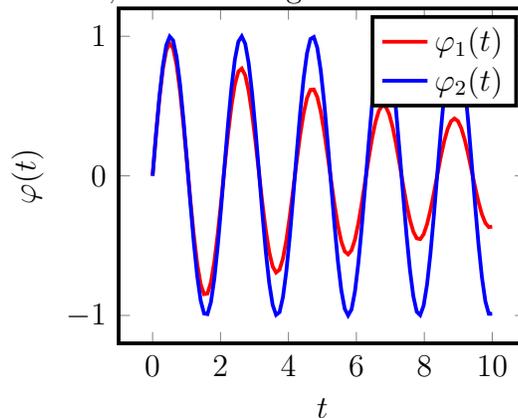
⁴⁵Koordinatenmessgerät

Anhang

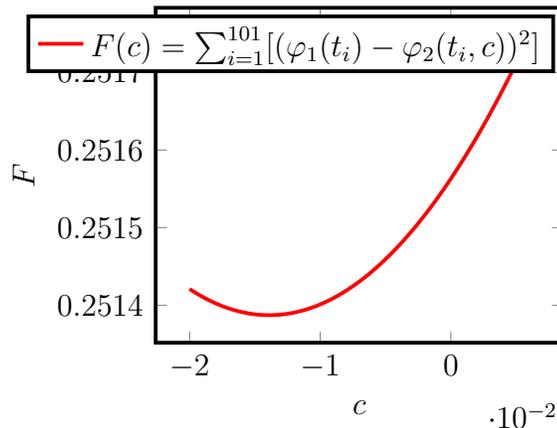
A Rechenbeispiele

Beispiel 1: Phasenverschiebung durch Dämpfung

Reibung führt dazu, dass die zugrundeliegende Sinuskurve deformiert wird. Unter Berücksichtigung des quadratischen Fehlers verändern sich daher die Phasenparameter, was die Latenzberechnung verfälscht. Der folgende Plot zeigt zwei Funktionen, die sich lediglich durch die Dämpfung unterscheiden.



Dabei ist in beiden Funktionen auf Basis von Gleichung (5.22) auf Seite 30 für dieses Beispiel $a = 0.17$ (entspricht knapp $\pm 10^\circ$ Schwingungsamplitude), $b = 3$, $c = 0$ und $d = 0$. Die Funktion $\varphi_1(t)$ wurde zudem mit dem Term e^{-kt} multipliziert, der die geschwindigkeitsproportionale Dämpfung modelliert und letztendlich zu Gleichung (5.26) führt. Dabei wurde $k = 0,1$ /s gewählt. Für die Untersuchung der Phase wird zudem der Parameter c in $\varphi_2(t)$ variiert, sodass für die Betrachtung der quadratische Abstand der beiden Funktionen zueinander in Abhängigkeit von c ermittelt werden kann. Zu diesem Zweck werden 101 gleichmäßig verteilte Stützstellen gewählt, an denen die Funktionswerte $\varphi_1(t_i)$ und $\varphi_2(t_i)$ ($i = 1..101$) voneinander subtrahiert und anschließend quadriert werden. Der folgende Plot zeigt die Summe F dieser Fehler in Abhängigkeit der Variablen c .



Zu beobachten ist, dass der Einfluss von c in dem betrachteten Zeitrahmen insgesamt relativ klein ist, aber dennoch eindeutig ein Minimum bei $c = -0,0139$ vorweist. Das entspricht einer Verschiebung der Kurve um $\Delta t = \frac{\Delta c}{b} = \frac{0 - (-0,0139)}{3/s} \approx 4,6$ ms. Die Lage des Minimums variiert abhängig von den gewählten Parametern b und k , sowie der Länge des Betrachtungszeitraumes.

Beispiel 2: Frequenzunterschied

Die Periode einer Sinuskurve wiederholt sich immer dann, wenn das Produkt aus b und t ein ganzzahliges vielfaches von 2π ist ($b * t = 2\pi * n$). Bei einer angenommenen Abweichung der beiden bestimmten Frequenzen (Kamera und Laser Tracker) von 0,01 % zueinander wirkt es sich bereits kritisch aus, zu welchem Zeitpunkt die Latenz berechnet wird. Die beschriebene Gleichung lässt sich jeweils für den Laser Tracker, wie auch für die Kamera bilden, wobei b per Definition unterschiedlich ist und entweder n oder t variiert werden muss. In diesem Fall ist eine unterschiedliche Zeitangabe sinnvoll, da so die Zeit bis zum Erreichen einer bestimmten Periode ermittelt werden kann und am Ende eine Zeitdifferenz steht. Die beiden daraus entstandenen Gleichungen $b_{LT} * t_{LT} = 2\pi * n$ und $b_C * t_C = 2\pi * n$ lassen sich gleichsetzen, da die rechte Seite equivalent ist. Aus der eingangs gestellten Bedingung von 0,01 % gilt zudem, dass $b_C = 1.0001 * b_{LT}$ ist.

$$b_{LT} * t_{LT} = 1.0001 * b_{LT} * t_C \quad (\text{A.1})$$

$$t_{LT} = 1.0001 * t_C \quad (\text{A.2})$$

woraus folgt, dass die Zeit der Kameramessungen bis zum Erreichen einer beliebigen Periode 0,01 % länger ist als die der Laser Tracker-Messungen. Daher

ist unter den angenommenen Rahmenbedingungen davon auszugehen, dass das $\Delta\Delta t$, also die Variation der berechneten Latenzen, 0,1 ms/s beträgt.

Beispiel 3: Verteilung der Funktionswerte einer Sinuskurve

Eine Sinuskurve erreicht den Wert 0,9 nach $\arcsin(0.9) = 1,120$ rad. Bis zum Maximum der Funktion sind dies weitere $\approx 0,451$ rad. Bezogen auf eine viertel Periode befindet sich die Funktion folglich $\frac{0,451 \text{ rad}}{\pi/2} \approx 0,287 = 28,7\%$ bei Funktionswerten größer oder gleich 0,9.

Beispiel 4: Pendelgeschwindigkeit

Die maximale Geschwindigkeit des Pendels ist gemäß der Gleichungen (6.2) und (6.4) aus dem Produkt der Parameter a , b und l zu ermitteln. Die Winkelgeschwindigkeit b ist fest mit der Fadenlänge l verknüpft, sodass sich nur die Amplitude einzeln verändern lässt. In gewissen Grenzen ist dies eine Möglichkeit die maximale Geschwindigkeit des Pendels zu reduzieren oder zu erhöhen. In diesem Beispiel soll daher untersucht werden, welchen Einfluss die Fadenlänge auf die Pendelgeschwindigkeit hat.

$$T = 2 * \pi * \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{2 * \pi}{b} \quad (\text{A.3})$$

$$b = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad (\text{A.4})$$

$$v = a * b * l \quad (\text{A.5})$$

$$v = a * \sqrt{\frac{g}{l}} * l = a * \sqrt{g * l} \quad (\text{A.6})$$

Die allgemein bekannte Gleichung für die Periodendauer eines Fadenpendels Gleichung (A.3) wird dafür gleich der Periodendauer der Sinusschwingung gesetzt, sodass ein Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit b und der Fadenlänge l ermittelt werden kann (Gleichung (A.4)). Dieser lässt sich in Gleichung (A.5) einsetzen, sodass Gleichung (A.6) folgt. Direkt ersichtlich ist der proportionale Zusammenhang zwischen der Schwingungsamplitude a und der Pendelgeschwindigkeit. Soll allerdings die Geschwindigkeit reduziert werden, ohne die Amplitude zu verkleinern, so muss die Fadenlänge manipuliert werden.

Bei einer Verlängerung des Fadens reduziert sich zwar die Schwingungsdauer, die maximale Geschwindigkeit erhöht sich (ausgehend von einer konstanten Amplitude) jedoch. Es wäre daher zu überlegen nicht den maximalen Winkel konstant zu lassen, sondern die Auslenkungsstrecke. Gemäß der Näherung für kleine Winkel ist $\tan(x) = x$, wodurch die Amplitude bei doppelter Fadenlänge und gleicher Auslenkungsstrecke in etwa halbiert wird. Wird die Amplitude mit der zusätzlichen Fadenlänge verrechnet, so ergibt sich eine Reduktion der Geschwindigkeit um etwa $\approx 29\%$.

Bei einer festgelegten Amplitude lässt sich die Geschwindigkeit jedoch nur verringern, indem die Fadenlänge reduziert wird. Beides zusammen führt letztendlich zu einer reduzierten Auslenkungsstrecke. Eine Halbierung der Fadenlänge führt ebenso wie die erste Variante zu einer Reduktion der maximalen Pendelgeschwindigkeit von $\approx 29\%$.

Es ist somit in einem kleinen Rahmen möglich Einfluss auf die Pendelgeschwindigkeit zu nehmen, wobei die größte Auswirkung durch den proportionalen Zusammenhang der Amplitude und der Geschwindigkeit zu erzielen ist. Eine Veränderung der Fadenlänge lohnt sich hingegen wenig und führt letztendlich ebenfalls zu einer reduzierten Ausschlagstrecke oder einem kleineren Ausschlagwinkel.

B Ableitungen

B.1 Gedämpfte Oszillation

Für die verschiedenen Berechnungsschritte, in der die Schwingungsgleichung verarbeitet wird, muss Gleichung (5.26) praktisch nach allen Variablen und Parametern

(abgesehen von e) abgeleitet werden.

$$\varphi(t) = a * e^{-kt} * \sin(b * t + c) + d \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = a * e^{-kt} * (b * \cos(b * t + c) - k * \sin(b * t + c)) \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = a * e^{-kt} * ((k^2 - b^2) * \sin(b * t + c) - 2 * b * k * \cos(b * t + c)) \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial a} = e^{-kt} * \sin(b * t + c) \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial b} = a * t * e^{-kt} * \cos(b * t + c) \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial c} = a * e^{-kt} * \cos(b * t + c) \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial d} = 1 \quad (\text{B.7})$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial k} = -a * t * e^{-kt} * \sin(b * t + c) \quad (\text{B.8})$$

B.2 Kreisregression

Die Kreisregression erfolgt über die Lage des Mittelpunktes, sowie den Kreisradius. Der Abstand vom Kreis wird in Gleichung (5.44) beschrieben und hier noch mal wiederholt.

$$f(M_x, M_y, r) = \left(\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2} - r \right)^2 \quad (\text{B.9})$$

Die drei partiellen Ableitungen ergeben sich anhand der Kettenregel der Differentialrechnung.

$$\frac{\partial f}{\partial M_x} = \frac{2 * (M_x - P_x) * \left(\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2} - r \right)}{\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2}} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{\partial f}{\partial M_y} = \frac{2 * (M_y - P_y) * \left(\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2} - r \right)}{\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2}} \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = -2 * \left(\sqrt{(M_x - P_x)^2 + (M_y - P_y)^2} - r \right) \quad (\text{B.12})$$

B.3 Abstand zwischen Funktion und Punkt

B.3.1 Vertikaler Abstand

$$D = (\varphi(t_i) - \psi_i)^2 \quad (\text{B.13})$$

Wird die Funktion $\varphi(t) = e^{-kt} * a * \sin(b * t + c) + d$ eingesetzt, so ergeben sich folgende partielle Ableitungen für den Abstand D .

$$\frac{\partial D}{\partial a} = e^{-kt} * \sin(b * t + c) * 2 * D \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} = a * t * e^{-kt} * \cos(b * t + c) * 2 * D \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{\partial D}{\partial c} = a * e^{-kt} * \cos(b * t + c) * 2 * D \quad (\text{B.16})$$

$$\frac{\partial D}{\partial d} = 2 * D \quad (\text{B.17})$$

$$\frac{\partial D}{\partial k} = -a * t * e^{-kt} * \sin(b * t + c) * 2 * D \quad (\text{B.18})$$

Da es sich bei dem Winkel ψ um einen konstanten Summanden handelt, der mit keinem der Parameter multipliziert wird, entsprechen die Ableitungen denen von $\varphi(t)$ (Gleichungen (B.4) bis (B.8)).

B.3.2 Kleinster Abstand zwischen Funktion und Punkt

Zur Bestimmung des kleinsten Abstandes von der Funktion $\varphi(t)$ zum Punkt Ψ bei einem gegebenen Parametersatz a, b, c, d, k wird der Satz des Pythagoras verwendet. Durch die Iteration wird die Stelle t_j so bestimmt, dass dieses Kriterium erfüllt wird.

$$D = (\psi_i - \varphi(t_j))^2 + (t_i - t_j)^2 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{\partial D}{\partial t_j} = -2 * \varphi'(t_j) * (\psi_i - \varphi(t_j)) - 2 * (t_i - t_j) \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t_j^2} = -2 * \varphi''(t_j) * (\psi_i - \varphi(t_j)) + 2 * \varphi'^2 + 2 \quad (\text{B.21})$$

Die entsprechenden Ableitungen von φ befinden sich in den Gleichungen (B.2) und (B.3)

B.3.3 Abstand nach Pythagoras

$$D = (\psi_i - \varphi(t_j))^2 + (t_i - t_j)^2 \quad (\text{B.22})$$

Die Funktion ist für die übergeordnete Iteration⁴⁶ abhängig von den Variablen a, b, c, d und k . Zur Übersichtlichkeit werden die Parameter im Folgenden nicht explizit genannt, sofern der Wert gegenüber dem aktuellen Zustand nicht verändert wurde. $D(a + 10^{-9})$ steht also für $D_t(a + 10^{-9}, b, c, d, k)$. Mit Hilfe der Gleichungen (B.20) und (B.21) wird für jeden Parametersatz (a, b, c, d, k) die Konstante t_j bestimmt. t_i ist durch den Messzeitpunkt gegeben, sodass die partiellen Ableitungen für die Jacobi–Matrix berechnet werden können.

$$\frac{\partial D}{\partial a} \approx \frac{D(a + 10^{-9}) - D(a - 10^{-9})}{2 * 10^{-9}} \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial D}{\partial b} \approx \frac{D(b + 10^{-9}) - D(b - 10^{-9})}{2 * 10^{-9}} \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial D}{\partial c} \approx \frac{D(c + 10^{-9}) - D(c - 10^{-9})}{2 * 10^{-9}} \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{\partial D}{\partial d} \approx \frac{D(d + 10^{-9}) - D(d - 10^{-9})}{2 * 10^{-9}} \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial D}{\partial k} \approx \frac{D(k + 10^{-9}) - D(k - 10^{-9})}{2 * 10^{-9}} \quad (\text{B.27})$$

C CD–Inhalte

Tabelle

Diese Tabelle enthält die wichtigsten Informationen nahezu aller ausgewerteten Experimente. Über Filter lassen sich nicht relevante Reihen ausblenden.

Langzeitexperiment, keine Ausreißerererkennung

Dieses Experiment liegt nicht in der Tabelle vor, da diese ausschließlich mit aktivierter Ausreißerererkennung erstellt wurde. Neben den aufgenommenen Bilddaten, den daraus identifizierten Pendelpositionen und den Laser Tracker–Messungen liegen in der Datei „MasterSineFitting.csv“ die wichtigsten Daten vor.

Beispielexperiment 10000ns Belichtung Fadenpendel

Dieses Experiment liegt in der Tabelle vor, soll aber die detaillierte Datenauswertung darstellen. Insbesondere kann die Bildqualität mit der einer kürzeren Belichtungszeit

⁴⁶Die untergeordnete Iteration ist in Anhang B.3.2 beschrieben

verglichen werden.

Beispielexperiment 500ns Belichtung Fadenpendel

Dieses Experiment liegt in der Tabelle vor, soll aber die detaillierte Datenauswertung darstellen. Insbesondere kann die Bildqualität mit der einer längeren Belichtungszeit verglichen werden.