

Übungsblatt 2

Abgabe: 9.5.06 - 12.5.06

Aufgabe 1 (Kombinatorik)

Punkte: 3+3

a) Ein Zufallszahlengenerator erzeugt mit Ziffern aus $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ Ziffernblöcke der Länge 4. Geben Sie die Wahrscheinlichkeiten für folgende Ereignisse an.

- alle Ziffern verschieden
- genau zwei Ziffern gleich
- genau zwei Paare gleicher Ziffern
- genau drei Ziffern gleich
- alle Ziffern gleich

Berechnen Sie zur Kontrolle die Summe aller obigen Wahrscheinlichkeiten.

b) Ein Computersystem ist durch ein Passwort geschützt. Das Passwort hat eine Länge von 4, 5 oder 6 Zeichen und wird aus einem 10-elementigen Zeichensatz gebildet. Jeder Benutzer hat maximal 3 Versuche ein korrektes Passwort einzugeben, danach wird das System abgeschaltet.

- Wieviele Passwörter sind insgesamt möglich
- Ein Hacker versucht durch willkürliches Ausprobieren das System zu knacken. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit dass er das Passwort im 1. Versuch errät. Wie hoch ist sie im 2. Versuch und wie hoch im 3. Versuch. Wie hoch ist insgesamt die Wahrscheinlichkeit, dass er das System nicht knacken kann.

Begründen Sie Ihre Antworten.

Aufgabe 2 (Erwartungswert)

Punkte: 3

Eine Spielbank bietet ein Spiel an, bei dem mit 2 Würfeln gewürfelt wird. Fallen zwei 6er, bekommt der Spieler 10 Euro, fällt nur eine 6 bekommt er 2 Euro. In allen anderen Fällen bekommt er kein Geld. Wie hoch ist der durchschnittlich zu erwartende Gewinn.

Aufgabe 3 (Pi-Berechnung)

Punkte: 2

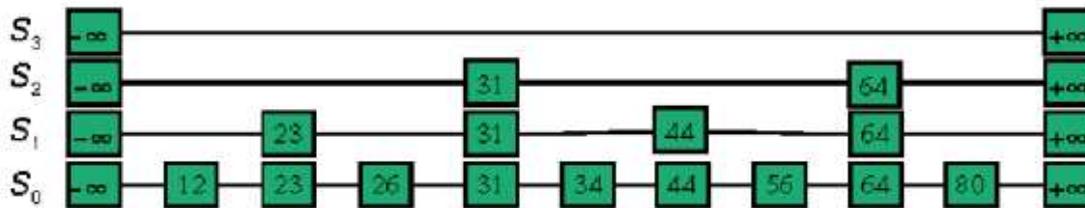
Ein Zufallszahlengenerator (Gleichverteilung) gibt Paare von Zufallszahlen $x \in [0, 1) \times [0, 1)$ aus. Sei

$$A := \{(x, y) \in [0, 1) \times [0, 1); x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Ein Ereignis (d.h. Generieren einer Zufallszahl x) wird als Erfolg gewertet gdw $x \in A$. Inwiefern lässt sich durch relative Häufigkeiten des "Erfolgs" ein Verfahren zur näherungsweisen Berechnung von π definieren. Implementieren Sie das Verfahren in Python. Solch ein Verfahren nennt man Monte-Carlo-Verfahren.

Aufgabe 4 (Skip-Listen)

Punkte: 2+3



a) Geben Sie die Länge der Suchpfade für die Elemente 78, 12 und 62 an. Fügen Sie die Elemente 17, 30 und 32 ein, wenn der Zufallszahlengenerator die Folge 0.32, 0.54, 0.82, 0.35, 0.21, 0.43, 0.72 ausgibt.

b) Implementieren Sie Skip-Listen in Python (insert, delete, search). Sie können den Quellcode aus der Vorlesung verwenden. Führen Sie Ihre Skip-Listen mit verschiedener Anzahl an Einträgen $n \in \{2^i, i = 5, \dots, 12\}$ und maximalen Höhen $h \in \{0, \dots, 12\}$ aus. Für die Einträge können Sie z.B. die Werte zwischen 0 und $n - 1$ wählen. Schreiben Sie eine Routine, die jeweils die mittlere Länge eines Suchpfades experimentell bestimmt. Geben Sie diese aus. Welchen Wert erwarten Sie für die Höhe 0? Bei welcher Höhe erwarten Sie jeweils die Minima?

Aufgabe (Bonus-Aufgabe)

Punkte: keine

Ein Showmaster präsentiert seinem Kandidaten drei Tore. Hinter zwei der drei Tore befindet sich eine Niete, hinter dem Dritten befindet sich der Hauptgewinn.

Der Kandidat darf ein Tor auswählen. Der Showmaster deckt eines der beiden anderen Tore auf. Es befindet sich eine Niete darin. Nun hat der Kandidat noch einmal die Gelegenheit das Tor zu wechseln.

Soll der Kandidat das Tor wechseln oder bei seiner bisherigen Wahl bleiben? Begründen Sie Ihre Antwort ausführlich.