Stack und Queue

- Grundlegender Datentyp
- Menge von Operationen (add, remove, test if empty) auf generischen Daten
- Ähnlich wie Listen, aber mit zusätzlichen Einschränkungen / Vereinfachungen:
  - Einfügen immer nur am Kopf der Liste
  - Löschen auch nur an einem Ende (2 Möglichkeiten!)

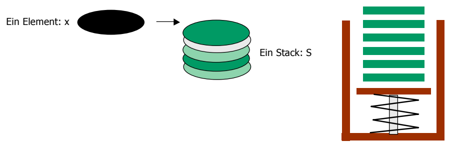
- Stack
  - Entferne das Objekt, das zuletzt hinzugefügt wurde
  - Daher auch: LIFO = *"last in first out"*
  - Analog: Cafeteriabehälter, surfen im Web.
  - „ Die letzten werden die ersten sein."

Pop-A-Filter

- Queue
  - Entferne das Objekt, das zuerst eingefügt wurde
  - Daher auch: FIFO = *"first in first out"*
  - Analog: Registrar's line.
  - „Wer zuerst kommt, malt zuerst" („first come, first serve")

Stack

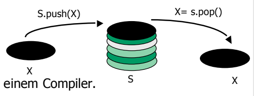
- deutsch: Stapel, Kellerspeicher
- Zunächst: abstrakte Datenstruktur, Container-Datentyp
- Elemente können einfügt und wieder entfernt werden
- direkter Zugriff nur auf das zuletzt eingefügte Element *(last in first out)*



Grundlegende Operationen

`pop()`	liefert zuletzt auf den Stack gelegtes Element und löscht es
`push( X )`	legt ein Element X auf den Stack
`isEmpty()`	Ist der Stack leer?
`peek()`	liefert zuletzt auf den Stack gelegtes Element ohne Löschen

- Anwendungen.
  - Surfen im Web mit einem Browser.
  - Implementierte Funktionsaufrufe in einem Compiler.
  - Parsen.
  - PostScript Sprache für drucker.
  - Reverse Polish calculators.



- Anzahl Operationen nicht minimal:
  - Eigentlich reichen push() und pop()

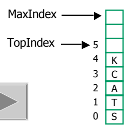
    ```
    X = S.peek()
    ```

    ist äquivalent zu:

    ```
    X = S.pop()
    S.push(X)
    ```
  - `peek()` ist aber effizienter und wird häufig benötigt
- weitere Operationen
  - `isFull()`: true, falls kein Element mehr auf den Stapel paßt
  - `clear()`: entfernt alle Elemente vom Stack

Stack Implementation (Array)

- Implementierung eines Stacks mit Hilfe eines Arrays.
  - `s = array, N = #` Objekte auf dem Stack.
  - `push`: speichere Objekt in `s[N]`
  - `pop`: entferne ein Objekt aus `s[N-1]`



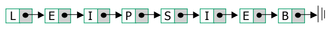
- Fehlerbehandlung:
  - `pop()` für leeren Stack und `push()` für vollen Stack erzeugen Fehler
- Ist in Python praktisch schon vorhanden durch die entspr. Listen-Methoden.

Wie vergrößert man ein Array geschickt?

- Problem: im voraus nicht bekannt, wie groß das Array sein soll
- Also: zunächst ganz kleines Array erzeugen, dann *Resize*-Operation
- Erste Idee: Jedesmal, wenn Array voll,
  1. Neues Array erzeugen mit Größe $N+c$
  2. Elemente vom alten Array ins neue Array umkopieren
  3. Altes Array freigeben
- Nachteil: Daten werden bis zu $\frac{N^2}{2c}$ Mal umkopiert!
- Beweis: Sei N Maximal-Größe des Arrays "am Ende"
  - Resize-Operation passiert N/c Mal
  - Bei Resize Nr i werden $i\,c$ viele Elemente kopiert
  - Zusammen: $\sum_{i=1}^{N/c} i \cdot c \approx \frac{N^2}{2c}$

- Bessere Idee:
  - Verwende die *repeated doubling* Strategie oder *doubling technique*
  - Wenn Array zu klein, führe Resize-Operation mit neuer Größe $2N$ aus
- Behauptung: Daten werden nur noch bis zu $2N$ Mal umkopiert
- Beweis:
  - Resize-Operation passiert nur noch $d = \lceil \log N \rceil$ Mal
  - Bei Resize Nr i werden 2^i viele Elemente kopiert
  - Zusammen: $\sum_{i=1}^{d} 2^i = 2^{d+1} - 1 \approx 2N$
- Bem.: STL's `vector` implementiert diese Strategie (Python sicher auch `;-)`)

Implementierung mit Liste



- `push()` fügt ein Element am Kopf der Liste hinzu
- `pop()` entfernt erstes Element (am Kopf) der Liste
- `isFull()` nicht sinnvoll (bzw. liefert immer den Wert `false`)

- Vorteil
  - Speicherbedarf für Stack häufig nicht bekannt
  - bei Array muß max. Speicherplatz festgelegt werden, oder Resize
- Nachteil:
  - Mehr Verwaltungsaufwand
  - Mögl.weise nicht *"cache friendly"*

Exkurs: Wichtiges OOD-Prinzip

- *Information hiding*:
  - Klasse (hier Stack) gibt nur Schnittstelle (API = application programmer's interface) preis
    - Hier: `push()`, `pop()`, `peek()`, …
  - Versteckt interne Implementierungsdetails
    - Hier: Liste oder Array, doppelt oder einfach verkettet, mit Resize oder ohne, …
  - Versteckt außerdem interne Daten
    - Hier: Head- und Tail-Zeiger, gibt es Cursor oder nicht, Anzahl-Zähler oder nicht, …
- Vorteil: man kann interne Implementierungsdetails ändern, ohne daß Anwendungsprogramme von Stack etwas merken (außer mögl.weise Laufzeit)!
- Eines der wichtigsten Merkmale von OOP (genauer: OOD)

Python-Code

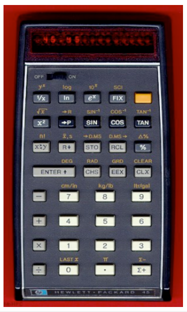
```
class Stack:
   def __init__( self ):
       self.s = []
       self.N = 0           # wir verwalten Stack-Größe selbst,
                            # zu "Demo"-Zwecken (wäre nicht nötig
   def isEmpty(self):       # in Python)
       return N == 0

   def push(self, item):
       if N >= len(s):
          s.extend( len(s) * [None] )      # Länge verdoppeln
       s[N] = item
       N += 1

   def pop(self):
       if N == 0:
          return None       # Error-Code wäre besser
       N -= 1
       return s[N+1]
```

Erzeugt Liste der Länge len(s) mit None initialisiert

An Ancient Calculator



HP 45.

Preis Im Jahr 1973: $395.

(Das entspricht $1600 im Jahr 2002.)

Was fehlt auf der Tastatur?

Beispiel-Anwendung für Stack: Postfix-Auswertung

J. Lukasiewicz (1878-1956)

- Postfix-Ausdrücke:
  - auch genannt: umgekehrte polnische Notation (UPN; RPN = *reverse polish notation*)
  - Aufbau von Ausdrücken: Erst die Operanden, dann der Operator
- Beispiel:
  - Infix-Notation: (2+4)! / (11+4) ⇒
  - Postfix-Notation: 2 4 + ! 11 4 + /
- Abarbeitung von Postfix-Ausdrücken: verwende Stack von Int's
  - der Ausdruck wird von links nach rechts gelesen
  - ist das gelesene Objekt ein Operand, wird es mit push() auf den Stack gelegt
  - ist das gelesene Objekt ein Operator, der n Parameter benötigt (ein n-stelliger Operator), wird er auf die n obersten Elemente des Stacks angewandt. Das Ergebnis ersetzt die n Elemente.

- Systematische Art, die Zwischenergebnisse zu speichern und Klammern zu vermeiden
- Beispiele:

```
% postfix.py
1 2 3 4 5 * + 6 * * +
6625       Infixausdruck: (1+(((2*((3+(4*5))*6)))

% postfix.py
7 16 16 16 * * * 5 16 16 * * 3 16 * 1 + + +
30001      Wandle 7531 von hexadezimal in dezimal um

% postfix.py
7 16 * 5 + 16 * 3 + 16 * 1 +
30001
           Horner-Schema
```

Python Code

postfix.py

```
stack = Stack()
s = read_word()
while s != "":
   if s == "+":
      stack.push( stack.pop() + stack.pop() )
   elif s == "*"
      stack.push( stack.pop() * stack.pop() )
   else
      stack.push( int(s) )
   s = read_word()

print stack.pop()
```

Infix → Postfix

- Aufgabe: Konvertierung Infix- nach Postfix-Notation
- Algorithmus:
  - Linke Klammern: ignorieren
  - Rechte Klammern: pop und print
  - Operator: push
  - Integer: print

```
% ./infix.py
( 2 + ( ( 3 + 4 ) * ( 5 * 6 ) ) )
* 2 3 4 + 5 6 * * +

% infix.py | postfix.py
( 2 + ( ( 3 + 4 ) * ( 5 * 6 ) ) )
212
```

```
stack = Stack()
s = read word()
while s !="" :
   if s == "+":
       stack.push(s)
   elif s == "*":
       stack.push(s)
   elif s == ")":
       print stack.pop(), " ", # trailing comma!
   elif s == "(":
       pass                        # = NOP
   else:
       print s, " ",
```

- Postfix-Ausdrücke kommen immer noch in der Praxis vor
- Beispiele:
  - Taschenrechner (z.B. von HP, heute noch?)
  - Stackorientierte Prozessoren
  - Postscript-Dateien
- Weitere Anwendungen für Stack: Auswertung rekursiver Methoden / Funktionen
  - bei jedem rekursiven Aufruf müssen:
    - Parameter übergeben,
    - neuer Speicherplatz für lokale Variablen bereitgestellt,
    - Funktionswerte zurückgegeben werden
  - → *Stack-Frame*

Weitere Stack-Anwendung: Balancierte Klammern

- Aufgabe: Bestimme ob die Klammern in einem String balanciert sind.
  - Bearbeite jedes Zeichen, eins nach dem anderen.
    - Linke Klammer: push
    - Rechte Klammer: pop und prüfe ob es paßt
    - Ignoriere andere Zeichen
  - Ausdruck ist balanciert, wenn der Stack nach Beendigung leer ist.

String	Balanced
`( ) ( ( ) )`	`true`
`( ( ( ) ( ) ) )`	`true`
`( ( ) ) ) ( ( )`	`false`
`[ ( [ ] ) ]`	`true`
`[ [ ( ] ) ]`	`false`
`a[2*(i+j)] = a[b[i]];`	`true`

```
Left_paren  = "({["
Right_paren = ")}]"

def isBalanced(s):
  stack = Stack()
  for c in s:
     if c in Left_paren:
          stack.push(c)
     elif c in Right_paren:
         if stack.isEmpty():
            return false
         if Right_paren.find(c) != Left_paren.find(c):
            return false
  return stack.isEmpty()
```