



# Computer-Graphik II

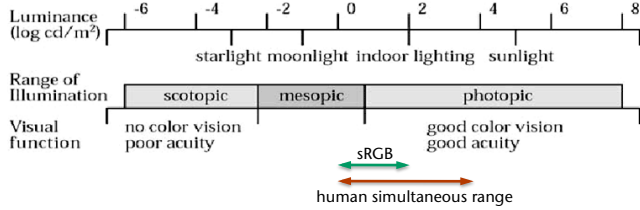
## Tone Mapping / Tone Reproduction

G. Zachmann  
Clausthal University, Germany  
[cg.in.tu-clausthal.de](http://cg.in.tu-clausthal.de)

## Motivation

- Definition:
  - Der **Dynamikbereich** (*dynamic range*) eines Bildes ist das Kontrastverhältnis zwischen dem hellsten und dunkelsten Teil
  - Der **Dynamikbereich** eines Displays bzw. optischen Sensors ist das Verhältnis der hellsten darstellbaren bzw. wahrnehmbaren Leuchtdichte zur dunkelsten
- Der Dynamikbereich des menschlichen Sehsystems (Human Visual System, HVS):



Luminance (log ccd/m<sup>2</sup>)

Range of Illumination

Visual function

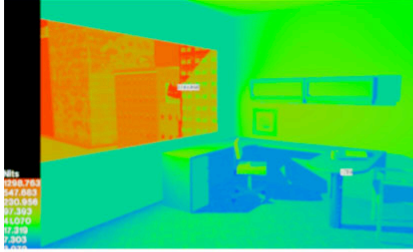

human simultaneous range

sRGB

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 2

## Quellen von High Dynamic Range Images (HDRI)


- Ray-Tracing: physikalisch korrekte synthetische Bilder
- Photographie:
  - mehrere Aufnahmen mit verschiedenen Belichtungszeiten
  - Ineinander "blenden" (benötigt kalibrierte Antwortkurve der Kamera)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 3

## Darstellung von HDR-Bildern

- Verwende entweder HDR-Displays ...
- ... oder LDR-Displays; dann benötigt man:
  - **Tone mapping/ tone reproduction** = Abbildung des potentiellen "high dynamic range" (HDR) von realen Leuchtdichten auf eine "low dynamic range" (LDR) eines Displays mit begrenzter Leuchtdichtenbandbreite.



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 4

### Informelle Darstellung des Problems

The top-left image shows a color-coded light intensity map of a room, with a legend on the left listing values: 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0. The top-right image shows a dark rendered scene of a room with a desk and a window. The bottom-left image shows the same scene with a window view of a city. The bottom-right image shows the same scene with a window view of a city and a desk.


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 5

### Naives Mapping

The graph plots normalized screen light intensity against real-world light intensity. The y-axis is labeled 'Leuchtdichte Bildschirm,  $\text{cd}/\text{m}^2$ , normiert' and has a tick mark at 1. The x-axis is labeled 'Leuchtdichten reale Welt,  $\text{cd}/\text{m}^2$ ' and has a tick mark at 'max'. A dashed box encloses the region from 0 to 1 on both axes. A solid line represents the linear mapping from 0 to max. A purple curve shows the result of 'Map exp.' and 'Clamp to 1'. A blue curve shows the result of 'Divide by max w/o light sources'. A red curve shows the result of 'Divide by max'.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 6

## Resultat des naiven Mappings



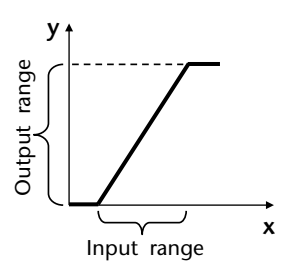
Divide by Max      Clamp to 1      Exp. mapping

G. Zachmann    Computer-Graphik 2 - SS 08      Tone Mapping    7

## Graustufentransformationen

- Betrachte zunächst reine "Punktooperationen":
  - $y = T(x)$
  - T heißt **Transferfunktion**
  - Völlig unabhängig von Nachbarpixeln
- Beispiele:

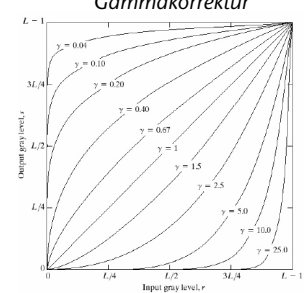
*Lineare Skalierung*



Output range

Input range

*Gammakorrektur*



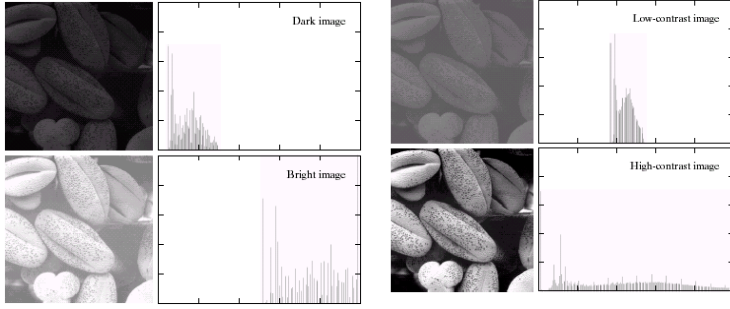
Output gray level,  $r$

Input gray level,  $r$

G. Zachmann    Computer-Graphik 2 - SS 08      Tone Mapping    8

## Das Luminanz-Histogramm

- Unbalanciertes Histogramm nutzt nicht den vollen dynamischen Wertebereich aus
- Balanciertes Histogramm ergibt ein angenehmeres Bild und gibt den Inhalt wesentlich besser wieder



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 9

- Das Histogramm eines Bildes enthält wertvolle Informationen über die Graustufen
- Es enthält **keine räumlichen** Informationen
- Alle folgenden Bilder haben exakt das gleiche Histogramm!



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 10

## Historische Randnotiz

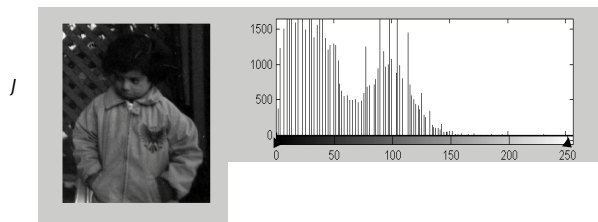
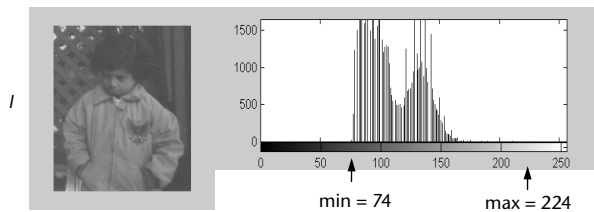
- Erstmals vorgestellt durch **Abu Yusuf Ya'qub ibn Ishaq al-Sabbah Al-Kindi** als Hilfsmittel zur Dechiffrierung des Ersetzungs-Codes
  - Heißt heute **Frequenzanalyse**
  - Durchbruch zu dieser Zeit, 850 n. Chr. [Simon Singh: The Code Book, 1999]

في سنة ثمان مائة وخمسة وعشرون من الهجرة النبوية...  
 في سنة ثمان مائة وخمسة وعشرون من الهجرة النبوية...  
 في سنة ثمان مائة وخمسة وعشرون من الهجرة النبوية...



## Histogram stretching

- Lineare Skalierung = "histogram stretching":  $J = \frac{I - I_{min}}{I_{max} - I_{min}} \cdot J_{max}$



## Interpretation des Histogramms

- Behandle Pixel als **unabhängige, gleichverteilte Zufallsvariablen** (*i.i.d. random variables = independent, identically distributed RVs*)
- Histogramm = diskrete Approximation der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (*probability density function, PDF*)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 13

## Diskrete vs. kontinuierliche Formulierung

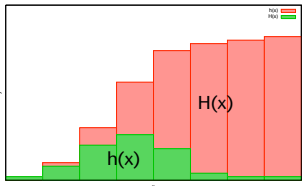
$L = \text{Anzahl Levels}$   
 $x \in 0, \dots, L - 1$   $x \in [0, 1]$

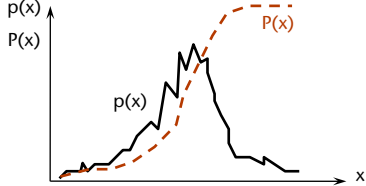
Histogramm: PDF:  
 $h(x) = \text{Anz. Pixel mit Level } x$   $p(x) = \text{“Dichte” am Level } x$

**Kumulatives Histogramm:** **Cumul. distrib. function (CDF):**

$$H(x) = \sum_{u=0}^x h(u)$$

$$P(x) = \int_0^x p(u) du$$





G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 14

- Klar ist:

$$H(L-1) = \sum_{u=0}^{L-1} h(u) = \text{Anzahl Pixel } N$$

- Deswegen wird oft  $h(x)$  bzw.  $H(x)$  mit  $\frac{1}{N}$  normiert
- Die Wahrscheinlichkeit, daß das Ereignis " $X \leq x$ " eintritt, ist

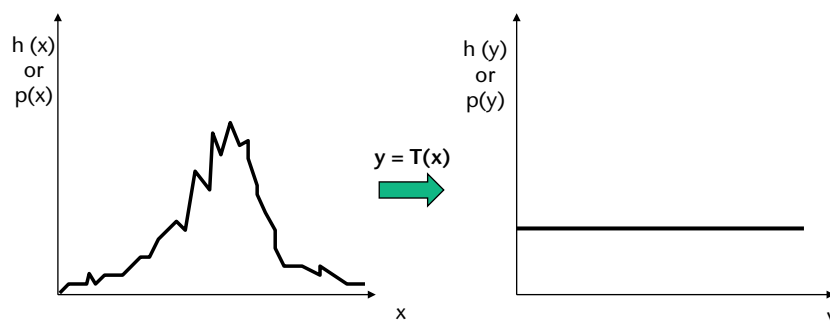
$$P[X \leq x] = P(x) = \int_0^x p(u) du$$

bzw.

$$P[X \leq x] = P(x) = \frac{1}{N} \sum_0^x h(u)$$

## Histogram Equalization

- Gegeben: eine Zufallsvariable  $X$  mit bestimmter PDF  $p_X$
- Gesucht: Funktion  $T$ , so daß die Zufallsvariable  $y = T(x)$  eine gleichverteilte PDF  $p_Y \equiv \text{const}$  hat
- Diese Transformation heißt **Histogram Equalization**





- Behauptung: die Transferfunktion
 
$$y = P(x) = \int_0^x p(u) du$$
 leistet genau diese Histogramm-Equalization

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 17

### 1. Beweisvariante

- Zu zeigen: die CDF
 
$$P_Y(y) = y$$
- Beweis durch Einsetzen:
 
$$\begin{aligned} P_Y(y) &= P[Y \leq y] \\ &= P[T(X) \leq y] \\ &= P[P_X(x) \leq y] \\ &= P[x \leq P_X^{-1}(y)] \\ &= P_X(P_X^{-1}(y)) \\ &= y \end{aligned}$$

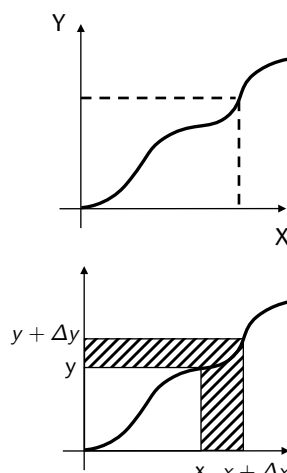
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 18

2. Beweisvariante

- Sei  $X$  eine stetige Zufallsvariable
- Sei  $Y = T(X)$  ( $Y$  ist also auch stetige ZV)
- Sei  $T$  diff'bar und monoton wachsend
- Damit existiert  $T'$  und  $T^{-1}$
- Da  $T$  alle  $x \leq s \leq x + \Delta x$  auf  $y \leq t \leq y + \Delta y$  abbildet, gilt

$$\int_x^{x+\Delta x} p_X(s) ds = \int_y^{y+\Delta y} p_Y(t) dt$$

- Für kleine  $\Delta x$  gilt also

$$p_Y(y) \Delta y \approx p_X(x) \Delta x \quad p_Y(y) \approx p_X(x) \frac{\Delta x}{\Delta y}$$


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 19

- Wenn  $\Delta x \rightarrow 0$ , dann wird die Gleichung exakt:

$$p_Y(y) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} p_X(x) \frac{\Delta x}{\Delta y} = p_X(x) \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta y / \Delta x}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T(x + \Delta x) - T(x)}{\Delta x} = T'(x)$$

- Zusammen:

$$p_Y(y) = \frac{T_X(x)}{T'(x)}$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 20

- Jetzt noch  $x = T^{-1}(y)$  einsetzen ergibt

$$p_Y(y) = \frac{p_X(T^{-1}(y))}{T'(T^{-1}(y))}$$

- Nebenresultat: wir wissen jetzt, wie man Verteilungsfunktionen umrechnen muß, wenn eine Zufallsvariable eine Funktion einer anderen Zufallsvariable ist.
- Zurück zur Histogramm-Equalization ...

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 21

- Gesucht ist  $T$ , so daß

$$p_Y(y) \equiv 1$$

- Einsetzen liefert

$$\frac{p_X(T^{-1}(y))}{T'(T^{-1}(y))} = 1$$


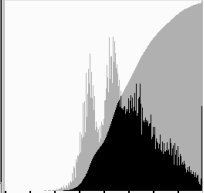
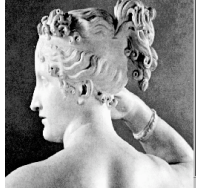

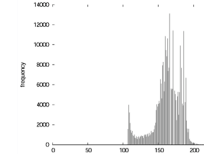



$$T'(T^{-1}(y)) = p_X(T^{-1}(y))$$

- Einsetzen von  $x = T^{-1}(y)$  liefert  $T'(x) = p_X(x)$
- Gesucht war  $T$ , also noch integrieren :

$$T(x) = \int_0^x T'(u) du = P_X(x)$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 22


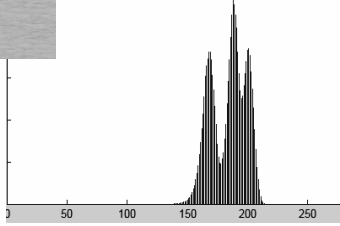
## Beispiele

Orig. Bild	Histogramm	Resultat
		
		
		

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 23

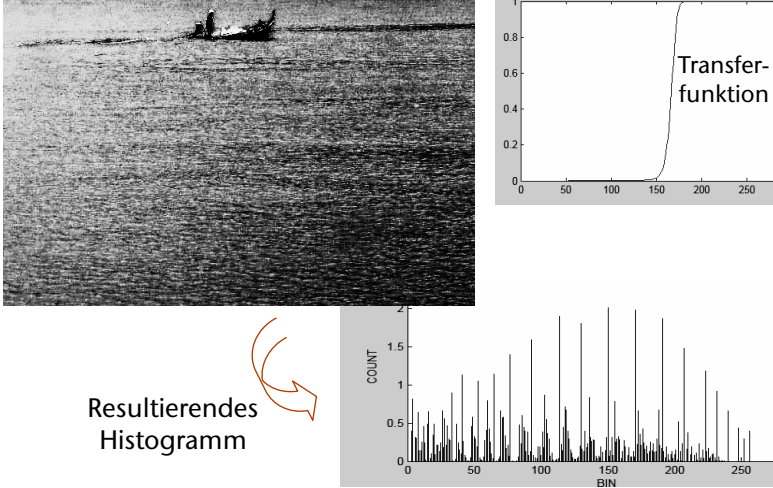
## Problem der Histogramm-Equalization

- Problem: ein schmales Histogramm

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 24

Ergebnis: unerwünschter Kontrast



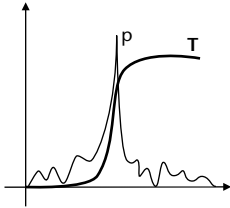
The image shows a grayscale photograph of a boat on a body of water. To the right of the image is a graph labeled 'Transferfunktion' showing a step function that is zero until approximately x=150, then rises sharply to 1. Below the image is a histogram labeled 'Resultierendes Histogramm' with 'COUNT' on the y-axis (0 to 2) and 'BIN' on the x-axis (0 to 250). The histogram shows a distribution of pixel values across the bins.

Resultierendes Histogramm

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 25

Tone Reproduction nach Ward et al. [1997]

- Problem der Histogramm-Equalization:
  - Sehr steile Abschnitte der Transferfunktion T können sichtbares Rauschen hervorrufen
- Idee: beschränke die Steigung von T
- Algo:
  1. Bestimme das Histogramm  $h$ 
    - Erinnerung  $h \approx p = T'$
  2. Clampe zu große Bins auf einen Wert  $\alpha \cdot \frac{N}{B}$ , wobei  $\alpha \approx 0.5 \dots 1.5$ ,  $N = \text{Anzahl Pixel}$ ,  $B = \text{Anzahl Bins}$
  3. Setze  $N' = \sum_{i=0}^{L-1} h(x_i)$
  4. Wiederhole ein paar Mal.



The graph shows a probability density function  $p$  (a sharp peak) and a transfer function  $T$  (a curve that rises and then levels off). The x-axis represents pixel intensity and the y-axis represents probability or count.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 26

Exkurs: Das Weber-Fechner-Gesetz [~1850]

- Experimenteller Befund:
  - Die "just noticeable difference" (JND) eines Stimulus (z.B. Gewicht) hängt von der Stärke des Stimulus ab.
  - Das Verhältnis von JND zu Stärke des Stimulus ist eine (stimulusabhängige) Konstante.
- Mathematische Formulierung:
  - Sei  $S$  der Stimulus,  $\Delta S$  die JND
  - Weber's Gesetz:
 
$$\frac{\Delta S}{S} = k$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 27

- Das Weber-Fechner-Gesetz:  
Sei  $E$  die Stärke des wahrgenommenen Sinneseindrucks von  $S$  ("gefühltes Gewicht").  
Dann ist
 
$$\Delta E = k \frac{\Delta S}{S} \qquad \frac{dE}{dS} = k \frac{1}{S}$$
- Integrieren liefert:
 
$$E = k \cdot \ln S + c$$
  - Dabei ist  $c$  eine Konstante, die den minimaler Stimulus  $S_0$  beschreibt, bei den gerade noch ein Sinneseindruck  $E \approx 0$  entsteht:
 
$$c = -k \cdot \ln S_0$$
- Zusammen:
 
$$E = k \cdot \ln \frac{S}{S_0}$$

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 28

- Im Fall des Sehnsinnes kann man es noch genauer angeben:

$$\Delta E = \begin{cases} -2.8 & , \log L < -3.9 \\ (0.4 \log L + 1.6)^{2.2} - 2.8 & , -3.9 \leq \log L < -1.4 \\ \log L - 0.4 & , -1.4 \leq \log L < -0.02 \\ (0.3 \log L + 0.7)^{2.7} - 0.7 & , -0.02 \leq \log L < 1.9 \\ \log L - 1.3 & , \log L \geq 1.9 \end{cases}$$

## Anwendung im Tone Mapping

- Annahme: zwei benachbarte Pixel im Originalbild haben gerade einen Intensitätsunterschied von der JND, also

$$\Delta L = L_1 - L_2 = J(L_1)$$

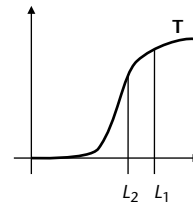
(oBdA ist  $L_1 > L_2$ )

- Gesucht ist eine Transferfunktion  $T$ , so daß diese Bedingung eine Invariante ist, also

$$T(L_1) - T(L_2) \leq T(J(L_1))$$

- Umformen:

$$p(L_1) = T'(L_1) \approx \frac{T(L_1) - T(L_2)}{L_1 - L_2} \leq \frac{J(T(L_1))}{L_1 - L_2} = \frac{J(T(L_1))}{J(L_1)}$$



- Algorithmus:

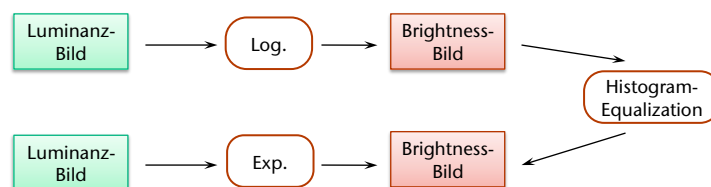
1. Berechne das Histogramm
2. Berechne das kumulative Histogramm, d.h.,  $T$
3. Clampe alle Bins, so daß

$$h(i) \leq \frac{J(T(L_i))}{J(L_i)}$$

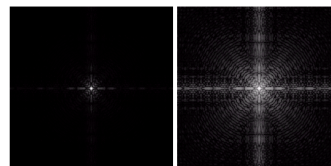
wobei  $L_i$  der Intensitätslevel von Bin  $i$  ist

4. Wiederhole ein paar Mal

- Nebenbemerkung: das Weber-Fechner-Gesetz ist auch der Grund, warum die Histogramm-Equalization bzw. das Tone-Mapping sehr oft im sog. "Log-Space" durchgeführt wird




Fourier-Spektrum  
eines Bildes  
vor und nach  
dem Log.





## Beispiel



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08

Tone Mapping 33

## Weitergehende Ideen

- Problem: diese Methode verhindert  $\Delta L > J(L)$  auch zwischen Pixeln, die **nicht** benachbart sind
  - Idee: clamp nicht das Histogramm, sondern jedes Pixel individuell unter Berücksichtigung der Nachbar-Pixel
    - Lokaler Tone-Mapping-Operator (TMO)
  - Führt wieder zu anderen Problemen (z.B. sog. "Halos")
- Weitere Beschränkungen des Human Visual Systems (HVS):
  - Blendung (glare): starke Lichtquellen in der Peripherie reduzieren Kontrastempfindlichkeit des Auges
  - Skotopisches / mesopisches Sehen: bei niedriger Luminanz nimmt die Farbempfindlichkeit stark ab
  - Ebenso nimmt räumliches Auflösungsvermögen ab
    - Könnte man im TMO ausnutzen

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08

Tone Mapping 34

## Erzeugen eines Grauwertbild-Histogramms

- Gegeben: Grauwertbild (= Textur)
- Ziel: Histogramm als 1D-Textur
  - Jedes Texel = ein Bin
- Problem: "Verteilen" auf Bins
  - Ziel-Adresse eines Fragment-Shaders ist ja fest
- Erste Idee:
  - Pro Pixel im Originalbild einen Punkt (GL\_POINT) "rendern",
  - im Vertex-Shader das entsprechende Bin ausrechnen (statt Transf. mit MVP-Matrix),
  - die "Koordinate" dieses Bins als Koordinate des Punktes setzen
- Problem:
  - Hohes Datenübertragungsvolumen CPU → GPU
  - Z.B.:  $1024^2 \times 2 \times 4$  Bytes = 8 MB zusätzlich zum  $1024^2$ -Bild

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 35

## Enter ... the Geometry Shader [Nov 2006]

- Eine dritte Shader-Art:

```

graph LR
    Host[Host Commands] -- glBegin, glEnable, glLight --> SM[Status Memory]
    SM --> VP[Vertex Processing]
    SM --> AP[Assemble Primitives]
    SM --> GP[Geometry Processing]
    SM --> ARP[Assemble And Rasterize Primitive]
    SM --> FP[Fragment Processing]
    SM --> PFO[Per-Fragment Oper.]
    SM --> FBO[Frame Buffer Oper.]
    
    TM[Texture Memory] --> GP
    TM --> ARP
    
    PPU[Pixel Pack & Unpack] --> TM
    
    FBO --> FB[Frame Buffer]
    FB --> RBC[Read Back Control]
    RBC --> Display[Display]
    
    Host -- glVertex --> VP
    Host -- glTexImage --> PPU
  
```

- Doku: [http://www.opengl.org/registry/specs/NV/geometry\\_shader4.txt](http://www.opengl.org/registry/specs/NV/geometry_shader4.txt)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 36

## Funktionsweise des Geometry Shaders

- Applikation generiert irgendwelche Primitive (Points, Lines, Triangle-Fans, etc.)
- Vertex-Shader transformiert diese (immer ein Vertex auf einmal)
- Geometry-Shader bekommt von der Assembly-Stufe Primitive
  - Nur GL\_POINTS, GL\_LINES, GL\_TRIANGLES (+ 2 weitere)
- Geometry-Shader gibt neue Primitive aus
  - Nur GL\_POINT, GL\_LINE\_STRIP, GL\_TRIANGLE\_STRIP
  - Muß nichts mit der eingegebenen Geometrie zu tun haben
  - Anzahl kann (fast) beliebig sein, ist unabhängig von der Anzahl der eingegebenen Primitive
- Typ der Input-/Output-Geometrie muß vorab festgelegt werden
- Zugriff auf OpenGL-State und Texturen wie üblich

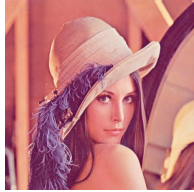
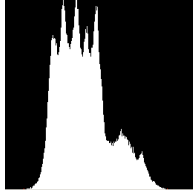
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 37

Output des Vertex-Shaders:	Input des Geometry-Shaders:	Output des Geometry-Shaders:
<code>gl_Position</code> →	<code>gl_PositionIn[]</code> →	<code>gl_Position</code>
<code>gl_Normal</code> →	<code>gl_NormalIn[]</code> →	<code>gl_Normal</code>
<code>gl_TexCoord</code> →	<code>gl_TexCoordIn[][]</code> →	<code>gl_TexCoord[]</code>
...		

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 38

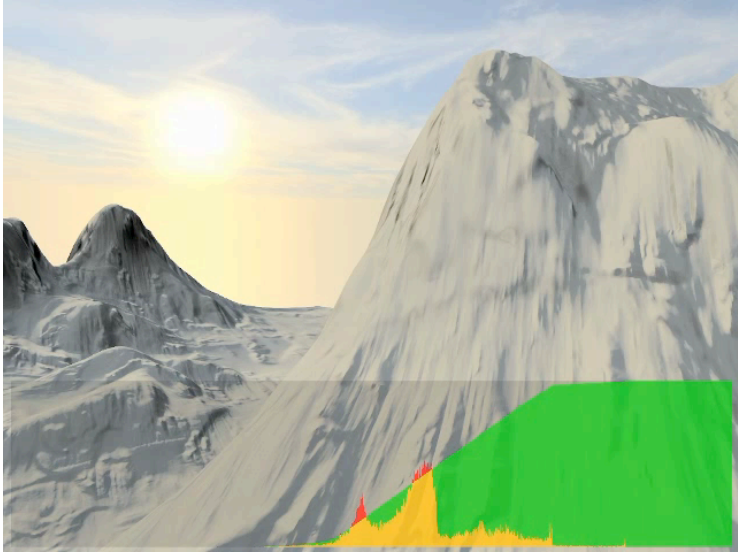
## Histogramme mit Geometry-Shader

- Ein Quad in der Applikation rendern
- Vertex-Shader ist (fast) leer
- Der Geometry-Shader ...
  - läuft durch das Bild,
  - erzeugt für jedes Pixel ein Point-Primitiv mit der x-Koordinate = Bin ,  $y=0$
- Fragment-Shader ...
  - nimmt die Points,
  - gibt Farbe (1,0,0,0) aus,
  - an der Position (x,0)
- Fragment-Operation ...
  - ist auf Blending eingestellt mit `glBlendFunc (GL_ONE ,GL_ONE) =` Akkumulation (aktuelle Karten können das auch mit FP-FBOs)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 39

## Video



Thorsten Scheuermann, Justin Henzley, 2007.  
 Graphics Product Group, Advanced Micro Devices Inc.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 40

## Berechnung der Transferfunktion auf der GPU

- Erinnerung: *parallel prefix sums* bzw. *summed area tables*


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 41

## High-Dynamic Range Imaging in der Photographie

- Waren sogar zuerst da [Charles Wyckoff, 1930-40]
- Inzwischen alles in Photoshop & Co. integriert

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 42

Beispiele



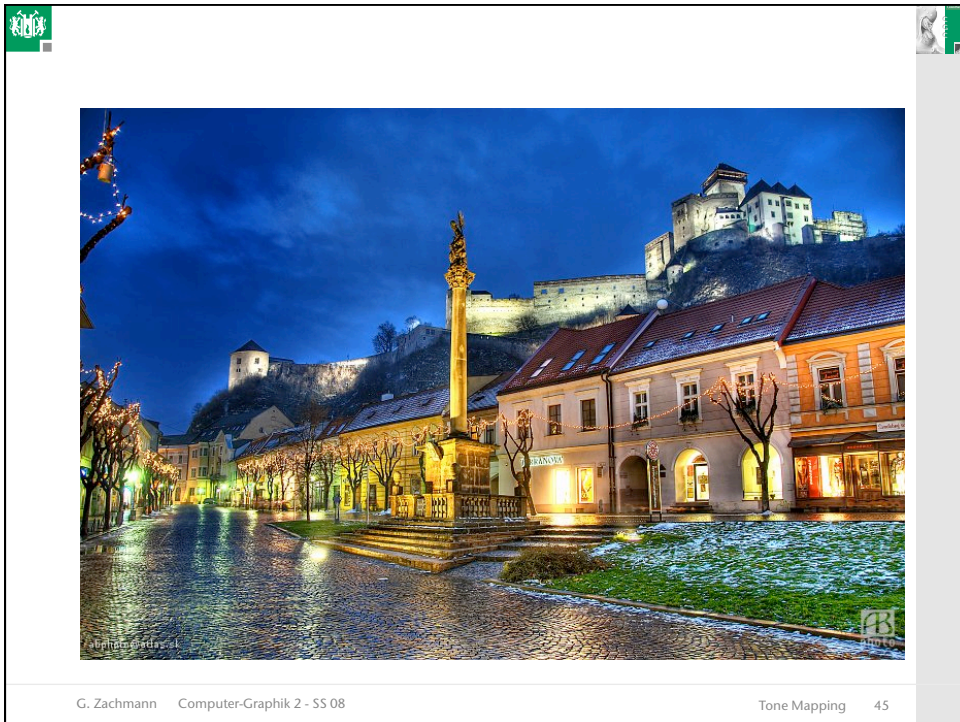
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 43

This slide features a slide number '10' in a green box at the top left and a small portrait icon in a green box at the top right. The main image is an aerial view of a city during sunset. The sky is filled with large, dark, dramatic clouds that are illuminated from below, creating a golden glow. The city below is seen from an elevated perspective, with buildings and green spaces visible. The bottom of the slide contains the text 'G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08' on the left and 'Tone Mapping 43' on the right.



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Tone Mapping 44

This slide features a slide number '11' in a green box at the top left and a small portrait icon in a green box at the top right. The main image is a nighttime view of a city skyline, likely New York City, with numerous skyscrapers illuminated with lights. The buildings are densely packed, and the lights create a bright, glowing effect against the dark sky. The bottom of the slide contains the text 'G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08' on the left and 'Tone Mapping 44' on the right.



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08

Tone Mapping 45