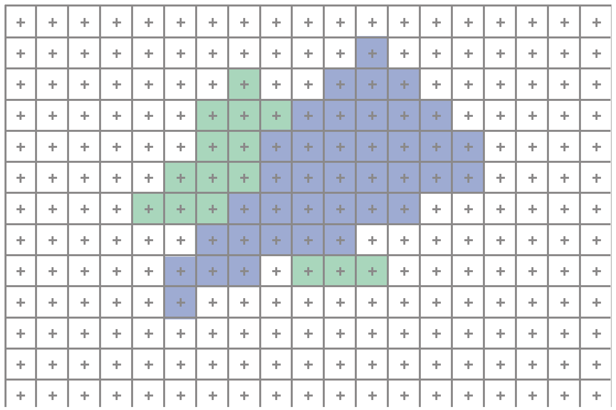
Computer–Graphik I
Polygon Scan Conversion



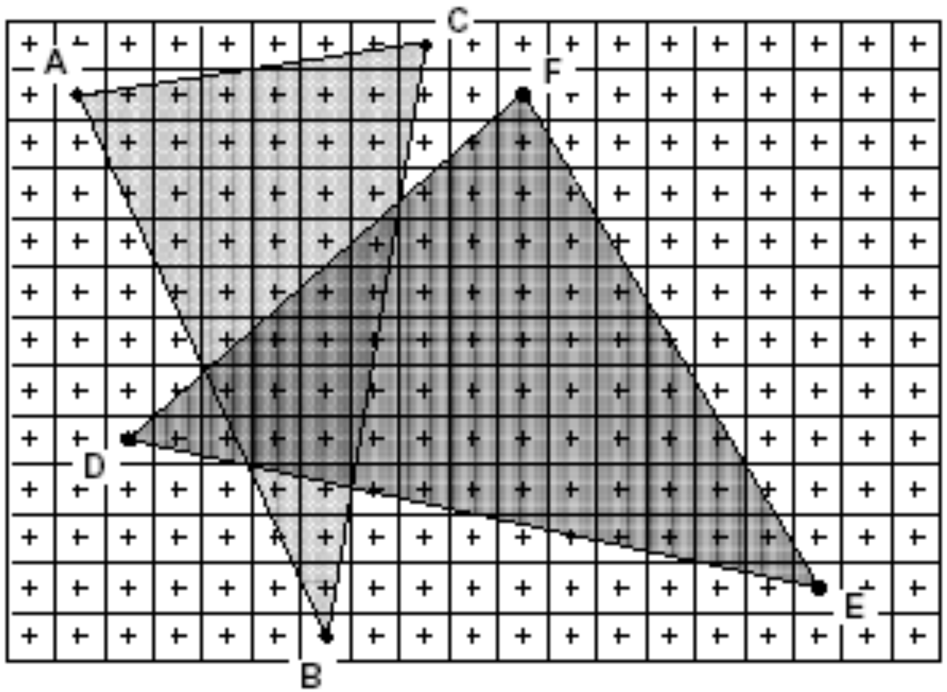
G. Zachmann

University of Bremen, Germany

cgvr.informatik.uni-bremen.de

Einordnung in die Pipeline

- Rasterisierung der Objekte in Pixel
- Ecken-Werte interpolieren (Farbe, Tiefenwert, …)



Modell Transformation

Illumination (Shading)

Viewing Transformation (Perspective / Orthographic)

Clipping

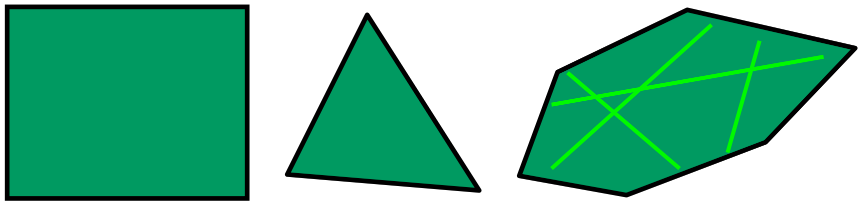
Projektion (in Screen Space)

Scan Conversion (Rasterization)

Visibility / Display

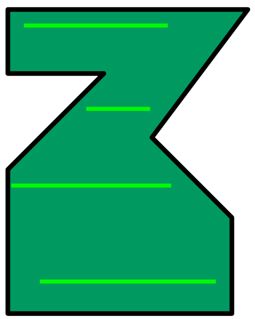
Klassifikation der Polygone

Konvex



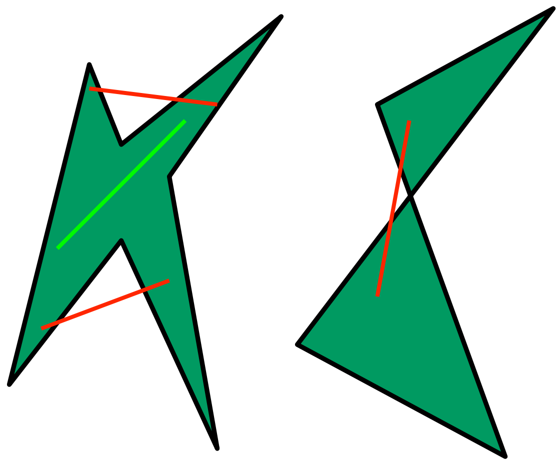
Für jedes Punktepaar in einem konvexen Polygon liegt die Verbindung auch innerhalb des Polygons

Horizontal Konvex



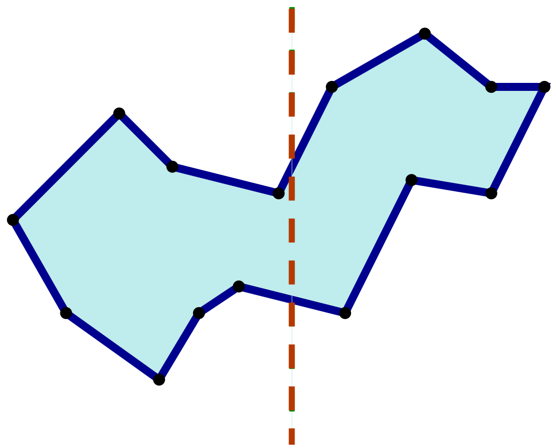
Selbe Definition, gilt hier aber nur für Punkte auf der selben horizontalen Linie

Konkav



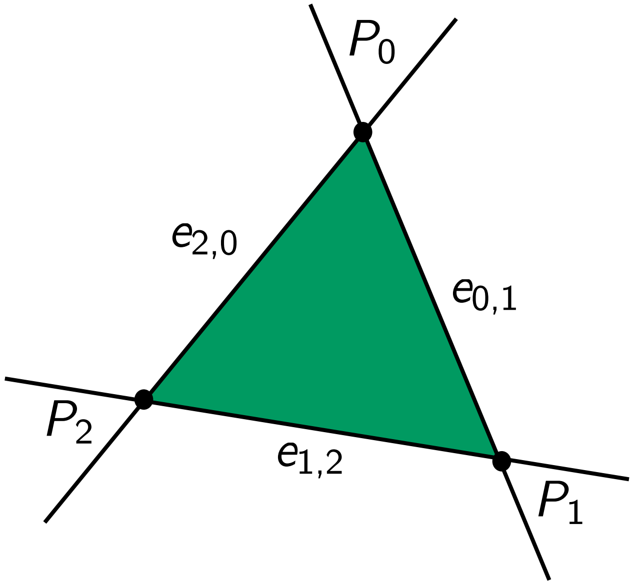
- Monotone Polygone:
  Ein Polygon heißt monoton bzgl. einer Geraden *L*,
  falls jede Gerade senkrecht zu *L* das Polygon in höchstens
  zwei Punkten schneidet.

- Beispiel:

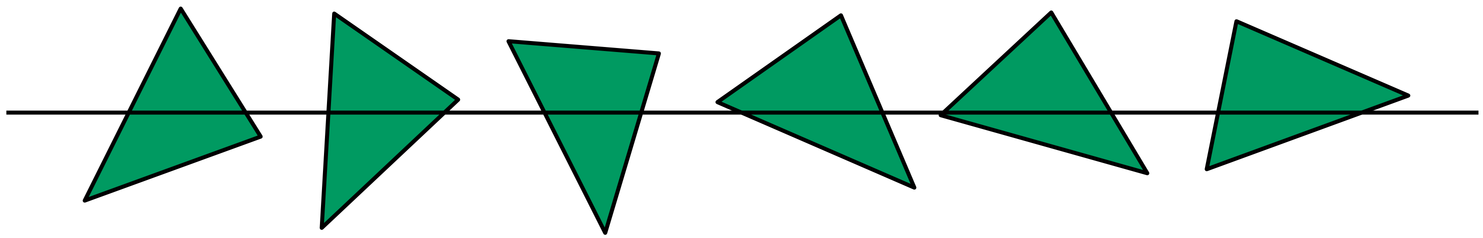


Dreiecke

- Dreiecke sind besondere Polygone
- 3D Dreiecke sind immer eben
  - 3 Punkte beschreiben eine Ebene
  - Mit weniger als 3 Punkten kann man keine Fläche beschreiben
- Dreieck = 2D–Simplex ("einfachstes" geom. Objekt, das echt 2-dim. ist)
- Somit sind Dreiecke sehr einfach (sowohl mathematisch wie auch geometrisch)



- Dreiecke sind immer konvex → egal wie man ein Dreieck dreht, es gibt nur ein Schnittintervall (= *Span)* für jede Gerade (*Scanline)*

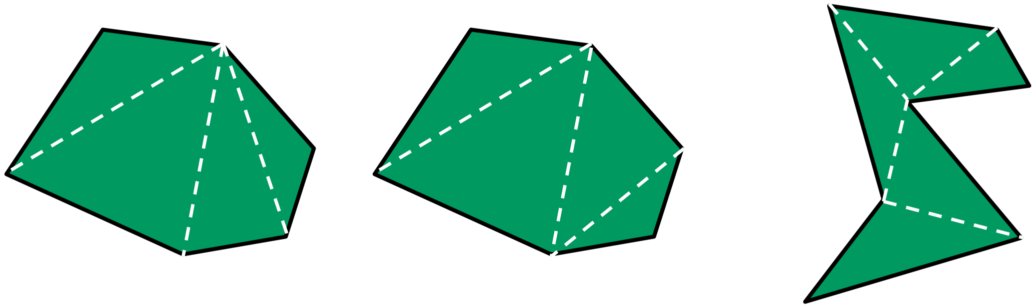


- Der Algorithmus zum Rasterisieren erzielt aus den Eigenschaften von Dreiecken Vorteile
- Deswegen
  - ist die Graphik-Hardware optimiert für Dreiecke;
  - unterteilen viele Graphikkarten konvexe Polygone in Dreiecke.
  - Einige Systeme rendern eine Linie, indem sie 2 schmale Dreiecke rendern

Triangulation

- Definition:

  Triangulierung eines Polygons = Partitionierung des Polygons ausschließlich durch innere Diagonalen und ohne zusätzliche Punkte

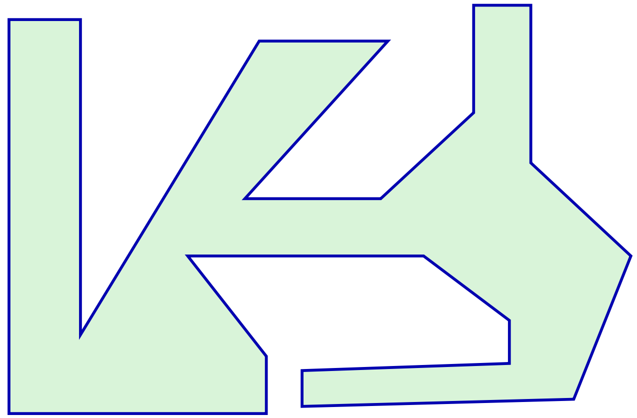


- Satz:

  Jedes beliebige Polygon kann trianguliert werden.

- Fragen:
  - Hängt die Anzahl Dreiecke von der Wahl der Diagonalen ab?

Exkurs: das *Art Gallery Theorem*

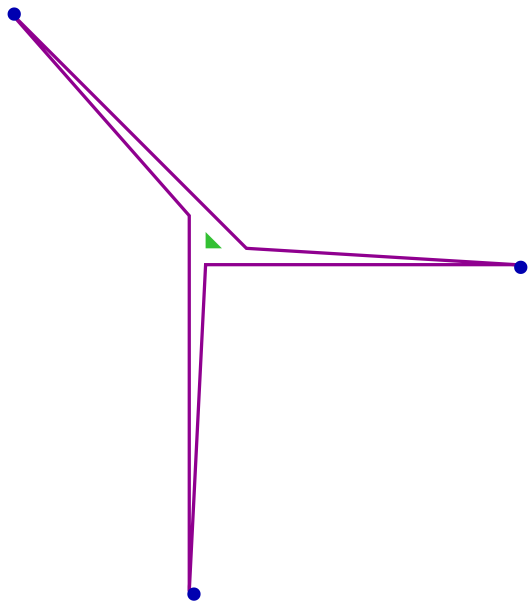


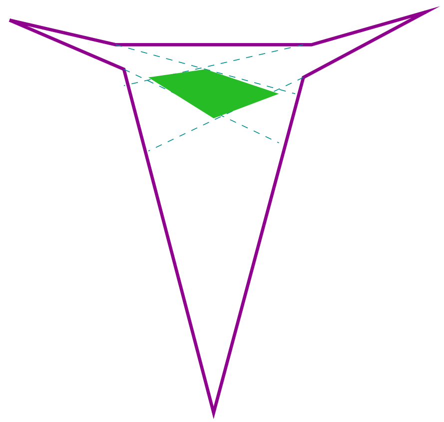
- Aufgabenstellung:
  - Gegeben ist der Grundriß (*floor plan*) einer Gallerie als einfaches Polygon mit *n* Eckpunkten
  - Jeder Wächter (*guard*) ist fest an einem Punkt stationiert und kann 360° seiner Umgebung einsehen, aber nicht durch Wände schauen
  - Frage: wieviele Wächter benötigt man?
- Satz (Beweis kommt später):

  Jede Gallery benötigt höchstens $n/3$ Guards.
- Geschichte:

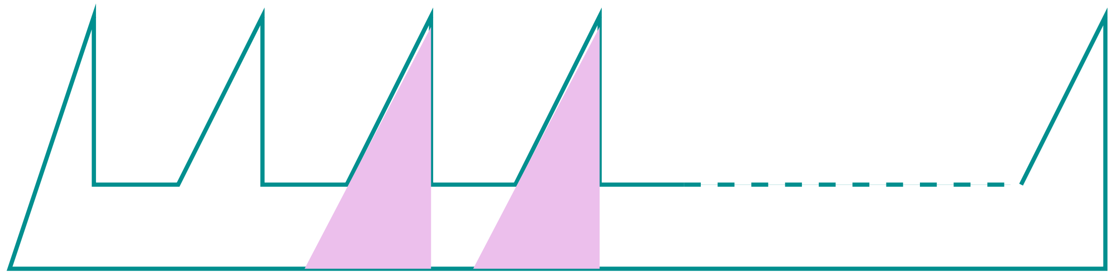
  Victor Klee stellte dieses Problem Václav Chvátal auf eine Mathem.-Konferenz 1973. Dieser fand sofort einen (sehr komplizierten) Beweis, der später mittels Triangulierung sehr vereinfacht wurde.

- Satz gibt nur obere Schranke, nicht die optimale Anzahl!
- Pathologische Fälle:



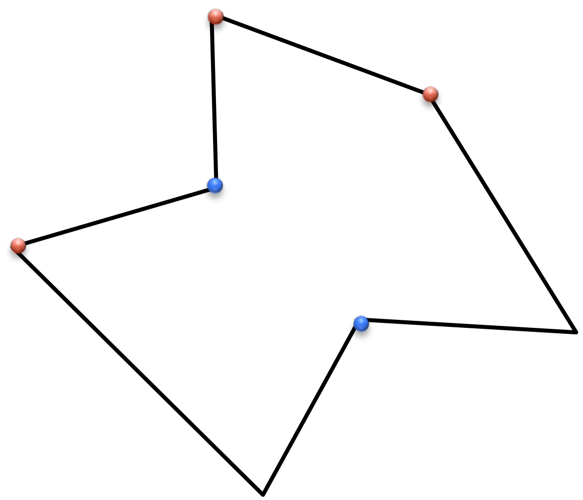


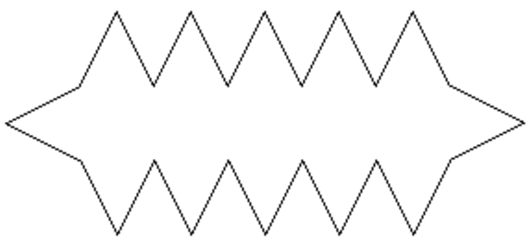
- Obere Schranke wird auch angenommen:

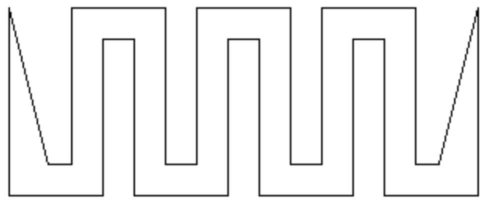


Begriffe

- Konvexer Vertex / Eckpunkt:
  Innenwinkel < 180°
- Reflex-Vertex = konkaver Vertex:
  Innenwinkel > 180°
  (= Mund)
- Ohr / Diagonale:
  $V_{i-1}V_iV_{i+1}$ heißt Ohr ⇔ Strecke $\overline{V_{i-1}V_{i+1}}$ ist komplett innerhalb des Polygons; in diesem Fall heißt $\overline{V_{i-1}V_{i+1}}$ Diagonale.
- Satz (Zwei-Ohren-Satz):
  Jedes Polygon (außer Dreiecken) hat (mindestens) 2 Ohren.

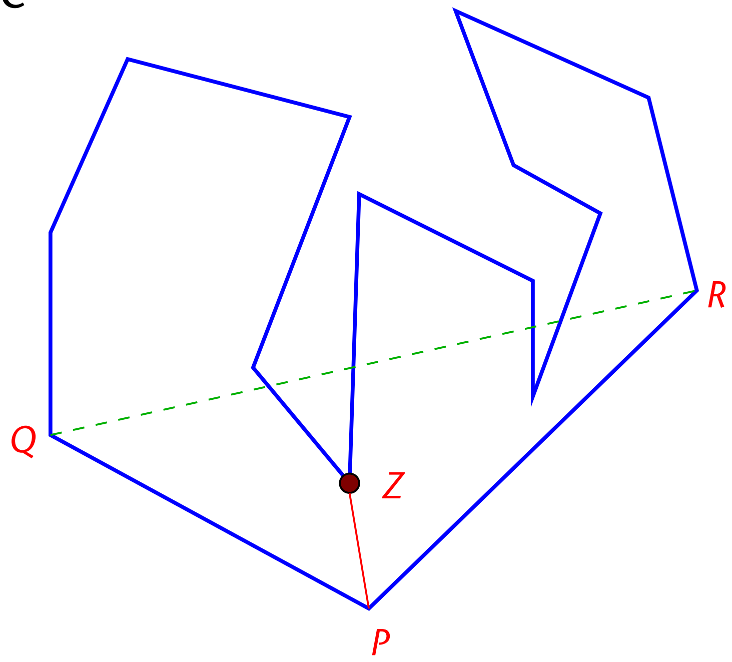






Beweis des Satzes (Jedes Pgon kann trianguliert werden)

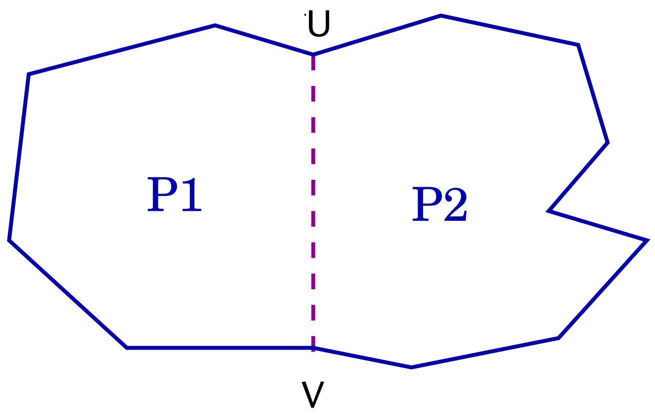
- Vereinfachung: nur einfache Polygone
- Beweis durch Induktion
  - Basisfall = Dreieck
- Induktionsschritt:
  - Wähle konvexe Ecke *P*; seien *Q* & *R* Vorgänger bzw. Nachfolger von *P*
  - Falls *QR* innere Diagonale des Polygon: → füge diese hinzu; fertig
  - Andernfalls:
    - Sei *Z* derjenige Reflex-Vertex (konkave Vertex), der am weitesten von *QR* entfernt und gleichzeitig innerhalb $\Delta\, PQR$
    - Füge Diagonale *PZ* zur Traingulierung hinzu
    - Trianguliere "linkes" und "rechtes" Teilpolygon



- Satz:

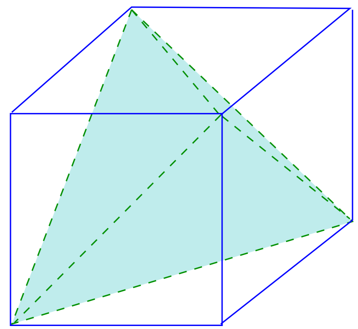
  Jede Triangulierung eines *n*-gons hat *n*-2 Dreiecke.

- Bezeichne mit $t(P)$ = Anzahl Dreiecke in irgendeiner Triangulation des Polygons P
- Beweis: mittels Induktion
- Basisfall: einzelnes Dreieck, $t(P) = 1 = 3\text{-}2$
- Induktionsschritt:
  - Wähle eine Diagonale UV in der gegebenen Triangulation
  - Diese zerlegt P in P_1 und P_2
  - $t(P) = t(P_1) + t(P_2) = n_1 - 2 + n_2 - 2$
  - Da $n_1 + n_2 = n + 2 \Rightarrow t(P) = n - 2$

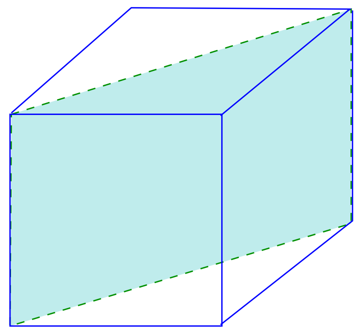


Zum Vergleich: Triangulation (= "Tetraedrisierung") in 3D

- Verschiedene Triangulierung → verschiedene Anzahl Tetraeder:

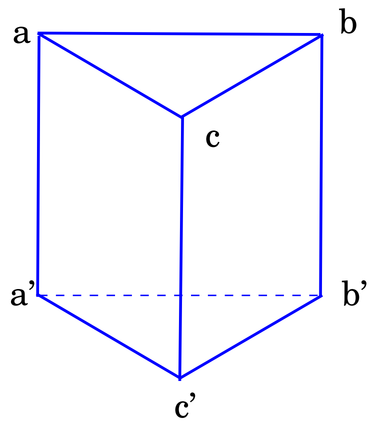


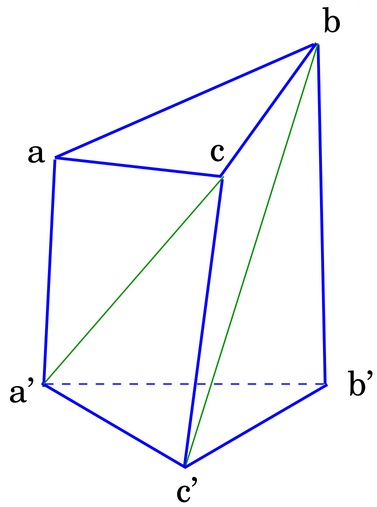
5 Tetraeder



6 Tetraeder

- Ein untriangulierbares ("un-tetraedrisierbar") Polyeder:





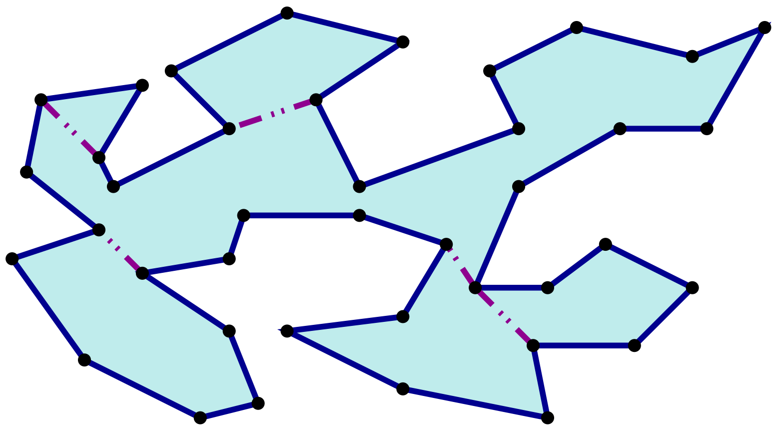
Triangulations-Algorithmen

- Einfacher Algorithmus (*ear clipping*):
  - Finde ein Ohr in $O(n)$ Zeit
  - Schneide dieses ab und wiederhole
  - Laufzeit: $O(n^2)$
- Erst 1991 fand Chazelle einen $O(n)$-Algo
  - Dieser ist aber so kompliziert, dass er völlig unpraktikabel ist ;-)

- Im Folgenden: ein einfacher $O(n \log n)$ - Algorithmus

Überblick des einfachen Algorithmus'

1. Polygon in Trapezoide zerlegen
2. Trapezoide zu x-monotonen Polygonen zusammenfassen
3. Die x-monotonen Polygone triangulieren

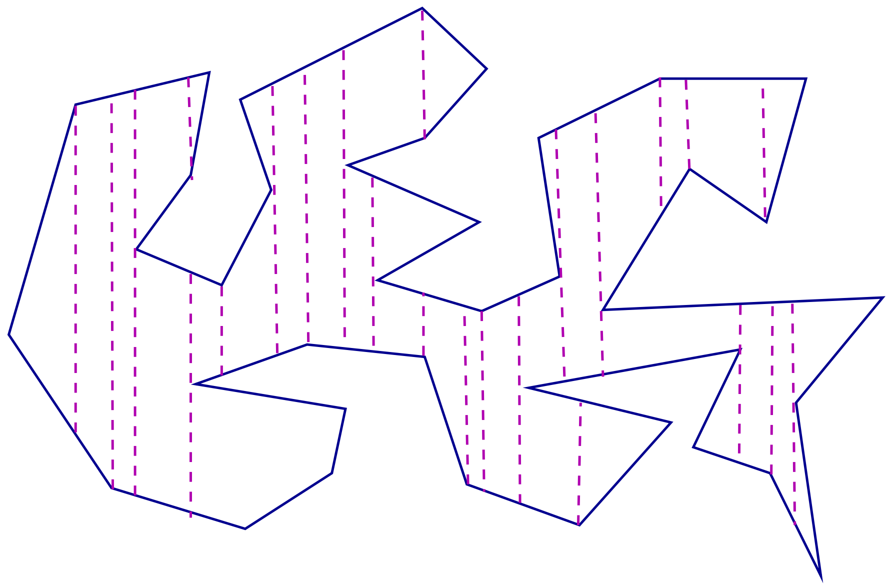


X-monotone Zerlegung

Zerlegung in Trapezoide

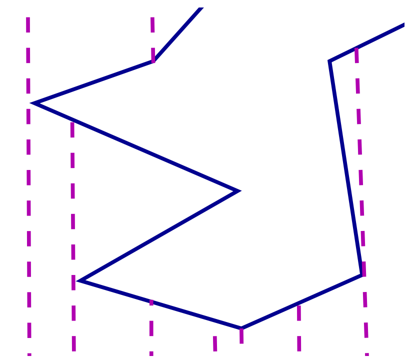
- Idee: verwende die Algorithmentechnik Line-Sweep
- Bei jedem Vertex: verlängere Linie nach oben / unten, bis eine Kante getroffen wird
- Jede Fläche dieser Zerlegung ist ein Trapezoid (das zu einem Dreieck degeneriert sein kann)
- Details: ...
  - Benötigt Segment-Tree / Intervall-Tree (s. VL "Geometrische Datenstrukturen")
- Laufzeit:

  $O(n \log n)$

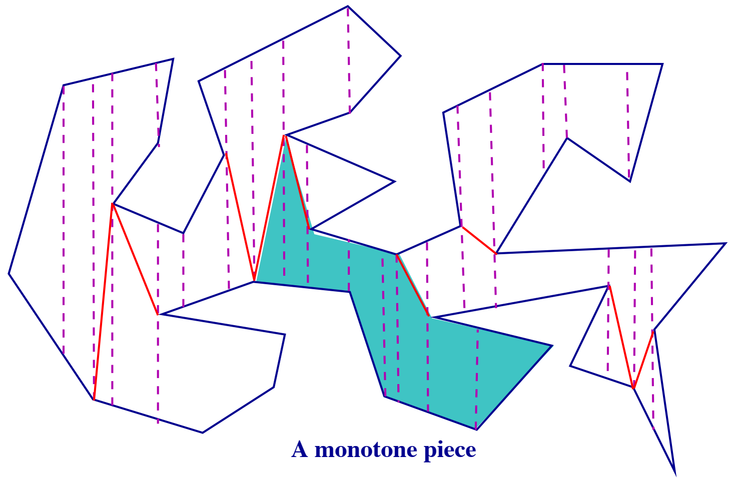


Zerlegung in x-monotone Polygone

- Bezeichnung:
  Ein Reflex-Vertex heiße linker / rechter Reflex-Vertex, falls die beiden inzidenten Kanten nach rechts / links zeigen.



- Beobachtung:
  Nicht-Monotonizität kommt genau von linken oder rechten Reflex-Ecken (nicht von anderen Reflex-Ecken)
- Idee (o. Bew.):
  Füge zu jedem linken / rechten Reflex-Vertex eine Diagonale zu der *Polygon-Ecke* seines linken / rechten Trapezoids ein



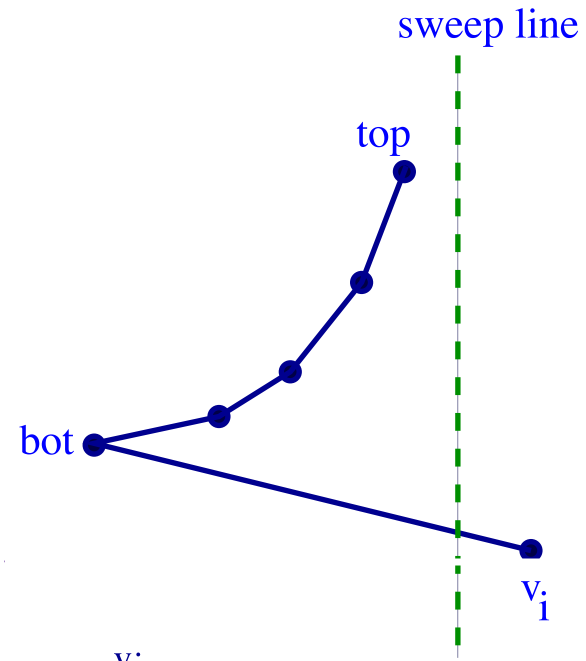
- Behauptung (o. Bew.):
  Mit der "richtigen" Datenstruktur (sog. DCEL, in CG2) kann man den zugehörigen Vertex zu solch einer Diagonalen in $O(1)$ finden.
- Behauptung 2:
  Eine explizite Konstruktion der Trapezoide ist gar nicht nötig; man kann die Zerlegung in monotone Polygone direkt beim Line-Sweep machen.

- Beobachtung: in einem x-monotonen Polygon gibt es eine "obere" und eine "untere" Vertex-Kette

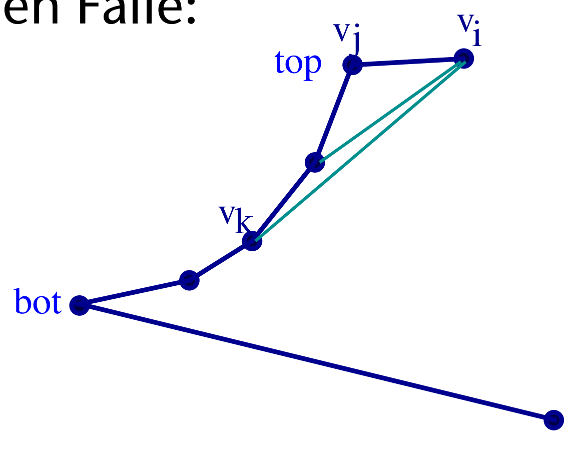
```
Sortiere alle Vertices v₁, v₂, .., vₙ von links nach rechts
Pushe v₁, v₂ auf den Stack
For i = 3 ... n:
   # z.Z. sind Vertices v_q (bot), .., v_j (top) auf dem Stack
   Fall 1: v_i und top(stack) sind in derselben Kette
      Füge Diagonalen v_i v_j, .., v_i v_k ein, wobei v_k der letzte
         zulässige Vertex ist; evtl. auch keine Diagonale
      Falls Diagonalen möglich waren:
         Pop v_j, .., v_k-1
      Push v_i
   Fall 2: v_i ist auf der anderen Kette als top(stack)
      Füge alle Diagonalen v_i v_j, …, v_i v_q ein
      Merke v_j, lösche Stack
      Push v_j und v_i      # Neustart für nächste Reflex-Kette
```

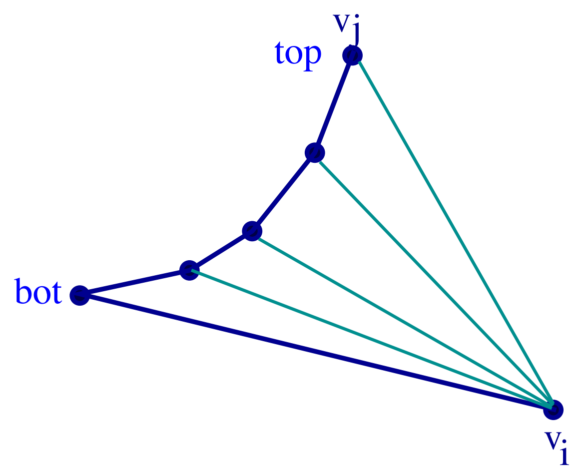
Korrektheitsbetrachtungen (und Verständnis)

- Schleifen-Invarianten:
  - Alle Vertices auf dem Stack bilden eine Kette von Reflex-Vertices (Reflex-Kette)
    (keine linken oder rechten Reflex-Vertices!)
  - Der nächste Vertex in der "anderen" Kette liegt rechts von der aktuellen Sweep-Line
  - Das "Rest-Polygon" ist wieder einfach (und monoton)

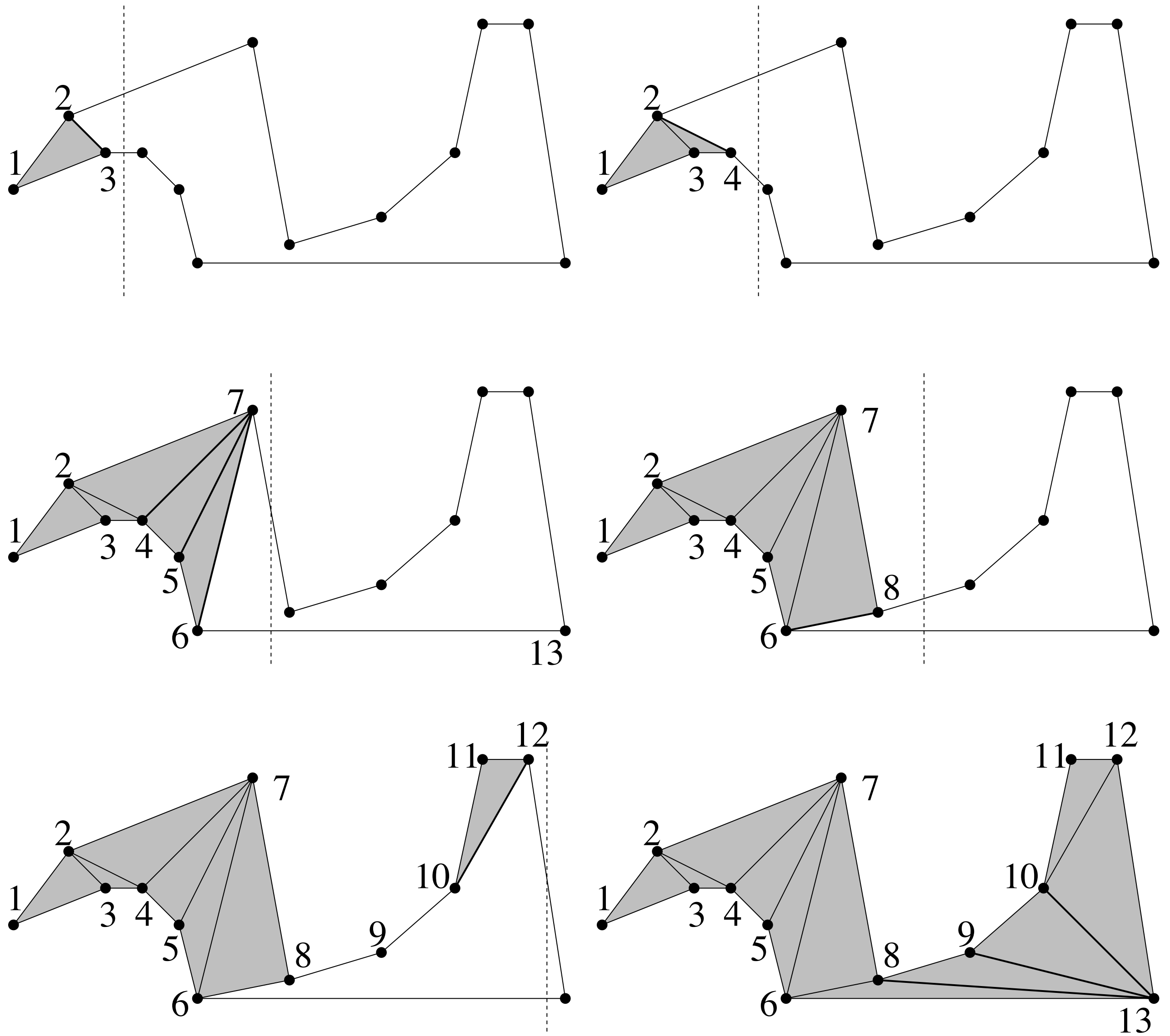


- Die beiden Fälle:



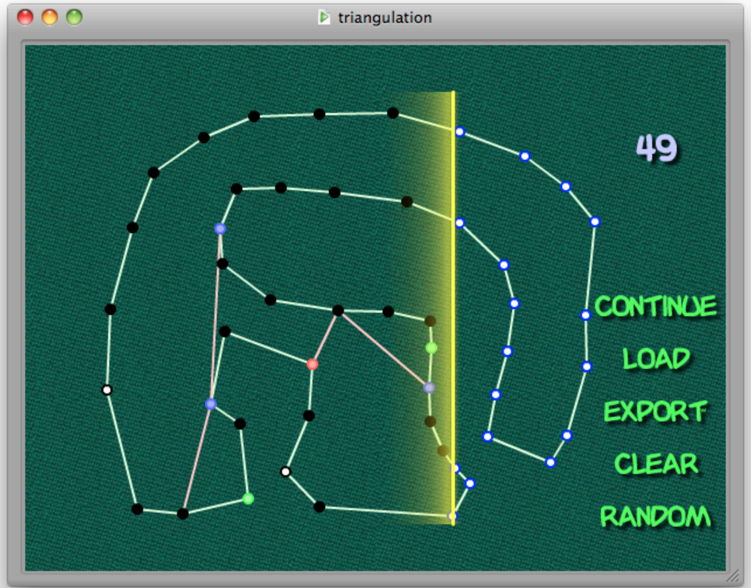


Beispiel



Laufzeit

- Laufzeit für Schritt 3 (Triangulierung eines monotonen Pgons) $= O(n)$
- Gesamtlaufzeit: $O(n \log n)$
- Demo:



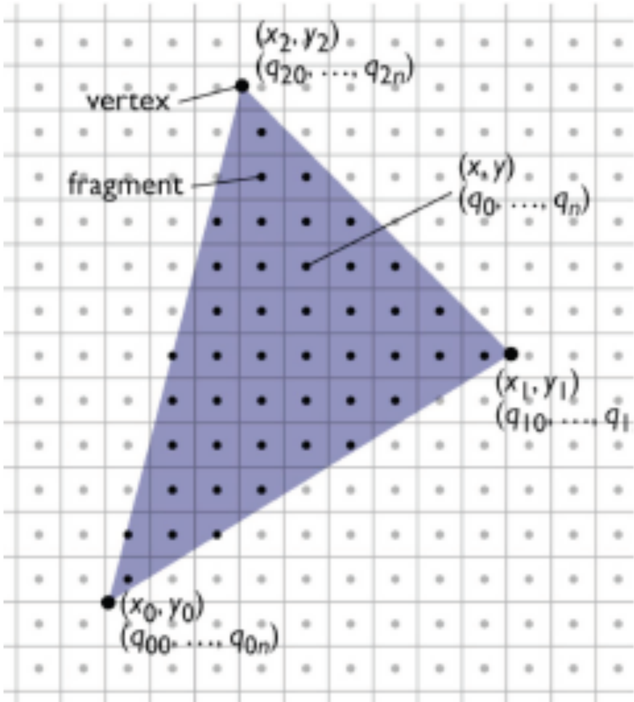
http://computacion.cs.cinvestav.mx/~anzures/geom/triangulation.php

Auflösung: Beweis für *Art Gallery Theorem*

- Mit Triangulations-Satz ganz einfach …

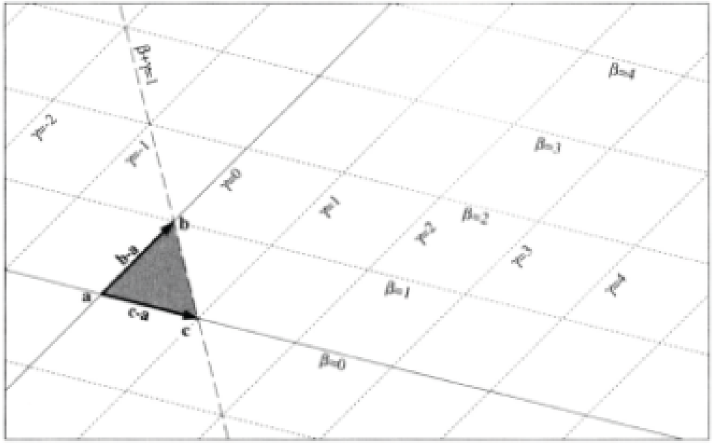
Rasterisierung von Dreiecken

- Eingabe:
  - Drei 2D Punkte (Eckpunkte im Framebuffer / "Pixel-Raum"):
    $(x_0, y_0); (x_1, y_1); (x_2, y_2)$
  - Mit Attributen q für jeden Eckpunkt, z.B. Farbe
- Ausgabe:
  - Ganzzahlige Pixel-Koordinaten (x, y)
  - Interpolierte Parameterwerte q_{xy}



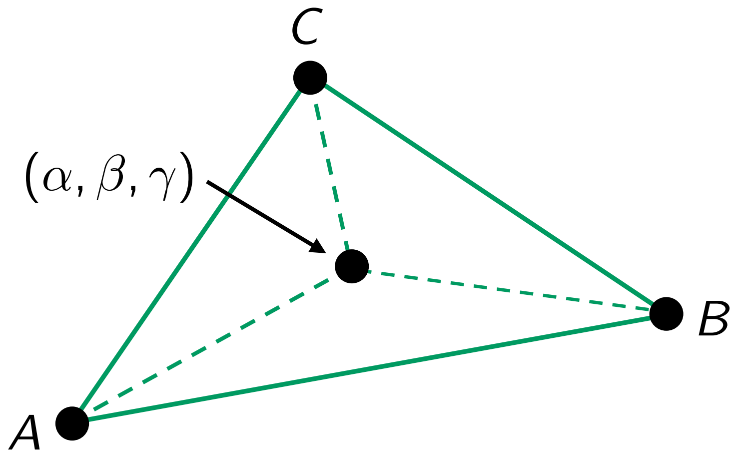
Erinnerung

- Baryzentrische Koordinaten:



- Test ob Punkt im Dreieck liegt:

$$\alpha > 0 \;\wedge\; \beta > 0 \;\wedge\; \gamma > 0$$



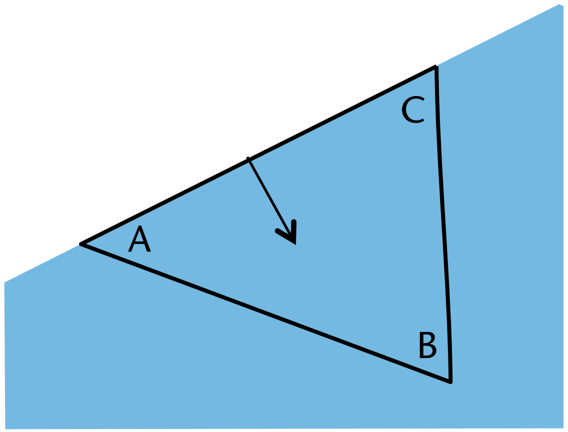
Alternative Betrachtungsweise

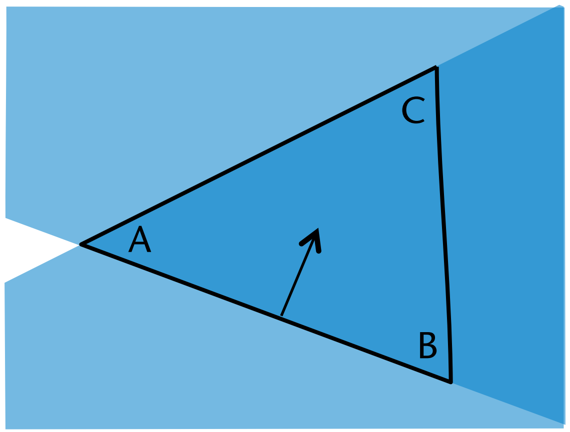
- In der Ebene ist ein Dreieck die Schnittmenge von 3 Halbebenen:

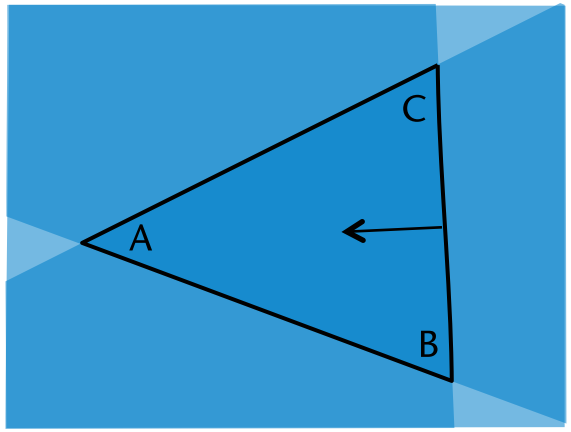
$$(X - C)\cdot(A - C)^{\perp} > 0$$

$$(X - A)\cdot(B - A)^{\perp} > 0$$

$$(X - B)\cdot(C - B)^{\perp} > 0$$







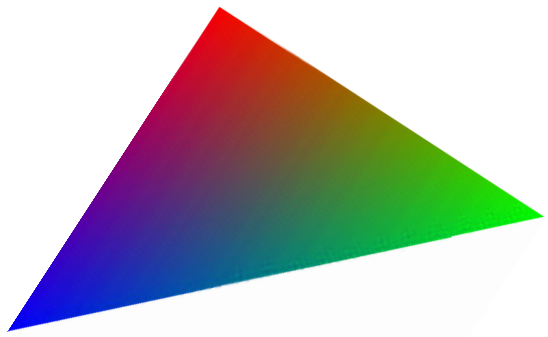
Lineare Interplation von Farben im Dreieck

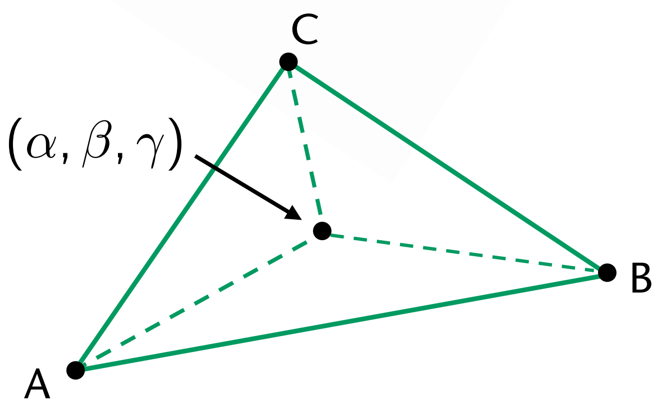
- Idee: benutze die baryzentrischen Koordinaten auch zur Interpolation
- Interpoliere die 3 Farbkanäle (z.B. RGB) unabhängig voneinander
- Am Beispiel des Rot-Kanals R:
  - Wenn

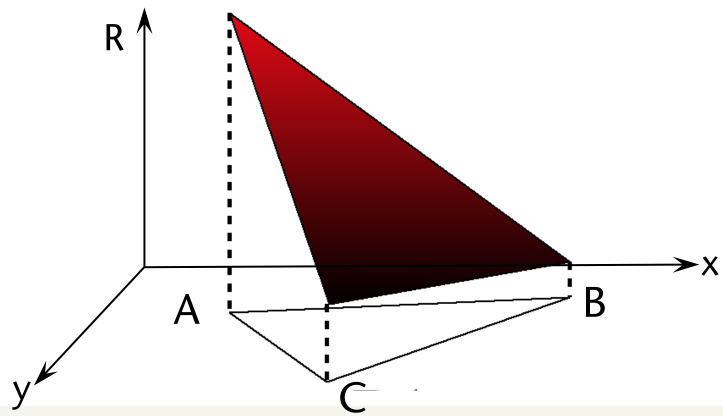
$$X = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

  - Setze

$$R(X) = \alpha R(A) + \beta R(B) + \gamma R(C)$$





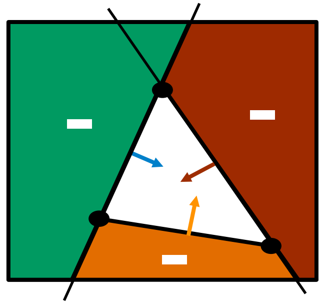


Algorithmus von Pineda

[1988]

- Idee:
  - Berechne baryzentrische Koordinate für alle Pixel(-mittelpunkte)

$$\alpha = F_{BC}(x) = \frac{\mathbf{n}_c \cdot (X - B)}{\mathbf{n}_c \cdot (C - B)} \quad , \quad \beta = \dots$$

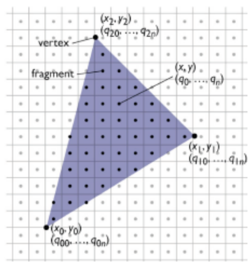


  - Zeichne Pixel, falls innerhalb des Dreiecks
  - Setze interpolierte Farbe für Pixel:

$$C = \alpha C_A + \beta C_B + \gamma C_C$$

- Algo:

```
for y = y_min ... y_max:
    for x = x_min ... x_max:
        berechne α, β, γ
        if α > 0 and β > 0 and γ > 0:
            c = αc_A + βc_B + γc_C
            zeichne Pixel (x,y) mit Farbe c
```



wobei $x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}$ = Bounding-Box von A, B, C

Optimierung

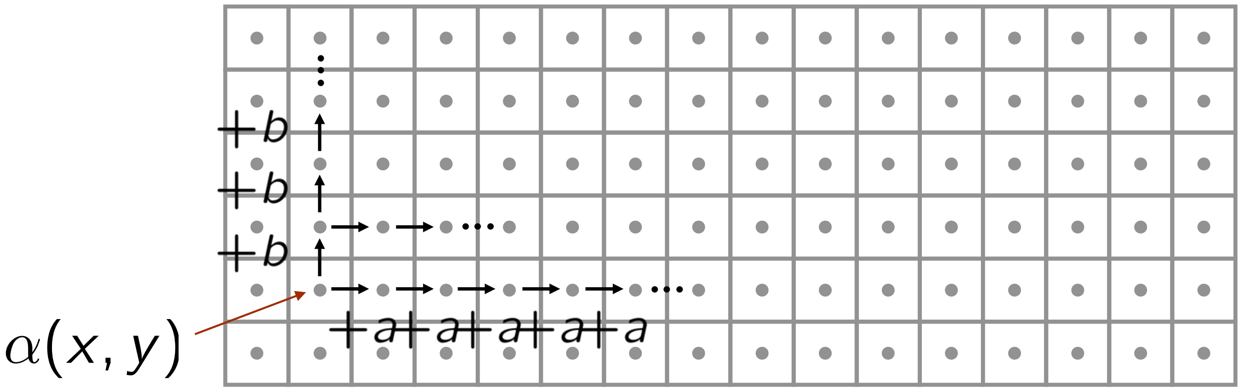
- Beobachtung: α ist eine lineare (eigtl. affine) Funktion in der Ebene, m.a.W., α hat die Form

$$\alpha = ax + by + c$$

Dito für β, γ

- Lineare Funktionen können sehr effizient inkrementell auf einem Gitter ausgewertet werden:

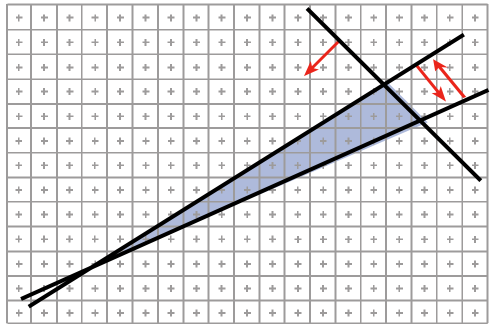
$$\alpha(x+1, y) = \alpha(x, y) + a$$
$$\alpha(x, y+1) = \alpha(x, y) + b$$



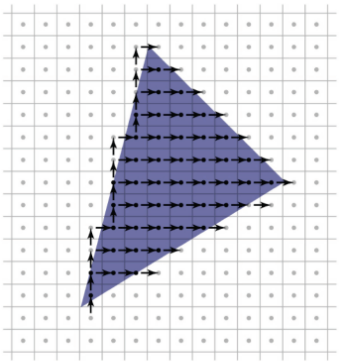
```
linEval(xl, xh, yl, yh, cx, cy, ck):

# setup
compute a, b, c ...
qRow = a*xl + b*yl + c

# traversal
for y = ymin ... ymax:
    qPix = qRow
    for x = xmin ... xmax:
        draw(x, y, qPix)
        qPix += a
    qRow += b
```

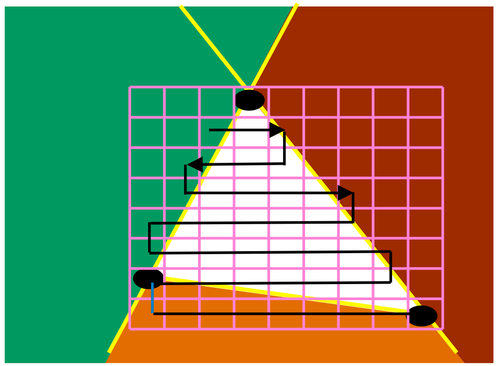
a = .005; b = .005 c = 0
(Bildgröße 100x100)

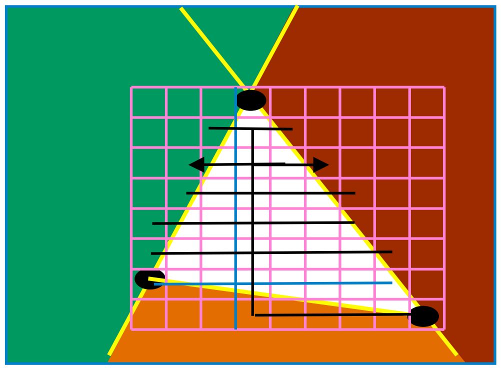
- Problem: wenn das Dreieck lang und schmal ist, dann werden viele unnötige Berechnungen durchgeführt



- Erinnerung: Dreieck ist konvex
  - Folge: wenn man in der x–Schleife einmal ein Pixel außerhalb erreicht, dann sind alle folgenden in dieser Scanline auch außerhalb



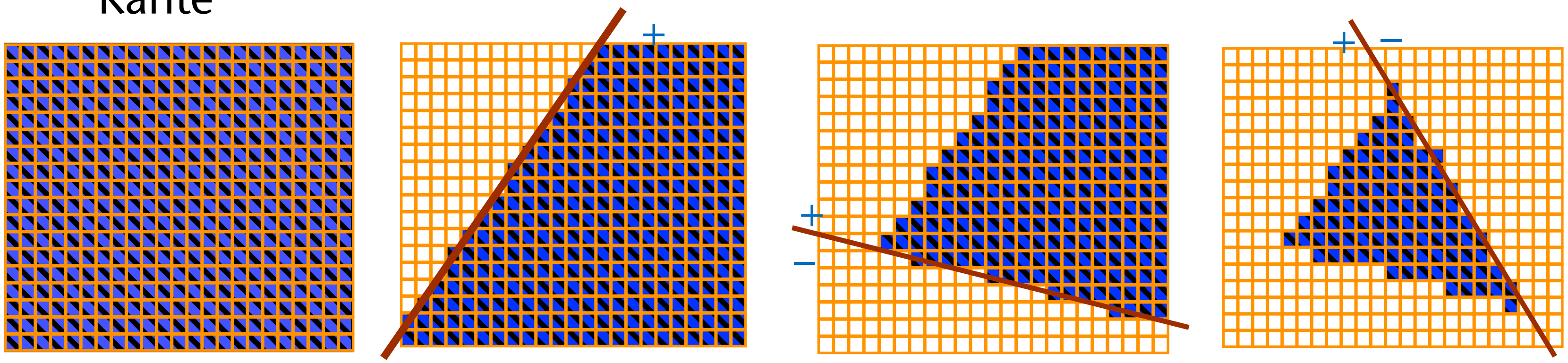




- Weiterer Vorteil des Algorithmus von Pineda: lässt sich relativ leicht parallelisieren

Kurzer Exkurs: Die Pixel-Planes-Architektur

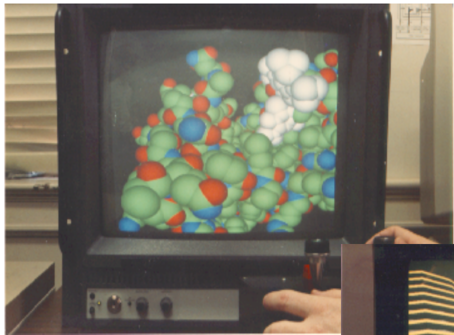
- Eine Geschichte mit *"sad end"* ...
- Die Idee:
  - Die Berechnung pro Pixel ist extrem einfach, nämlich Auswertung einer linearen Funktion Ax + By + C
  - Also: baue Framebuffer, in dem jedes Pixel ein einfacher Prozessor ist, der solch eine Gleichung für "seine" Koordinaten auswerten kann! (*"processor per pixel"*)
  - Betrachte die 3 Kanten der Reihe nach
  - Lade alle Prozessoren gleichzeitig mit den Koeff. A,B,C der aktuellen Kante

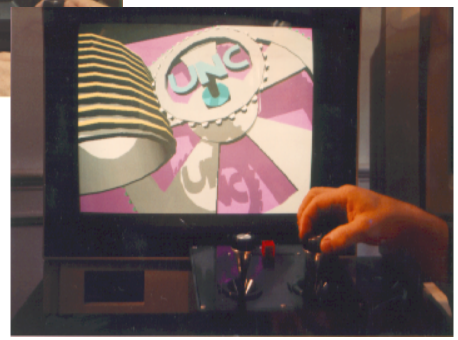


Alle Prozessoren an — Lade Kante 1 — Lade Kante 2 — Lade Kante 3

- Features:
  - Full-size (512 x 512 pixel) prototype
  - Used 2048 enhanced memory ICs
  - 1 Geometry Processor
  - 72 bits per pixel
- Performance:
  - 35K triangles/sec
  - Kugeln als Primitive
  - CSG
  - Schatten
- "Lessons Learned":
  - Dreiecke sind klein, daher viele Proc idle
  - Für noch mehr Performance braucht man auch auf dem Geometrie-Level Parallelisierung

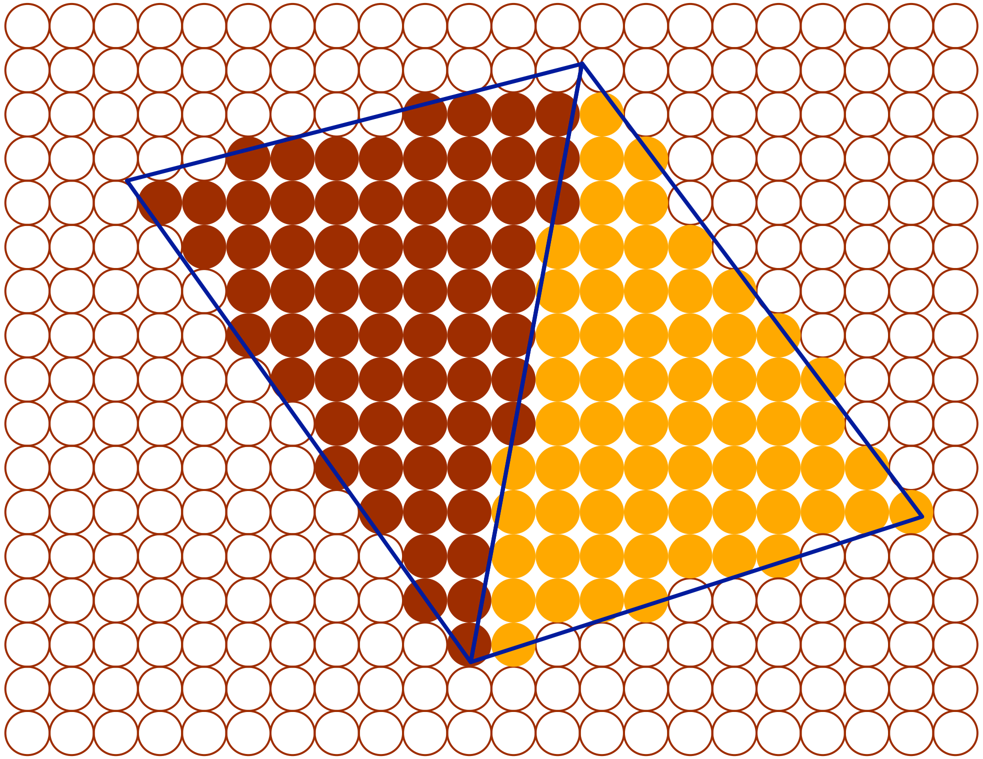
Pixel-Planes 4 (1986)



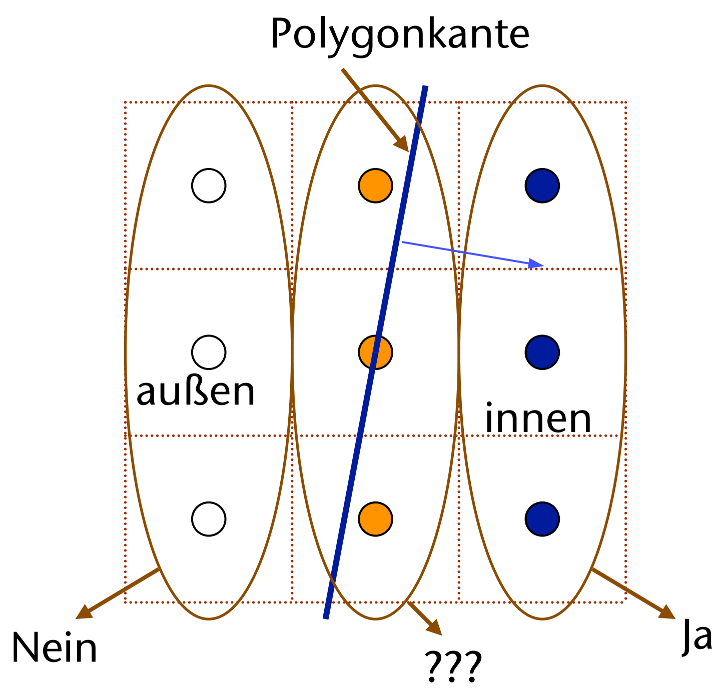


Vorsicht bei angrenzenden Polygonen

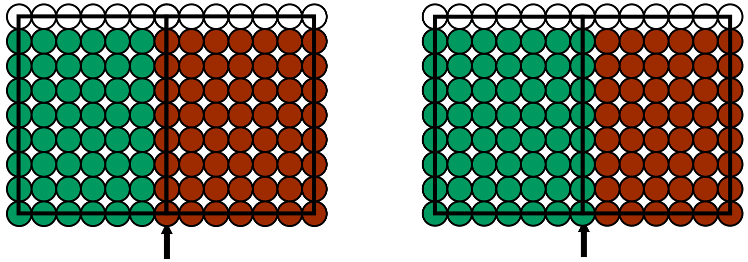
- Behandle angrenzende Polygone korrekt!
  - Vermeide Risse
  - Vermeide Überschneidungen
  - Unabhängig von der Zeichenreihenfolge



- Pixel vollständig im Polygon → wird gezeichnet
- Pixel zum Teil im Polygon → ... ?
- Vereinbarung (für den Moment): zeichne nur die Pixel, deren Zentren im Inneren des Polygons liegen
- Problem, falls Zentrum des Pixels genau auf der Ecke des Polygons liegt :
  - Nicht zeichnen → Loch
  - Zeichnen → wird möglicherweise 2x gezeichnet (ergibt sog. "*z flickering*" u.a. Artefakte)

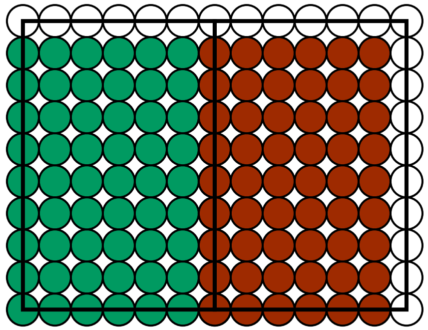


- Problem beim 2x Zeichnen:
  - Das zuletzt gezeichnete Polygon "gewinnt"



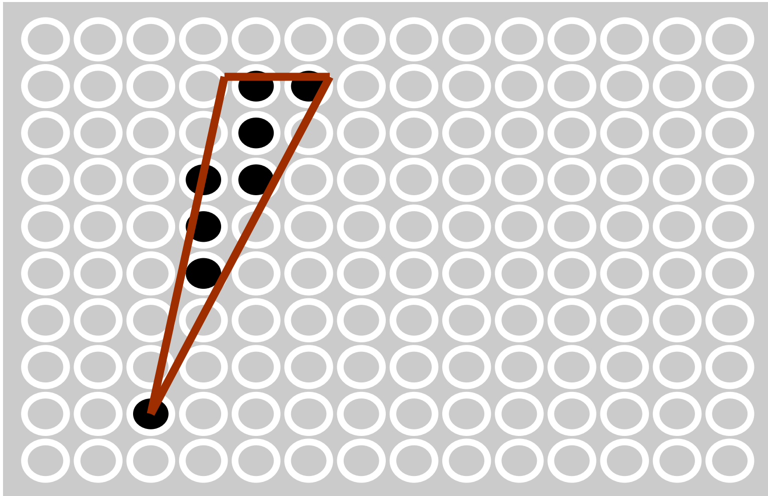
Rot zuletzt Grün zuletzt

- Mögliche Lösung (gibt noch andere):
  - Ein Begrenzungspixel (dessen Zentrum "genau" auf der Kante liegt) gehört nicht zu einem Primitiv, wenn das Primitiv links bzw. unterhalb des durch die Kante aufgespannte Halbraumes liegt (erkennt man an der Normale)
  - Verfahre bei konvexen Polygonen genau wie bei Rechtecken
- Folgerungen für Rechtecke:
  - Spans lassen das rechteste Pixel weg (falls direkt auf Kante)
  - Bei jedem Polygon fehlt oberster Span (falls direkt auf Kante)

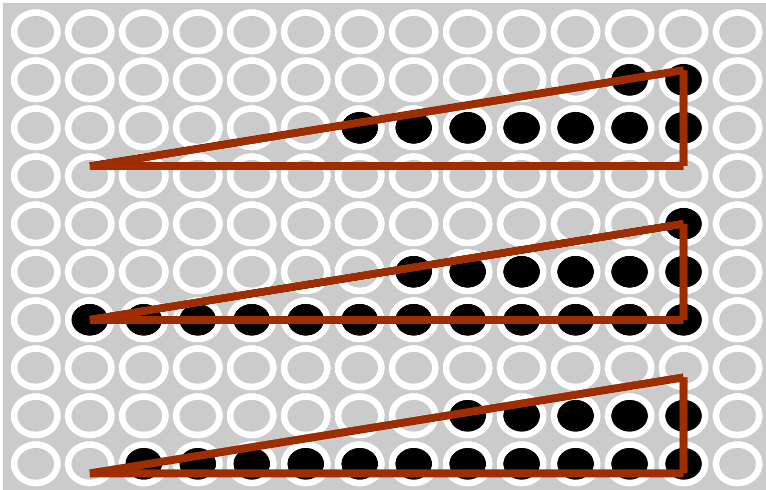


Weiteres Problem

- Sogenannte *"Slivers"*:

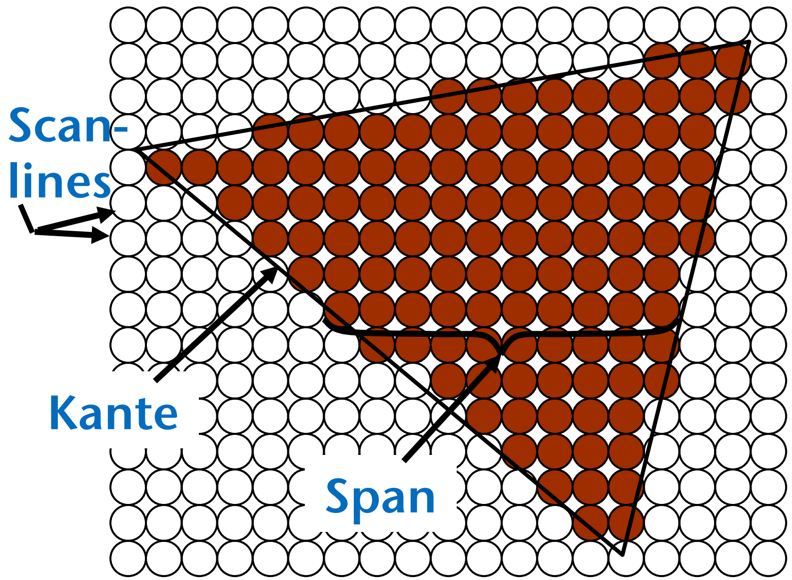


- *Moving Slivers*:



Das allgemeine Konzept der Scan Conversion

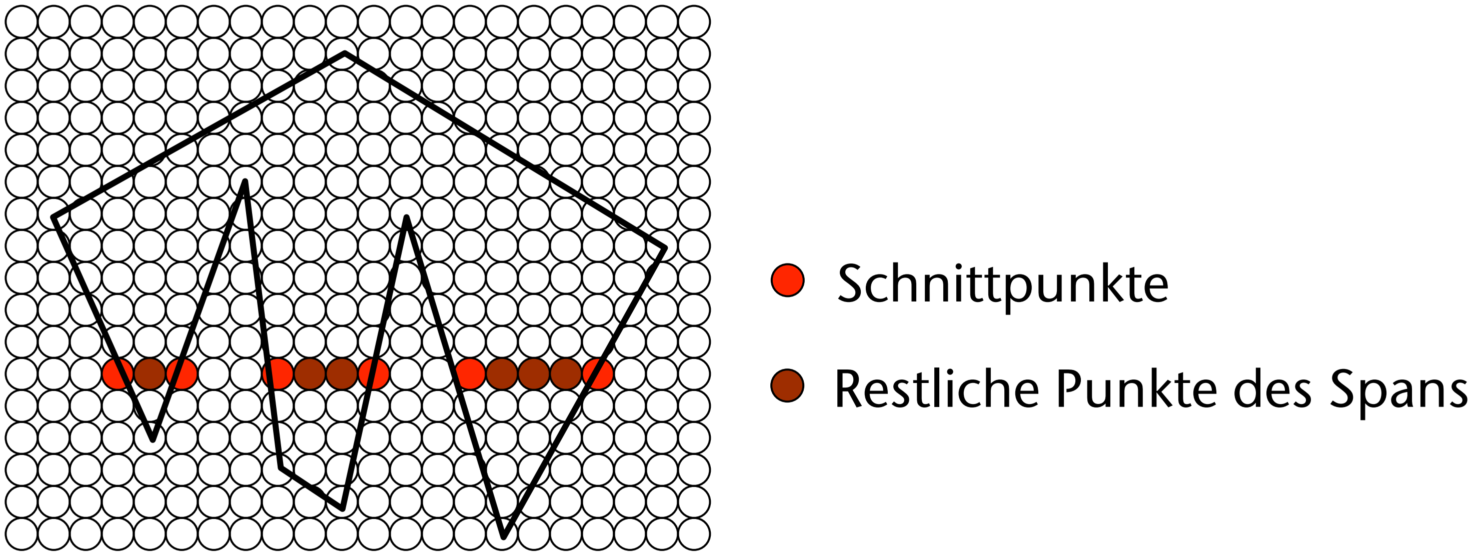
- Gegeben: beliebiges (einfaches) Polygon
- Span: Folge benachbarter Pixel auf einer Scanline innerhalb des Polygons
- Hauptgedanke beim Rasterisieren:
  - Durchlaufe aufeinander folgende Scanlines
  - Berechne pro Scanline alle Spans innerhalb des Polygons
- Allg. Algorithmentechnik:
  - *Sweep-Line-Algorithmus*
  - Im Prinzip nutzt man dabei:
    - räumliche Kohärenz
    - Dimensionsreduktion



Polygon Scan Conversion

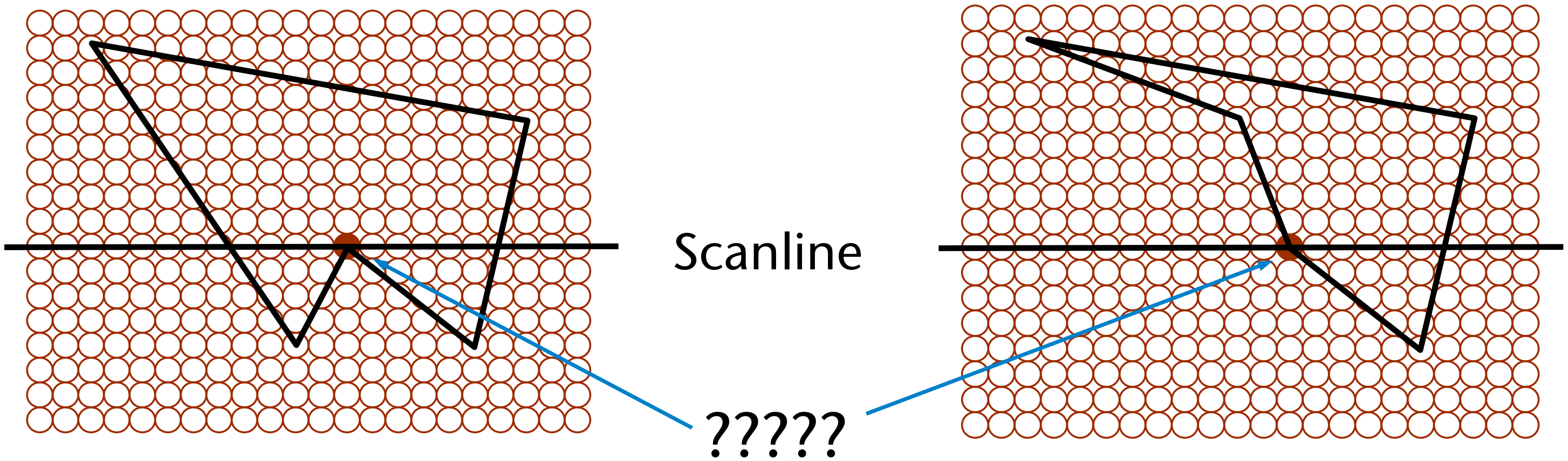
- Annahme: gesamtes Polygon ist auf dem Bildschirm / Framebuffer

1. Bestimme alle Punkte auf der Scanline, welche die Kante eines Polygons schneiden
2. Sortiere Schnittpunkte von links nach rechts
3. Gruppiere Schnittpunkte in *Spans* und färbe die Pixel dazwischen



Entscheidung "innerhalb" / "außerhalb"

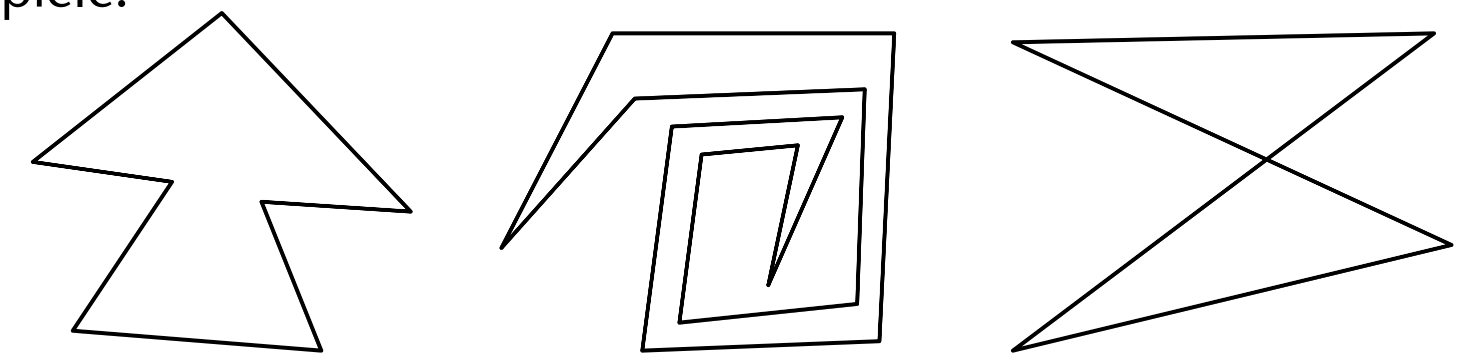
- Wie werten wir Eckpunkte genau auf der Scanline?
  - M.a.W.: begrenzt solch ein Eckpunkt einen Span?



- Lösung: zähle einen Eckpunkt genau dann, wenn er das untere Ende der einen, und das obere Ende der anderen Kante ist
- Alternative: "wackle" am Eckpunkt ein wenig ("perturbation")
  - Dann bekommt man im linken Beispiel 2 oder 0 Schnittpunkte, im rechten genau 1 Schnittpunkt

Füllen nicht-einfacher Polygone

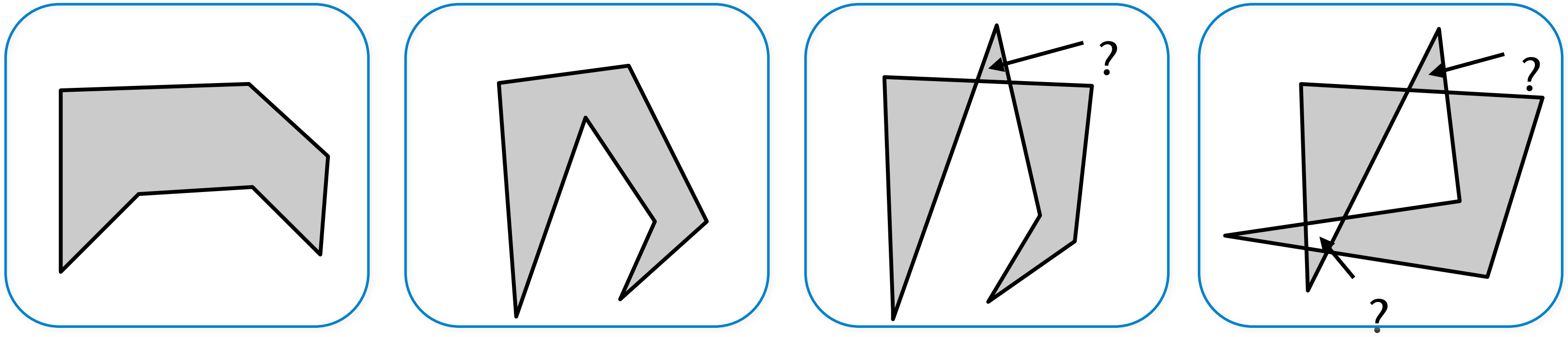
- Def.: Polygon ist einfach ↔ Randkurve hat keinen Schnittpunkt
- Beispiele:



einfach (& hor. konvex) einfach nicht einfach

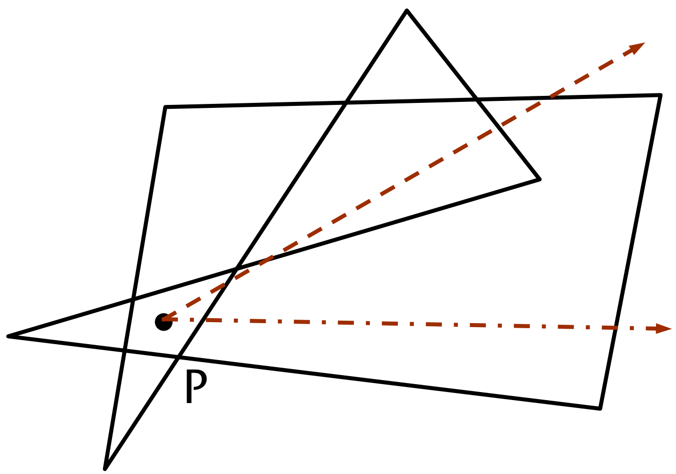
- Eigenschaften einfacher Polygone:
  - Topologisch äquivalent zu einer 2-dimensionalen Scheibe
  - Folge: es gibt ein wohldefiniertes Inneres/Äußeres
- Wie kann man auch nicht-einfache Polygone füllen?
  - Definiere für Punkte einen intuitiv „korrekten“ Inside-/Outside-Test

- Wesentliche Frage: wie definiert man "innen" und "außen"?



Test 1: Odd-Even Rule

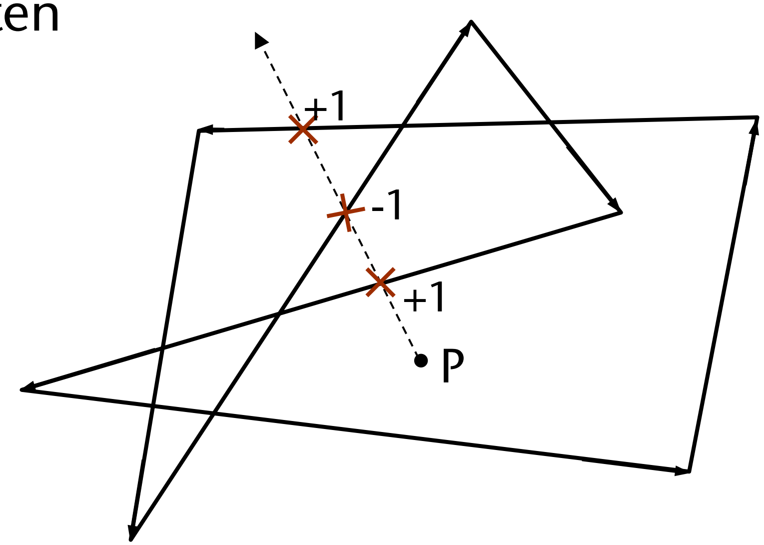
- Zeichne Strahl von Punkt P nach unendlich in irgend eine Richtung
- Zähle Anzahl Schnittpunkte mit dem Kantenzug
- Falls Anzahl ungerade → P innerhalb
- Achtung, falls Strahl Eckpunkt genau trifft!
- Effiziente Schnittberechnung: wähle horizontalen Strahl



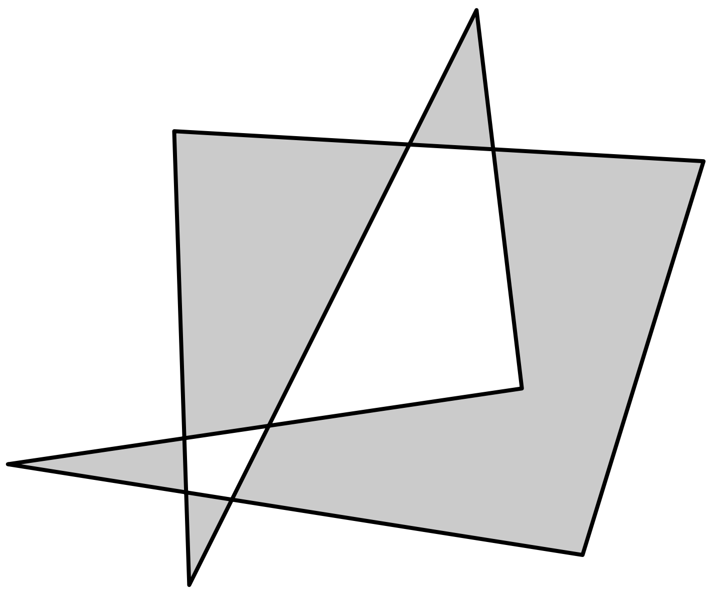
- Vorteil: funktioniert genauso mit Polyedern im 3D (und höherdim.)

Test 2: Winding-Number Rule

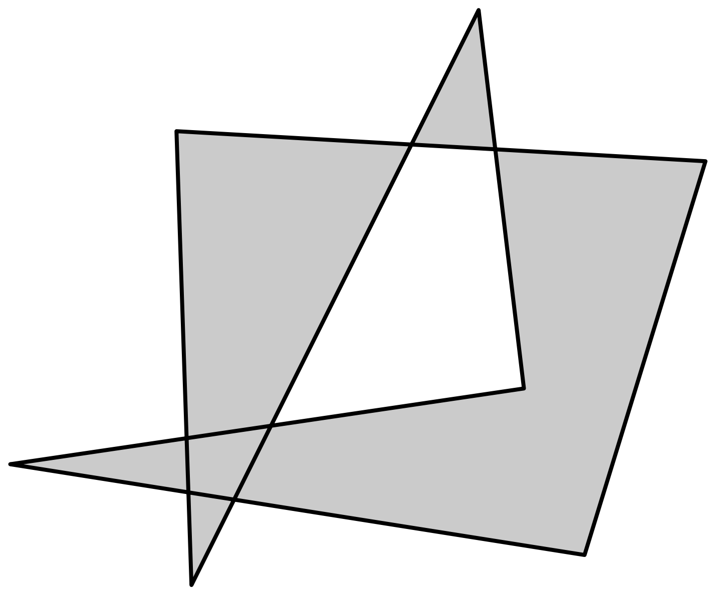
- Versehe Polygon mit konsistentem Umlaufsinn
- Schneide Strahl von P aus mit Kanten
- Setze Winding-Number $w := 0$
- Für Schnitt mit Kante „von rechts nach links“ erhöhe w; sonst erniedrige w
- Falls $w \neq 0 \rightarrow$ P innerhalb
- Anmerkung: damit definiert man gleichzeitig „positiv“ bzw. „negativ“ orientierte Regionen



Vergleich



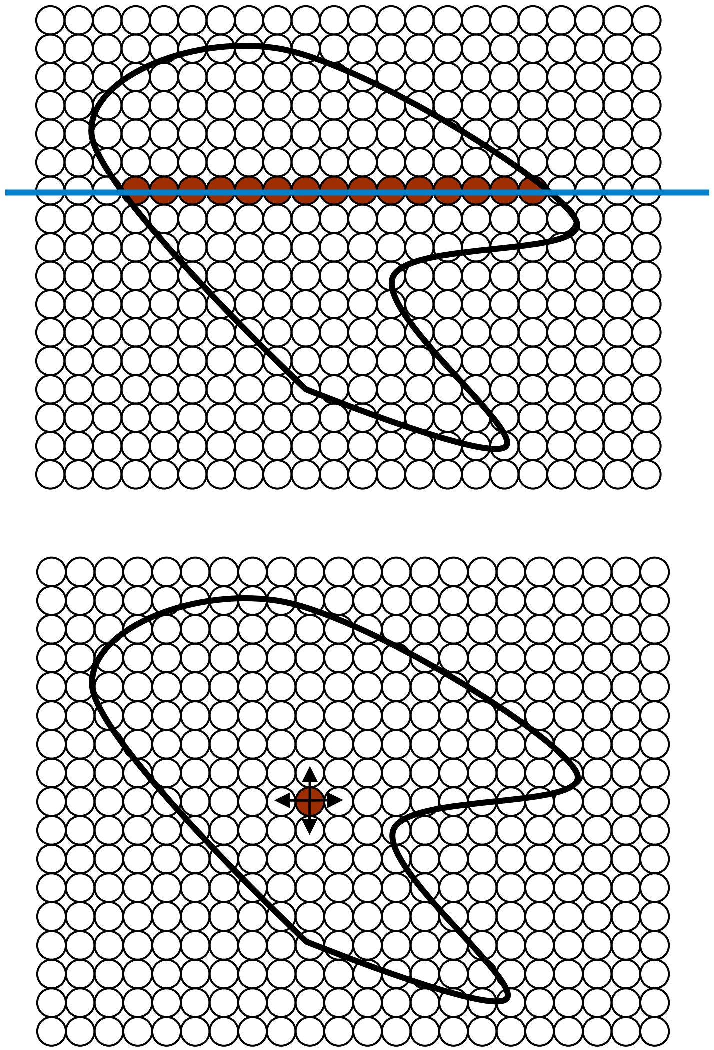
Odd-even Rule



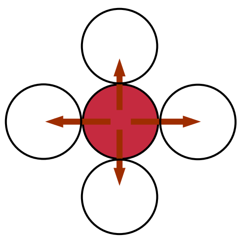
Non-zero Winding Number

Füllen von Regionen

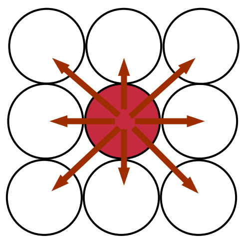
- Ähnliche Aufgabe zu Polygon-Scan-Conversion
  - Häufig in 2D-Zeichenprogrammen
- Erste Methode: wie Polygon-Scan-Conversion
- Zweite Methode:
  - Flood Fill: Wähle ein Pixel innerhalb des Polygons. Färbe rekursiv angrenzende Pixel bis das gesamte Polygon gefüllt ist



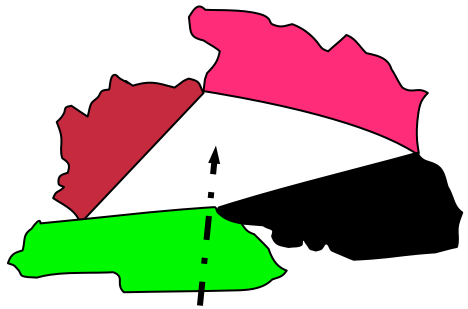
- Region ist identifiziert durch bestimmte Farbe (z.B. Weiß)
- Wähle ein Pixel innerhalb der Region
  - Region ist definiert als zusammenhängendes Gebiet mit alter Farbe
- Rekursion:
  1. Hat Pixel die alte Farbe, dann weise diesem Pixel die Füllfarbe zu
  2. Färbe rekursiv alle diejenigen Nachbarn, die noch die alte Farbe haben
- Alternative Begrenzung : Randkurve mit bestimmter Farbe
- Wahl der Nachbarn:



4-Verbindungen



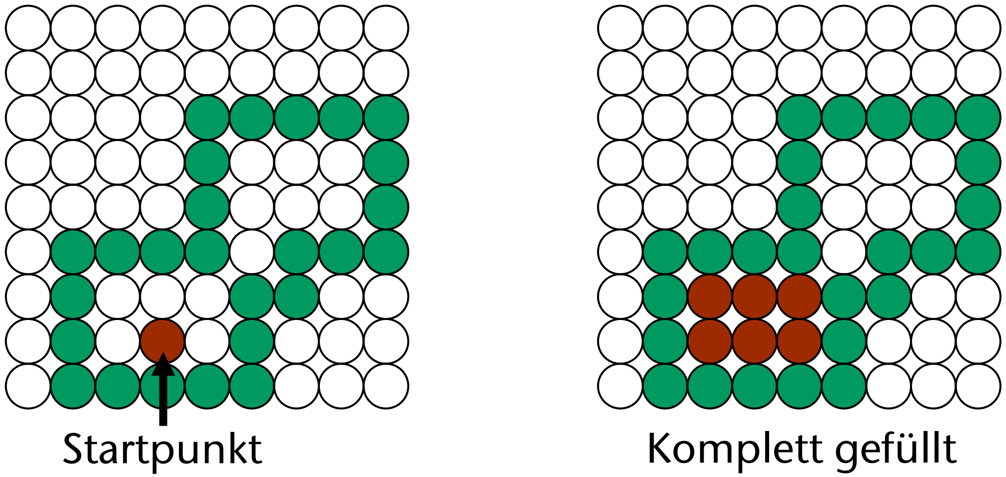
8-Verbindungen



Zu füllende Region

Probleme

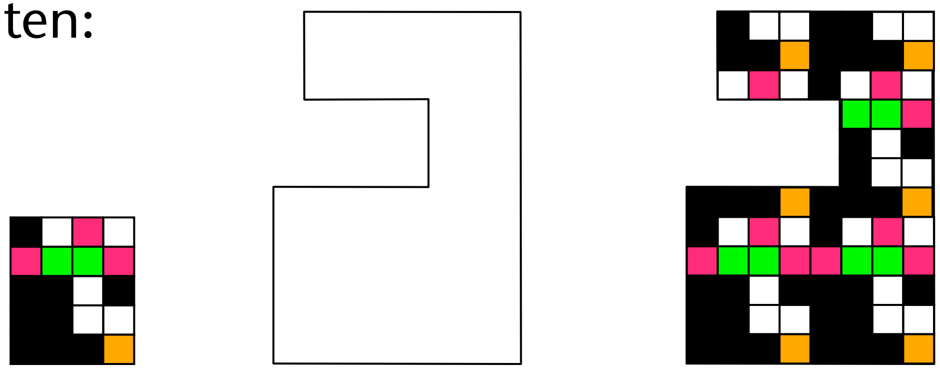
- Z.B. bei 4-Verbindungen pro Punkt:



- Ein weiteres Problem: der Algorithmus hat große Rekursionstiefe
  - Kann Stack aus Spans verwenden um Rekursiontiefe zu verringern
  - Verkompliziert aber der innere "Logik" des Algo

Bereiche mit Mustern

- Oft möchten wir einen Bereich mit einem Muster (z.B. gestrichelt) versehen, nicht nur eine Farbe (*stippling*)
- Definiere ein n x m Pixmap (oder Bitmap), welche wir auf den Bereich abbilden möchten:

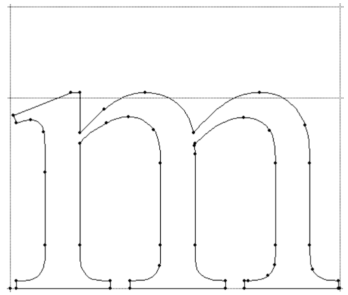


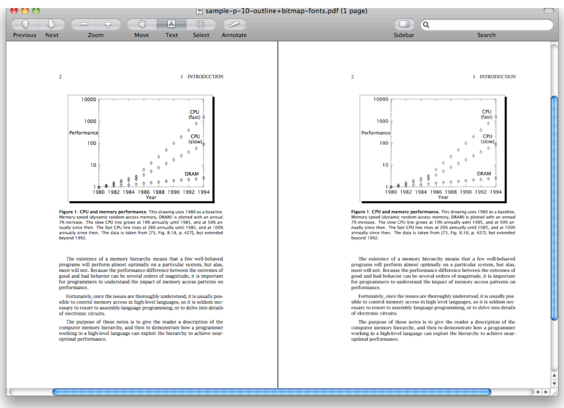
5x4 pixmap — Mit Muster zu versehendes Objekt — Gemustertes Objekt

- Für jeden Punkt (x,y) : verwende die Farbe vom Muster an der Stelle (x mod m, y mod n)
- Fragen: soll das Muster relativ zum Polygon oder relativ zum Bildschirm stationär bleiben?

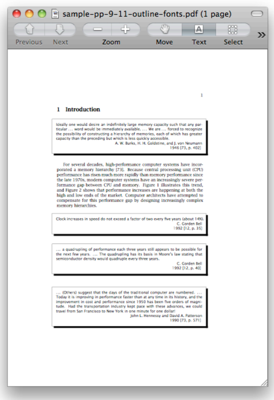
Font-Rendering

- Rendering-Arten bzw. Font-Arten:
  - Bitmap-Font = jedes Zeichen ist eine Bitmap (oder mehrere für verschiedene Font-Größen)
  - Outline-Font = jedes Zeichen wird aus sog. Bézier- oder B-Spline-Kurven zusammengesetzt
    - Adobe Type 1 & Type 3, TrueType, OpenType

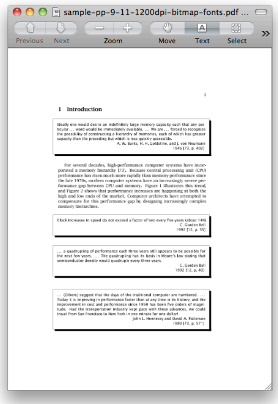




outline



1200 dpi



Begriffe

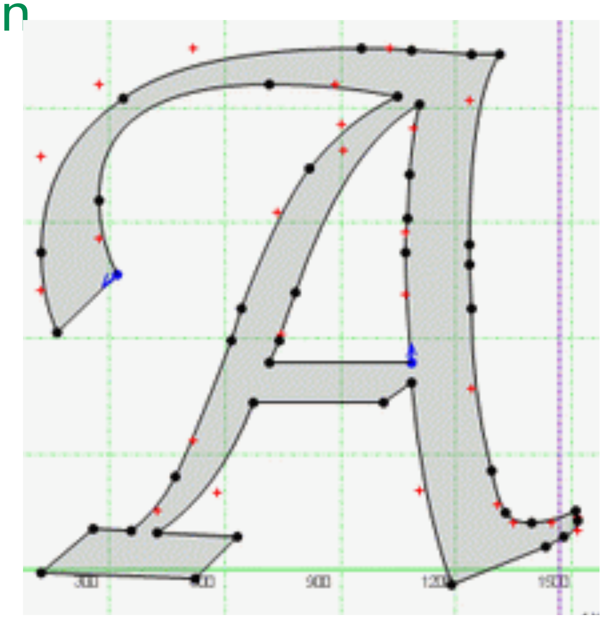
- Glyph = graphische Repräsentation eines oder mehrerer Zeichen

A A A A A A A fi

- Typeface = "Design" einer Menge von Zeichen
  - Z.B. Helvetica, Times Roman, Frutiger, Lucida, etc.
  - Wird von Typographen entworfen
- Font = Menge aller Glyphs, die in einer Sprache benötigt werden, in einem bestimmten Typeface und Stil, plus Zusatzinfos
  - Stil = aufrecht (roman), kursiv (italic), fett (bold), halbfett (semibold), ..
  - Zusatzinfos = Hinting, Kerning, Ligaturen, Font-Metrik, ...

Beschreibung von Outline-Fonts

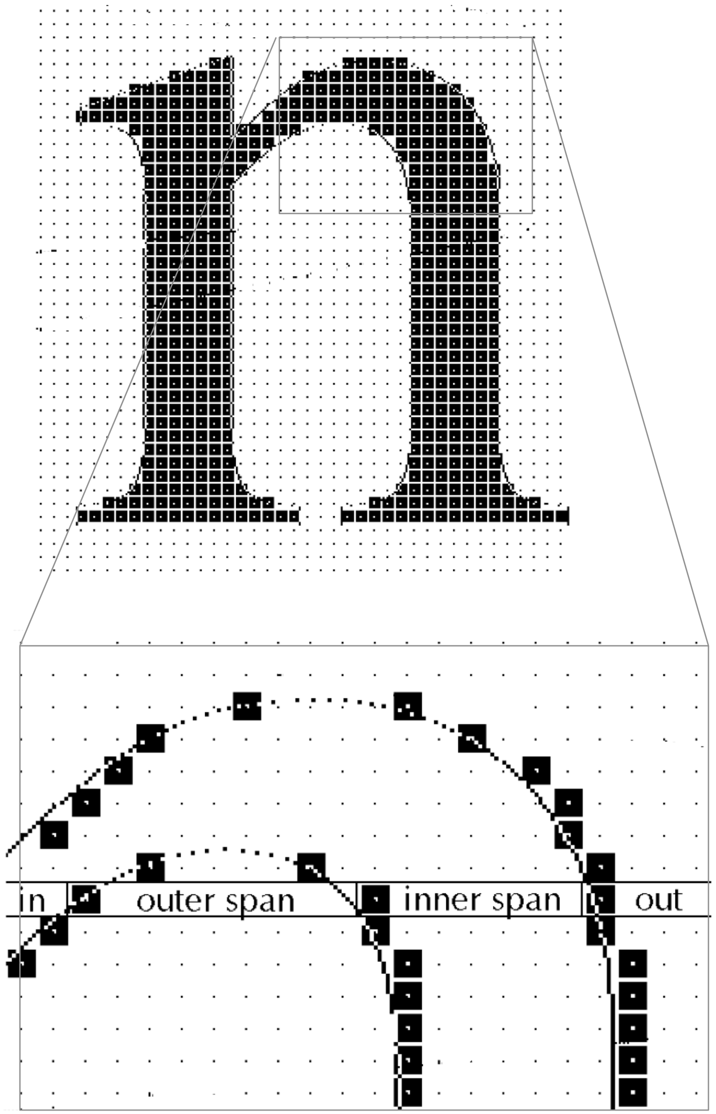
- Zeichen = Menge von geschlossenen Kurvenzügen (*Outlines*)
- Kurvenzug = Menge von Kontrollpunkten
- Umlaufsinn definiert innen / außen:
  - "Links von der Kurve" = innen (oder umgekehrt ...)
- Achtung: Kurvenzüge müssen überschneidungsfrei sein!



- Vorteil: beliebige Skalierung ist ohne Verlust (im Prinzip) möglich → skaliere einfach die Koordinaten der Kontrollpunkte

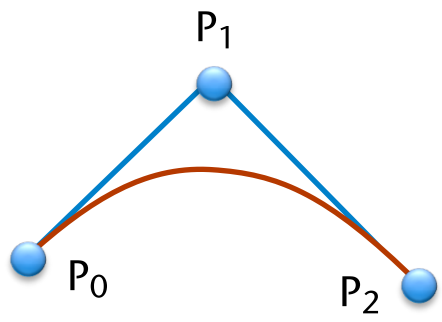
Der Flag-Fill-Algorithmus von Ackland [1981]

- Annahme zunächst:
  - Die einzelnen Pixel sind sehr klein im Vergleich zu dem Zeichen
  - Innerhalb eines Pixels kann man die Kontour durch eine Gerade approx.
  - Die Überdeckung des Pixels > 50 % ⇔ Pixelmittelpunkt liegt "innen"
- Idee des Algorithmus:
  - Zerlege die Scan-Lines in der BBox des Zeichens in innere und äußere Spans
  - Berechne die Start-Pixel jedes Spans aus den Konturen → Flags
  - Fülle die inneren Spans

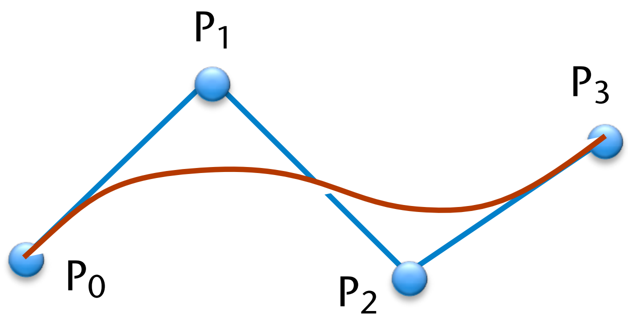


- Outlines setzen sich zusammen aus quadratischen und kubischen Bézier-Kurven
- Quadratische Bézier-Kurven:
  - Definiert durch ein Kontroll-Polygon aus 3 Punkten
  - Polynom 2-ten Grades:

$$P(t) = (1-t)^2 P_0 + 2(1-t)tP_1 + t^2 P_2$$

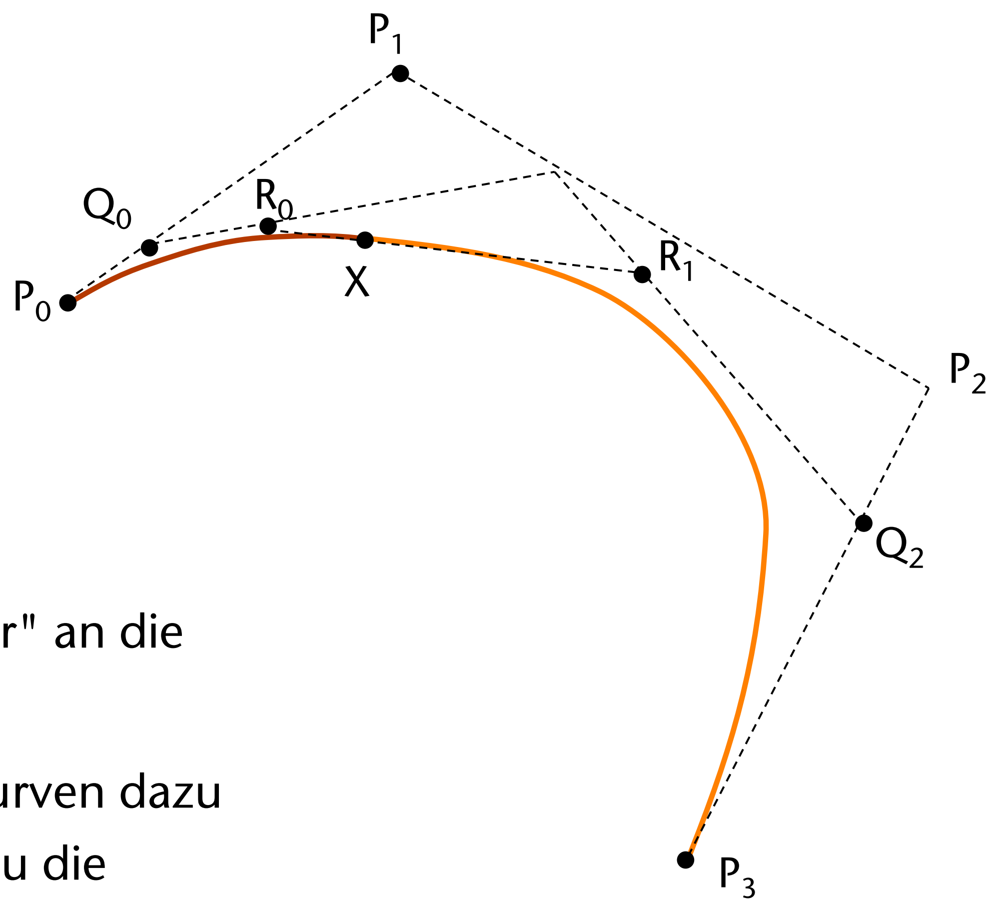


- Kubische Bézier-Kurven:
  - Kontroll-Polygon hat 4 Punkte
  - Polynom ist vom Grad 3:

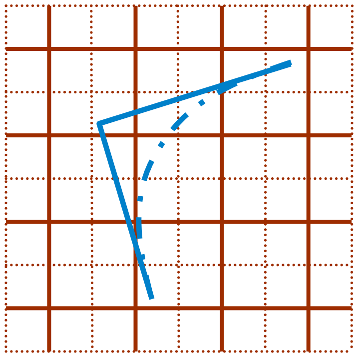


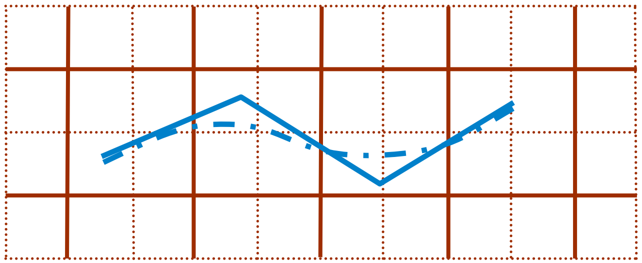
$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3(1-t)^2 tP_1 + 3(1-t)t^2 P_2 + t^3 P_3 \ , \quad t \in [0,1]$$

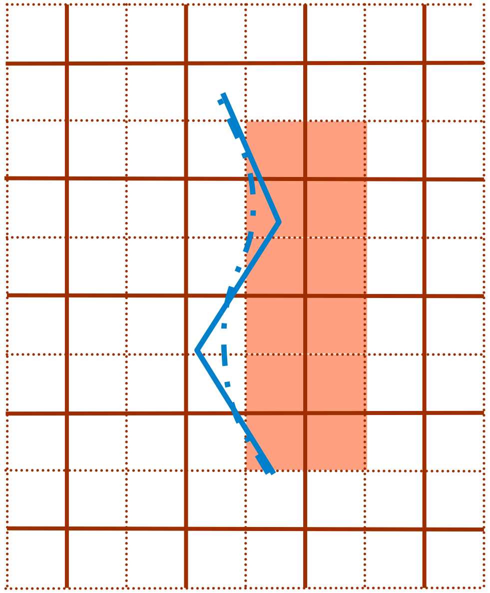
- Approximation durch rekursive Subdivision:
  - Aus $P_0, \ldots, P_3$ kann man zwei neue Kontroll-Polygone P_0, Q_0, R_0, X und X, R_1, Q_2, P_3 konstruieren
  - Schmiegen sich "dichter" an die ursprüngliche Kurve
  - Die kubischen Bézier-Kurven dazu bilden zusammen genau die ursprüngliche Kurve



- Betrachte einzeln jede Bézier-Kurve nacheinander, d.h., betrachte deren Kontroll-Polygon
- Fallunterscheidung:
  1. Kontroll-Polygon schneidet keine (horizontale) Scanline → verwerfen
  2. Kontroll-Polygon schneidet eine oder mehrere Scanlines, und schneidet keine vertikale Gitterlinie → Flags (Pixel) rechts der Schnittpunkte setzen
  3. Sonst (Kontroll-Polygon schneidet horizontale und vertikale Gitterlinien) → 1x Subdivision machen und diese rekursiv behandeln

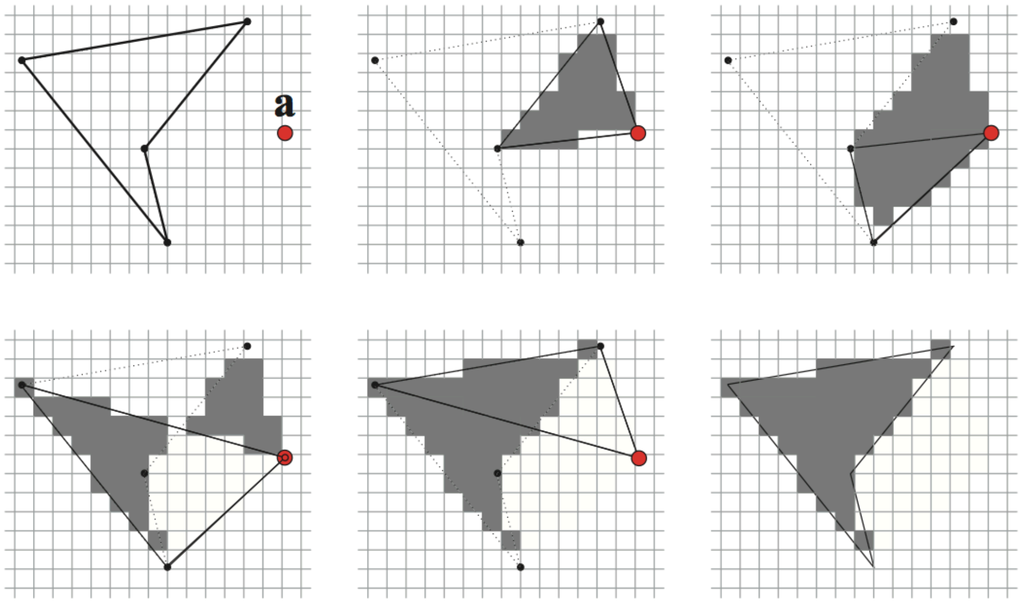






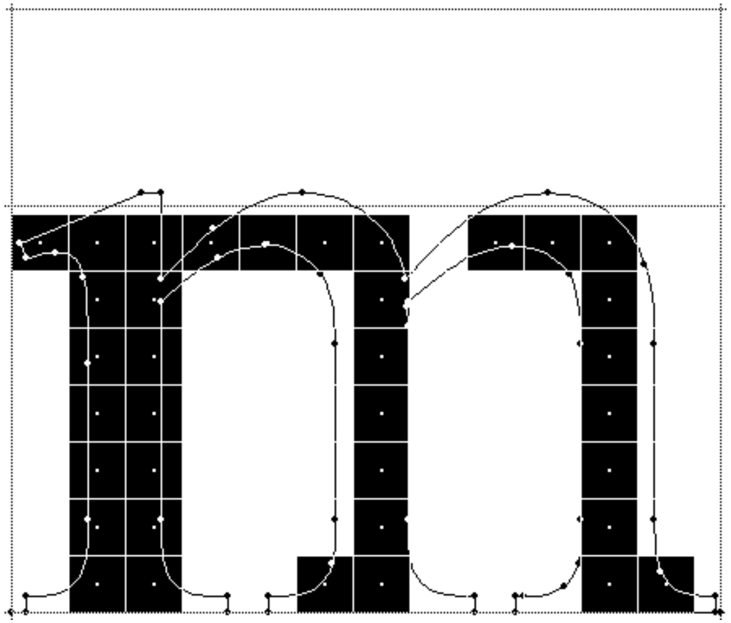
Der XOR-Algorithmus

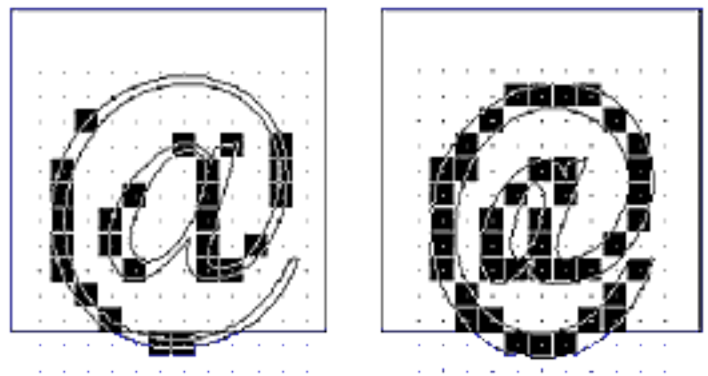
- Gegeben ein geschlossener, überschneidungsfreier Polygonzug, oder mehrere, die eine Region in der Ebene definieren
- Wähle einen beliebigen Anker-Punkt A
- Betrachte alle Kanten PQ der Reihe nach:
  - Invertiere alle Pixel im Dreieck ΔAPQ
- Beispiel:



Probleme

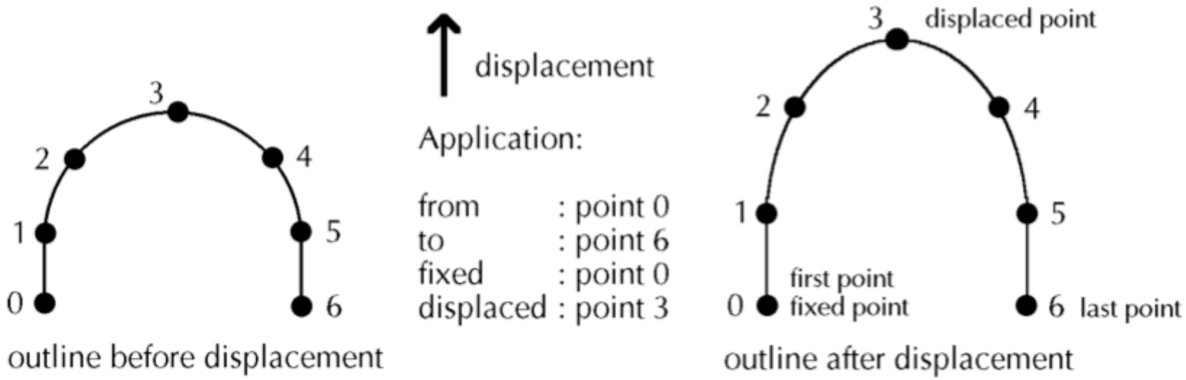
- Bei kleinen Font-Größen können, je nach "Phase", folgende Probleme auftreten:
  - Drop-outs
  - Ungleiche Dicke der Stämme
  - Serifen in verschiedene Richtung
- Phase = Abstand zwischen linkem Rand der BBox und vertikale Gitterlinie links davon



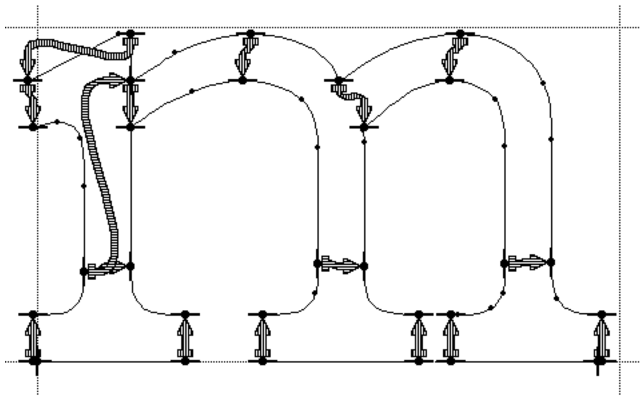


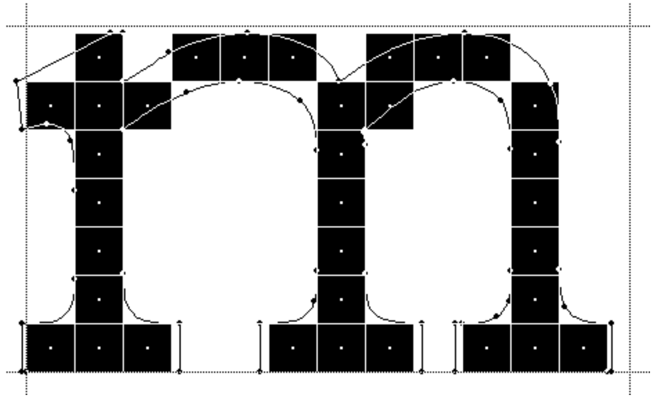
Hinting (grid fitting)

- Lösung: der Rasterizer verzerrt die Konturkurven ein klein wenig und passt sie dem Gitter an, durch Verschieben einzelner Kontrollpunkte
- Hinting = Regeln, die besagen …
  - welche Punkte verschoben werden dürfen;
  - welche Punkte proportional mit verschoben werden müssen;



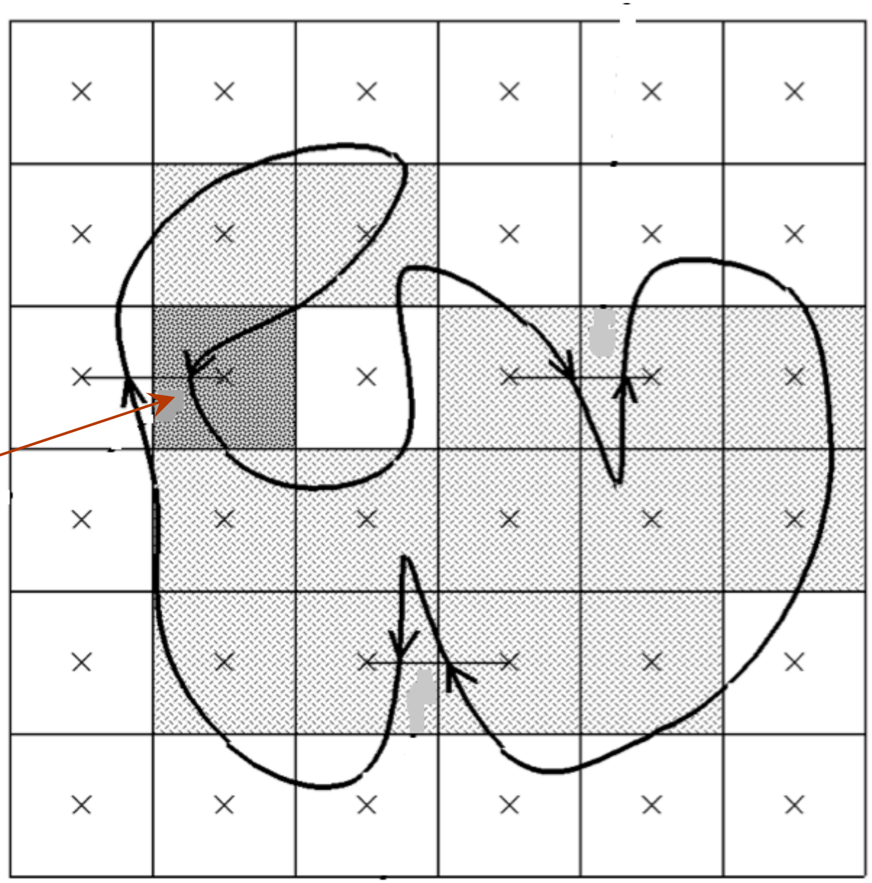
- Hinting (Fortsetzung):
  - welche anderen Punkte dann mitverschoben werden müssen (Constraints)
  - Muß vom Font-Designer gemacht werden
- NB: Diese Art Hinting wird nur bei TrueType-Fonts gemacht
  - Völlig anders bei Type1 …





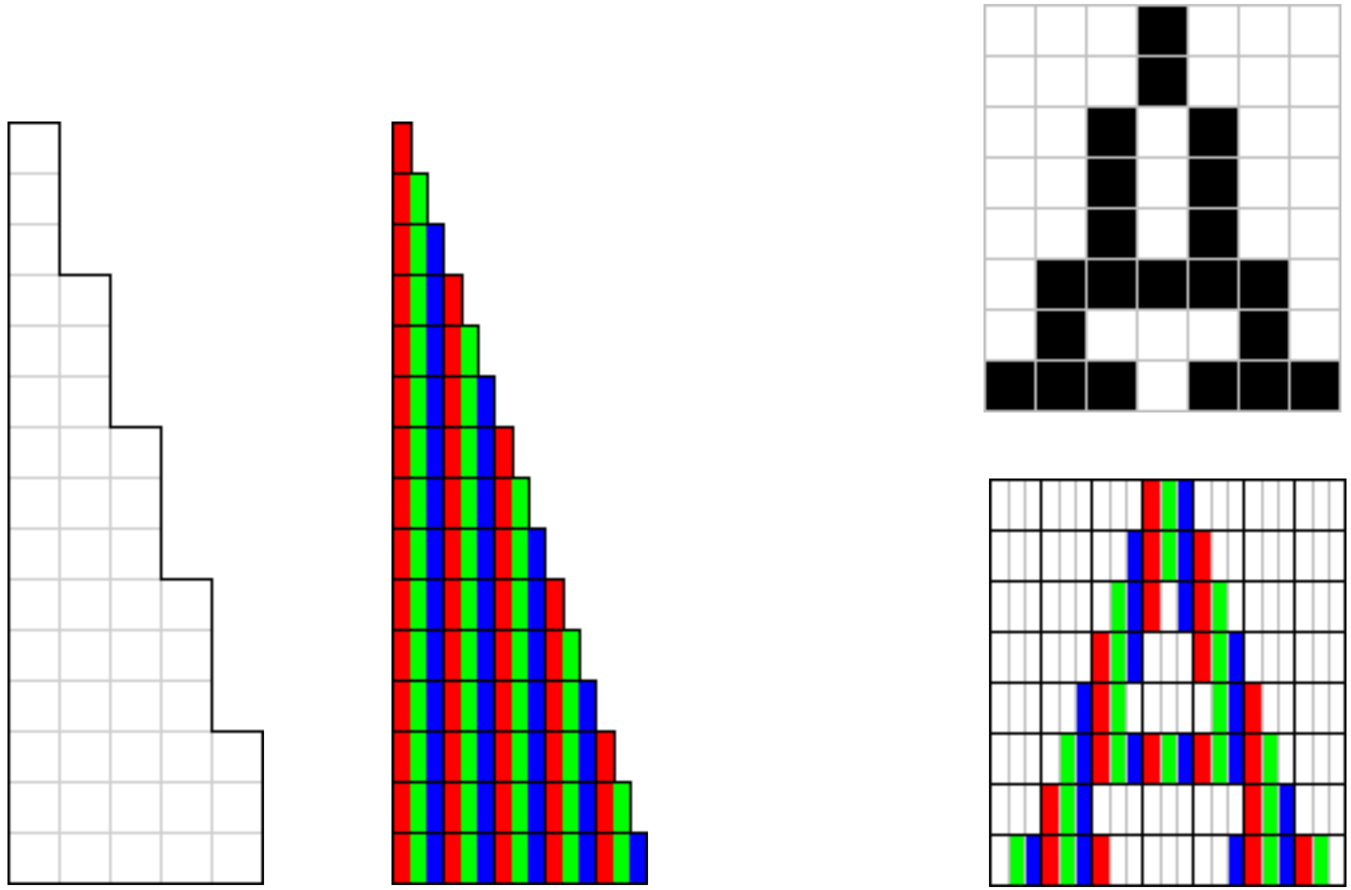
- Dropout-Kontrolle:

Dropout-Pixel wird nachträglich eingefügt, nachdem ein leerer Span detektiert wird



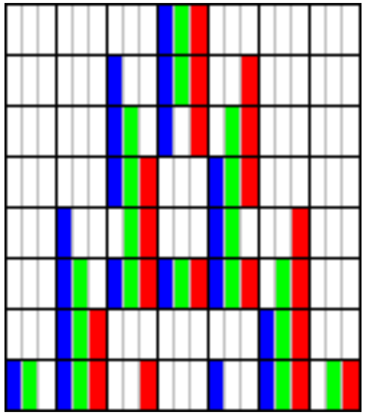
Sub-Pixel Font-Rendering

- Die Idee: betrachte jedes "Primär-Pixel" (R, G, und B) als eigenständiges Pixel:



- Anwendung beim Font-Rendering: skaliere einfach ein Zeichen horizontal um den Faktor 3 bevor rasterisiert wird

- Einschränkungen:
  - Die Software muß den Monitor-Typ kennen (RGB-, oder BGR-, oder Delta-Anordnung)
  - Bringt nichts für hochkant gestellte Monitore (gerade bei Text ist die horizontale Auflösung viel wichtiger)
  - *Color fringing*
  - Patentiert von Micro$oft



- Bessere Alternative (?):
  - Fasse Rot- und Blau-Pixel von benachbarten Tripeln zu einem Primär-Pixel zusammen
  - Verwende nur Grün- und Rot/Blau-Pixel (= nur doppelte Auflösung)
  - Skaliere Fonts vor dem rasterisieren um Faktor 2
  - Modelliere die menschliche Farbwahrnehmung und korrigiere die Color Fringes entsprechend