

Wintersemester 2007/08

Übungen zu Computergraphik I - Blatt 5

Abgabe am Mittwoch, den 05. 12. 2007, 13:00 Uhr

Aufgabe 1 (Baryzentrische Koordinaten, 1 Punkte)

Geben Sie ein Verfahren zur Berechnung der baryzentrischen Koordinaten bezüglich eines Tetraeders an.
Hinweis: Übertragen Sie die Flächenformel.

Aufgabe 2 (Baryzentrische Koordinaten, 2 Punkte)

Gegeben sei ein Dreieck $\triangle ABC$ und die baryzentrischen Koordinaten $(\alpha_0, \beta_0, \gamma_0)$ und $(\alpha_1, \beta_1, \gamma_1)$ zweier Punkte P_0 und P_1 .

Zeigen Sie, dass für jeden weiteren Punkt P_2 , der auf der Geraden durch P_0 und P_1 liegt, gilt:

$$\det \begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_0 & \gamma_1 & \gamma_2 \end{pmatrix} = 0$$

wobei $(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)$ die baryzentrischen Koordinaten von P_2 sind.

Aufgabe 3 (Baryzentrische Koordinaten, 3+2 Punkte)

- Zeichnen Sie in Abb. 1 (s. Rückseite) die Isolinien der baryzentrischen Koordinaten für $\alpha = -\frac{1}{2}$, $\alpha = \frac{1}{2}$ und $\alpha = \frac{3}{2}$ in die Dreiecke $\triangle ABC$ und $\triangle ACD$ ein. Dabei gehört die baryzentrische Koordinate α zu A.
- Gegeben sind die baryzentrischen Koordinaten (α, β, γ) des Dreiecks $\triangle ABC$ (Abb. 2). Markieren Sie für alle Werte $(\alpha, \beta, \gamma) \in [-, +]^3$ die zugehörigen Flächen. Hierbei bedeutet $-$ kleiner und $+$ grösser als Null. Zum Beispiel charakterisiert $(-, -, +)$ die Fläche, für die gilt: $\alpha < 0, \beta < 0, \gamma \geq 0$.

Aufgabe 4 (Flächeninhalt, 4 Punkte)

Gegeben sei eine Sequenz von Punkten $P_1, P_2, \dots, P_n \in \mathbb{R}^2$ mit den dazu gehörenden Kanten

$(P_1, P_2), (P_2, P_3), \dots, (P_{n-1}, P_n), (P_n, P_{n+1})$ mit $P_{n+1} = P_1$, ein sogenanntes Polygon. Das Polygon sei positiv orientiert (d.h. gegen den Uhrzeigersinn).

Zeigen Sie: Für den Flächeninhalt A des Polygons gilt:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1})$$

Hinweis: Verwenden Sie vorzeichenbehaftete Flächenstücke.

Was passiert mit A , wenn man das Polygon negativ, also gegen den Uhrzeigersinn orientiert?

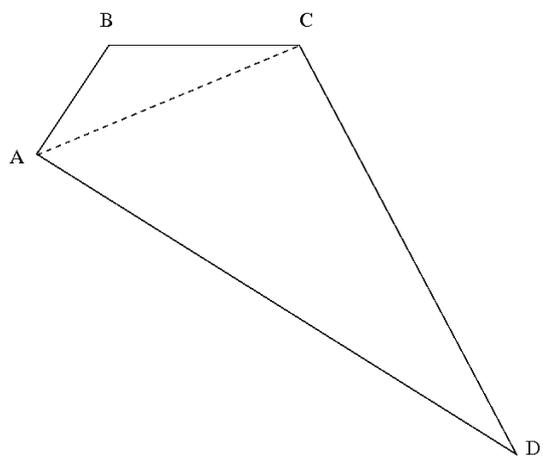


Abbildung 1:

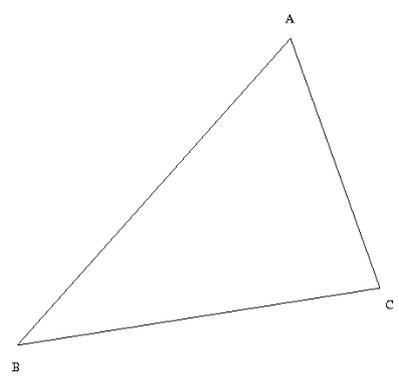


Abbildung 2: