

## Darstellung von Text

- 7 Bit pro Zeichen genügen ( $2^7 = 128$ )
  - 26 Kleinbuchstaben
  - 26 Großbuchstaben
  - 10 Ziffern
 } alphanumerische Zeichen
- Sonderzeichen wie '&', '!', '"'
- nicht druckbare Steuerzeichen, z.B.
  - CR (carriage return = Wagenrücklauf)
  - TAB (Tabulator)
  - BEL (bell = Klingelzeichen)

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 16

## ASCII-Code

- Wie ordnet man den Zeichen je eine Zahl (Code) zu?
- Tabelle mit 128 Zeichen
- Einträge werden durchnummeriert
- jedes Zeichen erhält als Code seine Position in der Tabelle als 7 stellige Binärzahl
 

$b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0$
- das achte Bit eines Bytes wurde ursprünglich als Paritäts-Bit (parity bit) genutzt (s.u.)

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 17

- Tabelle kann im Prinzip beliebig gewählt werden
  - Sender und Empfänger von Informationen müssen aber dieselbe Tabelle verwenden

**American Standard Code for Information Interchange**

- seit 1968 festgelegt
  - 8-Bit-Code, höchstwertiges Bit ist Parity-Bit
- Systematik
  - die 10 Ziffern folgen aufeinander
    - Bits b3b2b1b0 sind Binärdarstellung des Zahlenwertes
  - Klein- und Großbuchstaben sind jeweils alphabetisch sortiert
- Gibt noch viele andere Tabellen!

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 18

## Parity-Bit

- Parity-Bit  $b_7 = \sum_{i=0}^6 b_i$ 
  - ungerade Parität (*odd parity*) bedeutet:  
 $b_7 = 1 \Leftrightarrow$  Anzahl 1-Bits in  $b_0 \dots b_6$  ist ungerade
  - gerade Parität (*even parity*) bedeutet:  
 $b_7 = 1 \Leftrightarrow$  Anzahl 1-Bits gerade
- 1-Bit-Fehler bei der Datenübertragung können so erkannt werden

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 19

## ASCII-Tabelle

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	NUL					ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR			
1	DLE							CAN			ESC					
2		!	"	#	\$	%	&	'	(	)	*	+	,	-	.	/
3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
4	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	_
6	'	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
7	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	—	}	~	

- 00 - 1F = Steuerzeichen (*control characters, non-printable characters*)
  - BS = backspace, LF = linefeed, CR = carriage-return, ...

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 20

## Länderspezifische Zeichen

- länderspezifische Zeichen fehlen, z.B.
  - Ä, Ö, Ü, ä, ö, ü, ß, §, Å, æ, ¥
- Lösungsansatz (1986)
  - verzichten auf das Parity-Bit
  - 8. Bit für Verdopplung der Code-Tabelle nutzen
- Vorteil
  - in den meisten europäischen Regionen können alle sprach-spezifischen Zeichen dargestellt werden
- Nachteil
  - verschiedene Regionen interpretieren dieselben Codes unterschiedlich
  - Benutzung verschiedener Code-Tabellen in verschiedenen Regionen
  - Datenaustausch schwierig

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 21

## Unicode

- Standard seit 1993
- 16-Bit Code (65536 Zeichen)
- Unicode definiert eine Code-Tabelle für einen **universellen Zeichensatz**, der alle Schriften der Welt umfassen soll; Unicode deckt bereits die standardisierten Zeichensätze ab
- Unicode 3.0 (seit 2000)
  - 57709 Codes festgelegt (nur noch 7827 frei)
- weitere Informationen, siehe
  - <http://www.unicode.org>



G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 22

## Grundbegriffe

- **Zeichen** (*character*) ist elementare Texteinheit
  - abhängig von der Sprache
  - abhängig von der Verarbeitungsfunktion:  
spanisches „ll“ wird für das Sortieren als ein Zeichen betrachtet, aber für Eingabe und Anzeige als zwei Zeichen
  - Abstraktion von graphischen Ausprägungen (Glyphen, *glyphs*);  
das mit dem ISO-Namen „Latin Capital Letter A“ benannte Zeichen als Abstraktion für die Glyphen



A **A** A A A

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 23



- **Zeichensatz** (*character repertoire*) = Menge, Vorrat von Zeichen; wird normalerweise definiert über die Angabe von Namen für die Zeichen und eine Reihe von typischen Glyphen für die Zeichen
- **Schrift**, auch **Alphabet** (*script* oder *alphabet*) als ein Zeichensatz für eine bestimmte Sprache oder Familie von Sprachen: lateinische Schrift, griechische Schrift, hebräische Schrift, chinesische Schrift

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 24



- **Code-Tabelle** für einen Zeichensatz (*code table* oder (*coded character set*) = Tabelle, in der jedes Zeichen eines Zeichensatzes eine Nummer erhält; die Nummern werden in aufsteigender Reihenfolge von 0 an vergeben und können Lücken enthalten; Größe der Code-Tabelle bestimmt die Zahl der Bits, die zur Darstellung der Zeichen-Codes notwendig ist (8 Bit = 256 Werte, 16 Bit = 63.536 Werte)
- **Code** oder **Code-Position** eines Zeichens in Bezug auf eine Code-Tabelle (*code set position*, *code point*, *character number*) als die dem Zeichen in der Code-Tabelle zugeordnete Nummer

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 25

- **Kodierung** oder **Kodierungsschema** (*encoding scheme*, *character encoding*) als eine Abbildung, die eine Folge von Zeichen in eine Folge von Bytes übersetzt
  - modal vs. nicht-modal (Zeichen-Morphismus)
  - feste vs. variable Code-Länge
- **Achtung:** Unicode definiert nur die Code-Tabelle! Unicode selbst definiert noch nicht, wie eine Zeichenkette in eine Byte-Folge abgebildet wird! Das ist Sache des Kodierungsschemas!
  - 16-Bit Code-Tabelle = 65.536 Positionen (mögl. Zeichen)
  - Es gibt Kodierungen UTF-8, UTF-16, UCS2, etc.

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 26

### Standardisierte Code-Tabellen

Sprache	Code-Tabelle	Umfang
Englisch	US-ASCII (ISO 646 IRV:1991)	94
Franz.	ISO 8859-1:1987	191
Chinesisch	GB 2312-80	7.445
Chinesisch	Big 5	13.523
Japanisch	JIS X 0208-1990	6.897
Koreanisch	KS C 5601-1992	8.224
alle	ISO/IEC 10646-1:1993 (Unicode 2.0)	38.885

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 27

## Kodierungen

Kodierung	Code-Tabelle	Länge
Shift-JIS	JIS X 0208-1990	2
EUC-JP	JIS X 0208-1990 and JIS X 0212-1990	2
Big 5	Big 5	2
EUC-KR	KS C 5601-1992	2
UTF-8	Unicode 2.0	≤ 3

G. Zachmann    Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 28

## Kodierungsschemata von Unicode

- UCS2:
  - kodiert eine 16-Bit-Binärzahl als zwei Bytes
- UTF-8:
  - kodiert 16-Bit-Binärzahl mit ein bis drei Bytes  
kodiert 31-Bit-Binärzahl mit ein bis sechs Bytes
  - transparent für ASCII-Zeichen von 0 bis 127: kodiert in einem Byte mit höchstwertigem Bit 0
  - übrige Binärzahlen kodiert durch Folgen von n Bytes, von denen jedes das höchstwertige Bit auf 1 gesetzt hat;  
das erste Byte hat n Bits auf 1 und das n+1-te auf 0 gesetzt, die folgenden Bytes beginnen mit 10;  
die übrigen Positionen dienen der Kodierung der Binärzahl

G. Zachmann    Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 29

32-Bit-Binärzahl	Byte-Sequenz UTF-8	Bits
00000000–0000007F	0xxxxxxx	7
00000080–000007FF	110xxxxx 10xxxxxx	11
00000800–0000FFFF	1110xxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	16
00080000–001FFFFF	11110xxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	21
00200000–03FFFFFF	111110xx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	26
04000000–7FFFFFFF	1111110x 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx 10xxxxxx	31

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 30

- Jeder Zeichen-Code muß in dem kürzest-möglichen Block kodiert werden
  - beim Dekodieren muß darauf geachtet werden, daß nur gültige Byte-Sequenzen dekodiert werden  
beispielsweise ist 11000000 10000001 ungültig, da die 32-Bit-Binärzahl 00000001 durch die kürzere Byte-Sequenz 00000001 darstellbar ist
- G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 31




## Darstellung von ganzen Zahlen

- Ein Zahlssystem (*number system*) besteht aus
  - endlich vielen Ziffern (*digits*) und
  - einer Vorschrift,
    - wie Zeichenreihen, die aus diesen Ziffern gebildet wurden, als Zahl-Werte zu interpretieren sind
- Arabische Zahlssysteme zur Basis  $\beta$ 
  - Natürliche Zahl  $z = z_n \dots z_0$  hat den Wert
 
$$z = \sum_{i=0}^n z_i \beta^i$$

mit  $0 \leq z_i < \beta$

Arithmetica



Pythagoras mit Rechenbrett      Boetius mit arabischen Zahlen

G. Zachmann    Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 32

- Basis  $\beta$  der Darstellung wird **Radix** genannt
  - Namen einiger wichtiger Zahlssysteme
    - Radix 10: **Dezimaldarstellung**
    - Radix 2: **Binärdarstellung**
    - Radix 8: **Oktaldarstellung**
    - Radix 16: **Hexadezimaldarstellung**
- Zur Kennzeichnung der Basis wird diese oftmals als Subscript angegeben
  - $7_{10} = 7_8 = 111_2$
  - $9_{10} = 11_8 = 1001_2$
  - $15_{10} = 17_8 = 1111_2$

G. Zachmann    Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 33

## ASCII-Zahlen

- Zahlen inmitten von anderem Text werden als ASCII-Codes dargestellt, z.B.
 
$$(42)_{10}: (00110100\ 00110010)_{\text{ASCII}}$$
  - verschwendet Speicherplatz
    - N Bits für N/8 Ziffern, d.h.  $10^{N/8} = 2^{0.42*N}$  Zahlen
    - N Bits können aber  $2^N$  verschiedene Zahlen kodieren
  - einfache (ziffernweise) Umwandlung von ASCII-Zahlen in Dezimalzahlen und umgekehrt
  - arithmetische Operationen sind aufwendig

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 34

## BCD-Zahlen

- BCD-Zahlen (*Binary Coded Decimals*)
  - binär kodierte Dezimalzahlen
  - für eine Ziffer genügen 4 Bit
  - Beispiel
 
$$(42)_{10} = (0100\ 0010)_{\text{BCD}}$$
    - immer noch verschwenderisch, da mit N Bits nur  $2^{0,83N}$  Zahlen dargestellt werden können
    - einfache (ziffernweise) Umwandlung von Dezimalzahlen in BCD-Zahlen und umgekehrt
    - arithmetische Operationen immer noch aufwendig

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 35

## Binärdarstellungen

- Idee
  - Zahlen mit Stellenwertkodierung darstellen
    - Vorzeichen (falls nicht nur positive Zahlen dargestellt werden sollen)
    - Ziffern
    - Wert der Stelle, an der die Ziffer steht
  - Beispiel Dezimalsystem
 
$$(4711)_{10} = 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^0$$
  - Analog Binärsystem
 
$$(11010)_2 = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = (26)_{10}$$

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 36

## Vorzeichenlose (positive) Zahlen

$$w : \{0, 1\}^n \mapsto \mathbb{N}_0$$

natürliche Zahlen mit 0

$$b_{n-1} \dots b_1 b_0 \mapsto w(b_{n-1} \dots b_1 b_0) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

- $2^n$  Zahlen mit n Bits darstellbar:  $0, \dots, 2^n - 1$
- jede Zahl hat eine eindeutige Kodierung in n Bits

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 37

## Umwandlung ins Binärsystem



- Umwandlung binär → dezimal
  - trivial
  - Addition der Zweierpotenzen
- Umwandlung: dezimal → binär
  - Zusammensetzen aus Zweierpotenzen
  - Umwandlung von "links nach rechts" durch Bestimmung der größten Zweierpotenz, die kleiner oder gleich der umzuwandelnden Zahl ist
    - suche aus Tabelle die größte Zweierpotenz, die kleiner oder gleich der Zahl ist
    - subtrahiere sie von der Zahl
    - verfähre genauso mit der Differenz, bis sie 0 ist

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 38

## Divisionsmethode

- Besser:
  - Umwandlung von "rechts nach links" mit ganzzahliger Division durch 2 mit Rest
$$w = \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \sum_{i=1}^{n-1} b_i 2^i + b_0 = 2 \left( \sum_{i=0}^{n-2} b_{i+1} 2^i \right) + b_0$$
  - $b_0$  ist der ganzzahlige Rest bei der Division durch 2
  - Verfahre ebenso mit dem Ergebnis der Division



G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 39

- exakte ganzzahlige Division
  - bei der Division einer ganzen Zahl  $z$  durch einen ganzzahligen Divisor  $d$  entsteht ein ganzzahliger Quotient  $q$  und ein ganzzahliger Rest  $r$  mit
 
$$z = q \cdot d + r \quad \text{mit} \quad 0 \leq r < d$$
  - Operationen, die den Quotienten und den Rest bestimmen
 
$$q = z \text{ div } d$$

$$r = z \text{ mod } d$$

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 40

Beispiel für Divisionsmethode

$z$	$z \text{ div } 2$	$z \text{ mod } 2$
42	21	0
21	10	1
10	5	0
5	2	1
2	1	0
1	0	1
0	0	0
0	0	0

- Resultat:  $(42)_{10} = (101010)_2$

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 41

## Oktalsystem, Hexadezimalsystem

- Oktalsystem
  - Darstellung der Zahlen zur Basis 8
  - Ziffern 0, ..., 7
$$(d_{n-1}d_{n-2}\dots d_0)_8 = d_{n-1}8^{n-1} + d_{n-2}8^{n-2} + \dots + d_08^0$$
- Hexadezimalsystem
  - Darstellung der Zahlen zur Basis 16
  - Hexziffern: 0, ..., 9, A, ..., F
$$(d_{n-1}d_{n-2}\dots d_0)_{16} = d_{n-1}16^{n-1} + d_{n-2}16^{n-2} + \dots + d_016^0$$
- Vorteil der Basen 8 und 16
  - triviale Umrechnungen in und aus dem Binärsystem durch Zusammenfassen der entsprechenden Bits

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 42

## Umrechnung: binär ↔ oktal

o.B.d.A. sei  $n$  ein Vielfaches von 3

$$\begin{aligned}
 z &= (b_{n-1}\dots b_1b_0) = \sum_{i=0}^{n-1} b_i2^i \\
 &= \underbrace{(b_{n-1}2^{n-1} + \dots)}_{o_{n/3} \cdot 8^{n/3-1}} + \underbrace{(b_52^5 + b_42^4 + b_32^3)}_{o_1 \cdot 8^1} + \underbrace{(b_22^2 + b_12^1 + b_02^0)}_{o_0 \cdot 8^0} \\
 &= \sum_{i=0}^{n/3-1} o_i8^i \\
 &= (o_{n/3-1}\dots o_1o_0)_8
 \end{aligned}$$

binär

011001101100010

$\underbrace{\hspace{2em}}_3$ 
 $\underbrace{\hspace{2em}}_1$ 
 $\underbrace{\hspace{2em}}_5$ 
 $\underbrace{\hspace{2em}}_4$ 
 $\underbrace{\hspace{2em}}_2$

oktal

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 43

## Addition von Binärzahlen

- Zahlen können in jedem Zahlensystem wie gewohnt addiert werden

	Dezimal	Binär	Oktal	Hexadezimal
	2 7 5 2	0 1 0 0 1 0	2 7 5 2	2 7 C A
+	4 2 6 1	1 0 0 1 1 1	4 2 6 1	A F 9 3
=	7 0 1 3	1 1 1 0 0 1	7 2 3 3	D 7 5 D

- der Computer verwendet meist feste Wortbreiten
  - ein Übertrag (*carry*) über die höchstwertige Stelle hinaus (*overflow*) wird häufig ignoriert
  - "die Rechnung stimmt nur modulo  $2^n$ "

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 44

## Vorzeichenbehaftete ganze Zahlen

- höchstwertiges Bit kodiert Vorzeichen

$w : \{0, 1\}^n \rightarrow \mathbb{Z}$  ganze Zahlen

$$(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0) \mapsto w(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0) = (b_{n-1}, \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i)$$

Vorzeichenbit gesonderte Behandlung des Vorzeichens

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 45

**Darstellung als Betrag und Vorzeichen**

- Zahlenwert ergibt sich aus
 
$$w(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0) = \begin{cases} + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i & , \text{ falls } b_{n-1} = 0 \\ - \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i & , \text{ falls } b_{n-1} = 1 \end{cases}$$
- Beispiele für  $n=6$ 
  - $w(011010) = +(1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) = (+26)_{10}$
  - $w(111010) = -(1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0) = (-26)_{10}$

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 46

- Zahlenbereich ist **symmetrisch**
  - Wertebereich:  $-(2^{n-1}-1), \dots, +2^{n-1}-1$
  - insgesamt  $2^n-1$  Zahlen
- Darstellung der 0 ist **redundant**
  - $w(0000\dots 0) = w(1000\dots 0) = (0)_{10}$

"+0"

"-0"
- Vergleichsoperationen schwer zu implementieren

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 47



## Addition bei Betrag und Vorzeichen

- Addition negativer Zahlen
  - komplizierter als normale binäre Addition

$$\begin{array}{r} (0011)_2 \quad (3)_{10} \\ + (1001)_2 \quad + (-1)_{10} \\ \hline (1100)_2 \quad \neq \quad (2)_{10} \end{array}$$

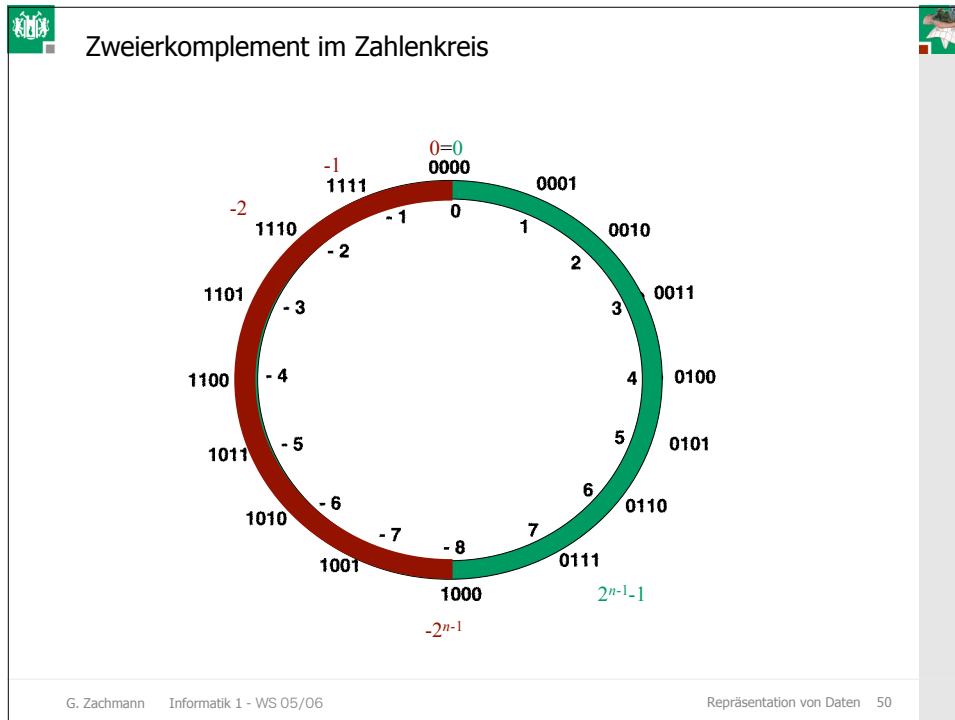
- technisch zwar realisierbar
- die folgende **Zweierkomplementdarstellung** vermeidet aber alle genannten Nachteile

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 48

## Zweierkomplementdarstellung

- Nutze aus, daß  $-z \equiv 2^n - z \pmod{2^n}$
- Wert in Zweierkomplementdarstellung
 
$$w(b_{n-1}b_{n-2} \dots b_0) = -b_{n-1}2^{n-1} + \underbrace{\sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i}_{0, \dots, 2^{n-1}-1}$$
  - für  $b_{n-1}=0$  erhält man die positiven Zahlen wie gehabt
  - für  $b_{n-1}=1$  wird  $2^{n-1}$  vom Wert subtrahiert
  - Zahlenbereich:  $-2^{n-1}, \dots, 2^{n-1}-1$
  - Zahlenbereich **nicht symmetrisch!**
  - Darstellung der 0 **nicht redundant**
  - bevorzugte Methode zur Darstellung ganzer Zahlen in heutigen Computern

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 49



### Zweierkomplement, negative Werte

- Alternative Bestimmung des Wertes einer negativen Zahl
  1. Invertiere alle Bits
  2. Bestimme den Wert der nun positiven Zahl
  3. Addiere eine 1
  4. Das Ergebnis ist der Betrag der ursprünglichen negativen Zahl
- Beispiel
  1.  $(1011001)_2$
  2. Invertieren:  $(0100110)_2$
  3.  $= 32+4+2 = 38$
  4.  $= 38+1 = 39$
  5. Ergebnis: -39
- Laut Formel
  1.  $(1011001)_2 = -64+16+8+1$
  2.  $= -64+25$
  3.  $= -39$

▪ Bitweises vertauschen allein definiert das *Einerkomplement*

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 51

## Beweis für alternative Berechnung

Invertierung aller Bits entspricht Subtraktion vorzeichenloser Zahlen von  $(11111\dots 1)_2$ , denn z.B.

$$(011001\dots 1)_2 + (100110\dots 0)_2 = (111111\dots 1)_2$$

Also gilt für  $b_{n-1} = 1$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^{n-1} b'_i 2^i + 1 &= (2^n - 1) - \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i + 1 \\ &= 2^n - b_{n-1} 2^{n-1} - \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i = 2^{n-1}(2 - 1) - \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i \\ &= -(-2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i) \end{aligned}$$

Alternativer Bew.:  $x - y \equiv x + (2^n - y) \equiv x + \bar{y} \pmod{2^n}$

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 52

## Addition in Zweierkomplementdarstellung

- Addition funktioniert wie normale Binäraddition vorzeichenloser Zahlen
  - Übertrag aus der höchstwertigen Stelle ignorieren
  - Beispiele

$\begin{array}{r} (0011)_2 \\ +(1001)_2 \\ \hline (1100)_2 \end{array}$	$\begin{array}{r} (3)_{10} \\ +(-7)_{10} \\ \hline (-4)_{10} \end{array}$	$\begin{array}{r} (1100)_2 \\ +(1101)_2 \\ \hline 1(1001)_2 \end{array}$	$\begin{array}{r} (-4)_{10} \\ +(-3)_{10} \\ \hline (-7)_{10} \end{array}$
---	---	--	--

- Beweis: selbst durch Fallunterscheidung

G. Zachmann Informatik 1 - WS 05/06 Repräsentation von Daten 53



## Einbettung in längere Zahldarstellungen



- Zahlen müssen sich an die Wortlängen des verwendeten Computers orientieren
- Problem: Einbettung einer Zahl in eine Darstellung mit größerer Wortlänge

$$w(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0)$$

$$= \begin{cases} w(b_{n-1}0\dots 0b_{n-2}\dots b_0) & \text{Betrag + Vorzeichen} \\ w(b_{n-1}\dots b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0) & \text{1er- oder 2er-Kompl.} \end{cases}$$



## Beweis zur Einbettung



- nur für Zweierkomplement
- zu zeigen:
  - 1. Fall:  $b_{n-1} = 0$   $w(b_{n-1}b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0) = w(b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0)$   
- positive Zahl, trivial
  - 2. Fall:  $b_{n-1} = 1$

$$w(11b_{n-2}\dots b_0)$$

$$= -1 \cdot 2^n + 1 \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i = 2^{n-1}(-2 + 1) + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i$$

$$= -1 \cdot 2^{n-1} + \sum_{i=0}^{n-2} b_i 2^i$$

$$= w(1b_{n-2}\dots b_0)$$