

Sommersemester 2009

Geometrische Datenstrukturen für die Computergraphik - Blatt 1

Abgabe am Mittwoch, dem 22. 04. 2009, 13:00 Uhr

Aufgabe 1 (Konvexität, 5 Punkte)

Aus der Vorlesung wissen Sie: Eine Menge A nennt man konvex genau dann wenn für alle Punkte $p, q \in A$ gilt, dass das Liniensegment pq ebenfalls in A enthalten ist.

Die Minkowskisumme zweier Mengen A, B in \mathbb{R}^n ist definiert als

$$A \oplus B = \{a + b \mid a \in A, b \in B\}$$

Zeigen Sie: Wenn A und B konvex sind, dann ist auch $A \oplus B$ konvex.

Aufgabe 2 (Quadtree-Konstruktion, 3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Grenze $O((d+1)n)$ für die Konstruktionszeit eines Quadtrees tight ist.

Aufgabe 3 (Balancierte Quadtrees, 3 Punkte)

Angenommen wir verschärfen die Balance-Bedingung für Quadtrees aus der Vorlesung: Die Größe benachbarter Quadrate darf sich nicht mehr um den Faktor 2 unterscheiden, sondern nur noch um den Faktor 1. Ist in diesem Fall die Anzahl der Knoten ebenfalls linear in der Grösse des ursprünglichen Quadtrees? Falls dem nicht so ist, können Sie sonst irgendeine quantitative Aussage darüber machen?

Aufgabe 4 (Range Queries, 5+4 Punkte)

Quadtrees kann man auch sehr gut für Bereichsanfragen verwenden.

- Beschreiben Sie einen Algorithmus, der alle Punkte eines Quadtrees liefert, die innerhalb eines vorgegebenen achsenparallelen Rechtecks R liegen.
- Bestimmen Sie die worst-case Laufzeit für eine solche Bereichsanfrage.