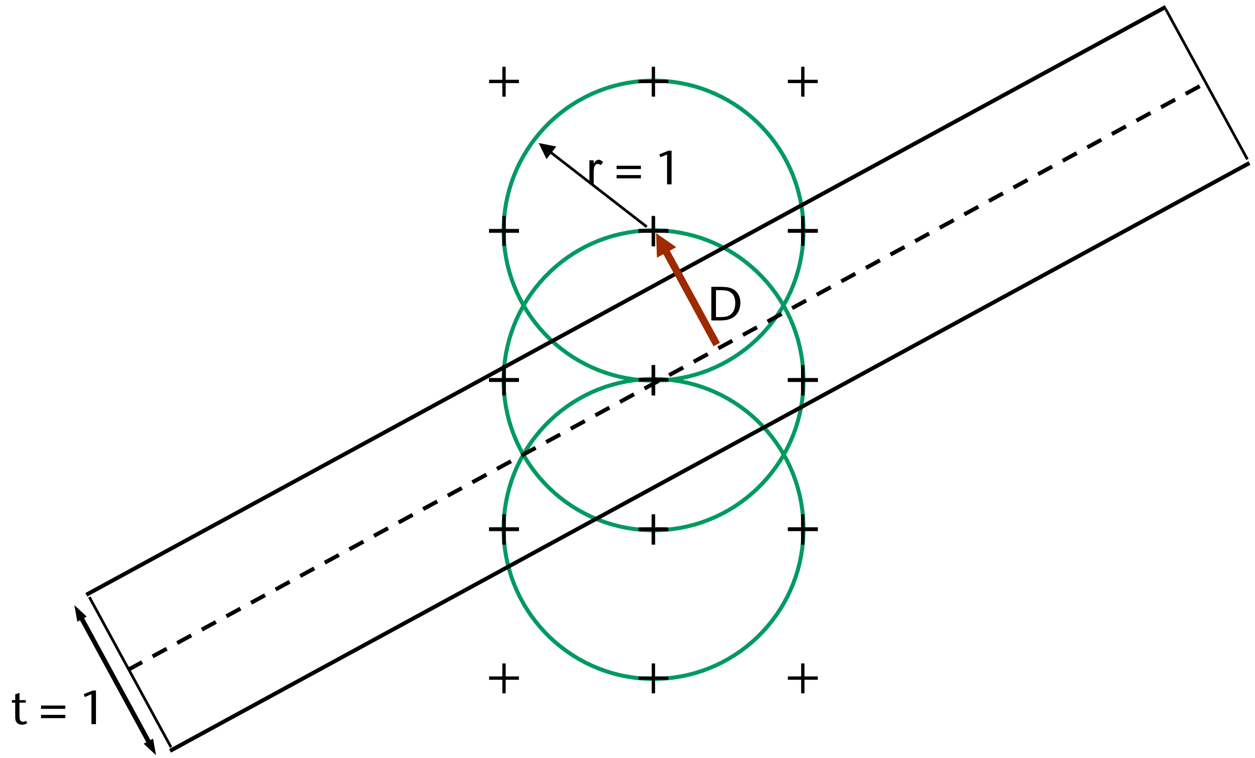
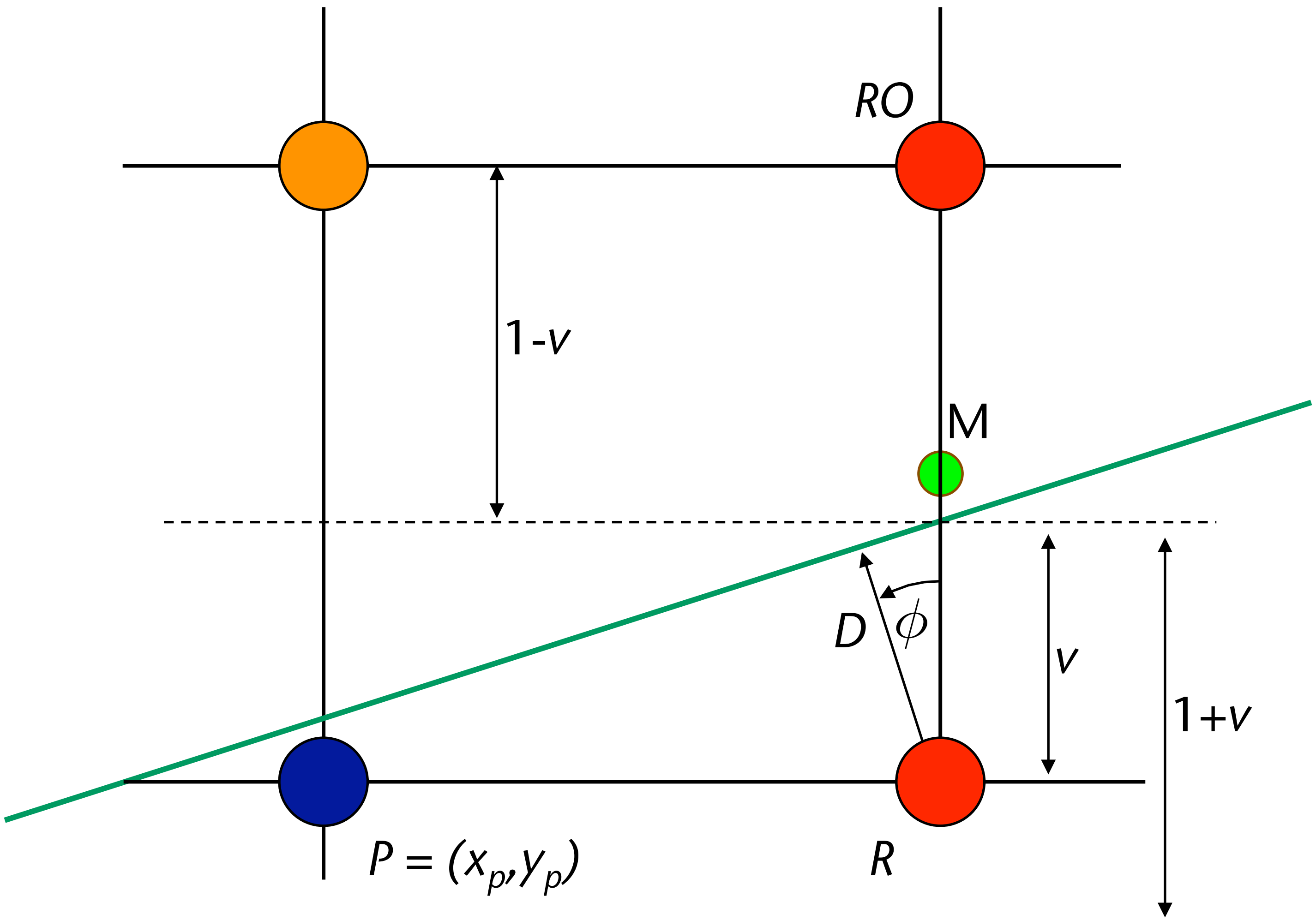
Der Gupta-Sproull Algorithmus [1981]

- Variante des Standard-Midpoint-Algorithmus
- Berechnet inkrementell den Abstand *D* zwischen Pixelmittelpunkt und der Linie
- Bestimme Pixel-Intensität entsprechend dem Wert *D*
- Führe dies für einige Pixel ober- und unterhalb der Line durch
- Verwende einfache Lookup-Tables für die Intensität: *Filter(D)*
- Beachte: Filterwert ist nur von *D* abhängig, nicht von der Steigung der Gerade

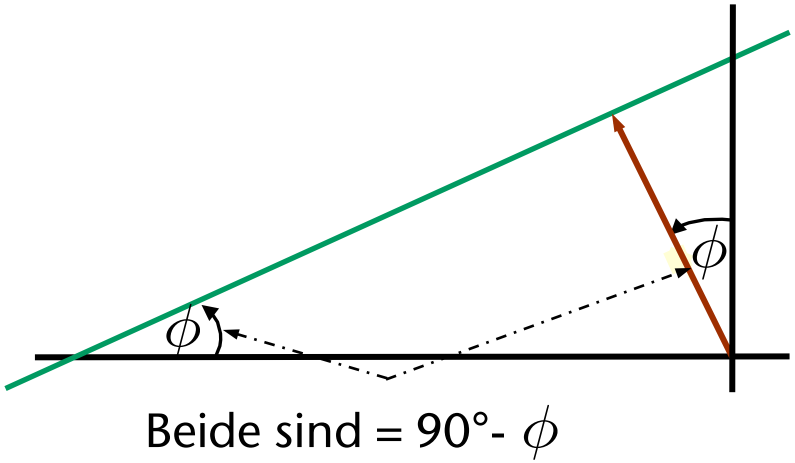
- Eine Linie der Breite 1 Pixel überdeckt im Allgemeinen 3 Pixel-Filter-Kegel:

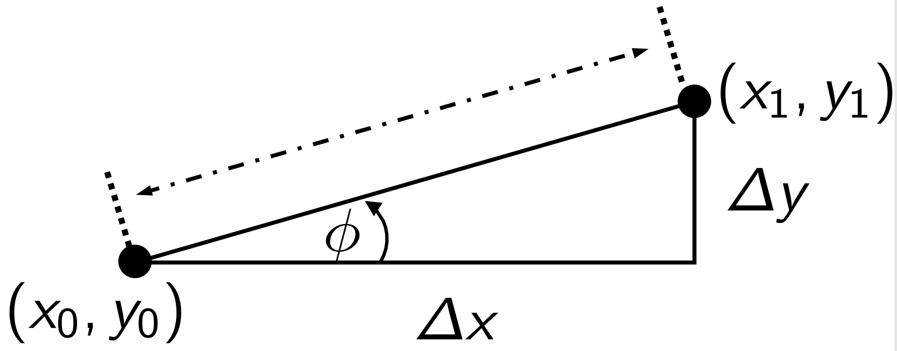


Das Bild (für den Fall 'R')

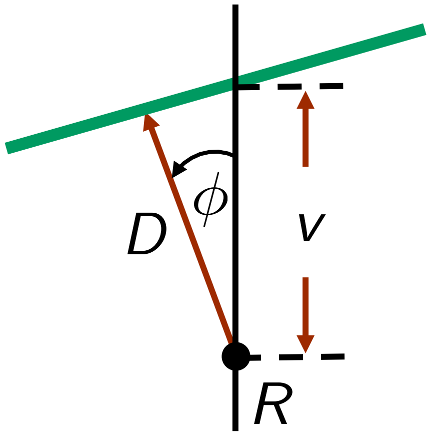


Berechnung von ϕ





$$\cos\phi = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$



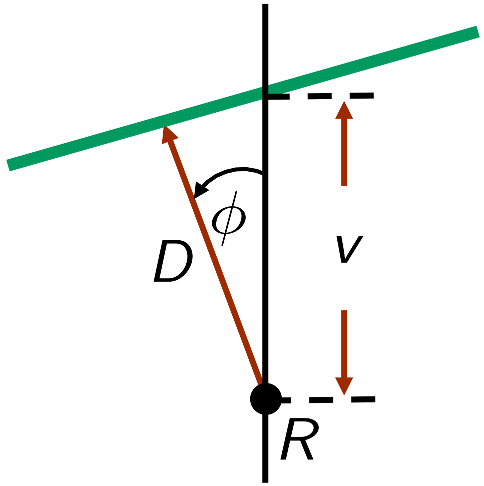
$$D = v\cos\phi$$

$$= v\frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

Inkrementelle Berechnung von D

- $D = v \cos\phi$

$$= v \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

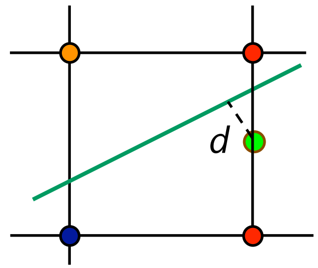


- Ziel: D inkrementell berechnen
- Idee: D aus d (Entscheidungsvariable) berechnen
- Erinnerung:

$$d = F(M) = F\left(x_p + 1, y_p + \tfrac{1}{2}\right)$$

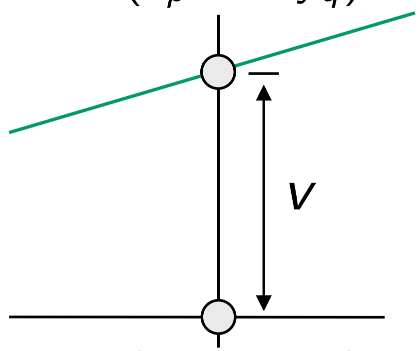
$$= n_1 (x_p + 1) + n_2 \left(y_p + \tfrac{1}{2}\right) + c$$

$$\text{mit} \quad n_1 = \Delta y \,,\ n_2 = -\Delta x$$



1. $F(Q) = n_1\,(x_p + 1) + n_2 y_q + c = 0$

$$y_q = \frac{-n_1(x_p+1) - c}{n_2}$$



2. $$v = y_q - y_p = \frac{-n_1(x_p+1) - c}{n_2} - y_p$$

$$n_2 \cdot v = -n_1(x_p+1) - c - n_2 y_p \qquad (n_2 = -\Delta x)$$

$$\Delta x \cdot v = n_1(x_p+1) + n_2 y_p + c = F(M) - \frac{n_2}{2}$$

$$= d + \frac{\Delta x}{2}$$

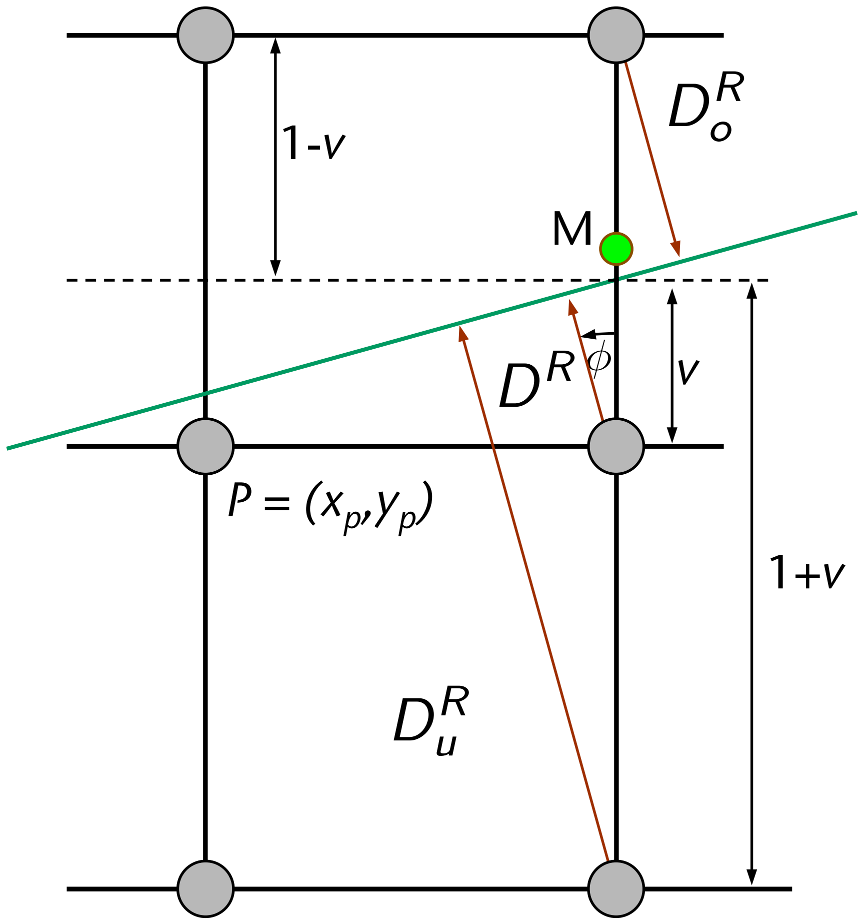
3. $$D = \frac{d + \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

Bei Entscheidung für "*R*" im Midpoint-Algo

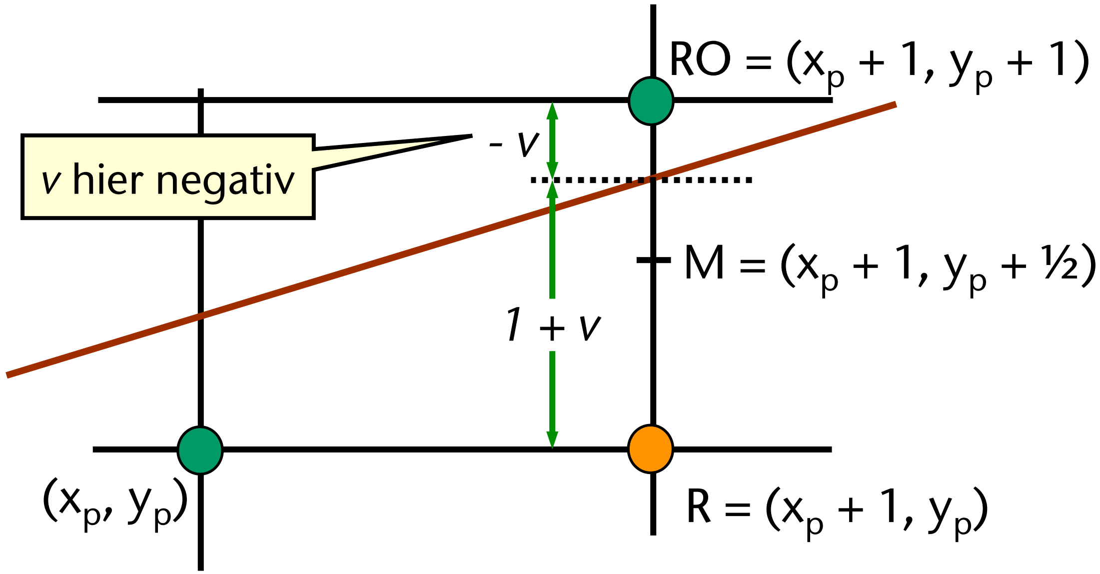
$$D^R = \frac{d + \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

$$D_u^R = \frac{d + \frac{3}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

$$D_o^R = \frac{d - \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$



Analog für die Entscheidung 'RO'

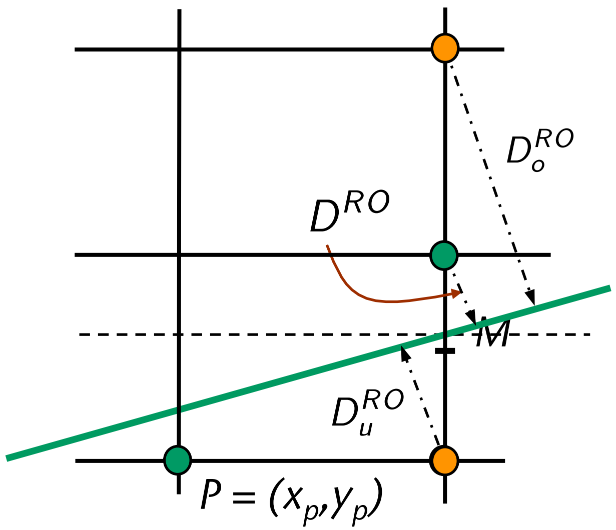


- Distanzen:

$$D^{RO} = \frac{d - \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

$$D^{RO}_u = \frac{d + \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$

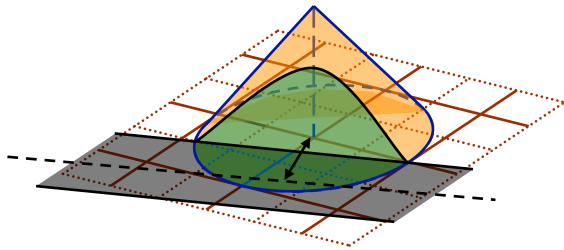
$$D^{RO}_o = \frac{3d - \frac{1}{2}\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}}$$



Beispiel für Lookup-Table

- Precomputation: Berechne zu verschiedenen D's die Intensitäten (bzw. Gewichte)

Wert für D	Intensitätswert
0.00	0.70
0.25	0.40
0.50	0.25
0.75	0.05
1.00	0.00



$$= \int_L W(x, y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

Pseudo-Code für Gupta-Sproull Algorithmus

```
berechne n1, n2, c, d1, d2
init x,y,d     $\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$
setze z ←
while x ≤ x1:
  xc,yc = x,y
  if d > 0:                          # RO
     D ← (d – ½ Δx) / z
     berechne Du, Do
     d += d2
     y += 1
  else:                              # R
     D ← (d + ½ Δx) / z
     berechne Du, Do
     d += d1
  zeichne Pixel(xc,yc) mit Intensität L(D)
  zeichne Pixel(xc,yc+1) mit Intensität L(Do)
  zeichne Pixel(xc,yc-1) mit Intensität L(Du)
```

(L ist die Lookup-Table, die für gegebene Distanz die Gewichtung (gemäß Filter-Kernel) liefert.)