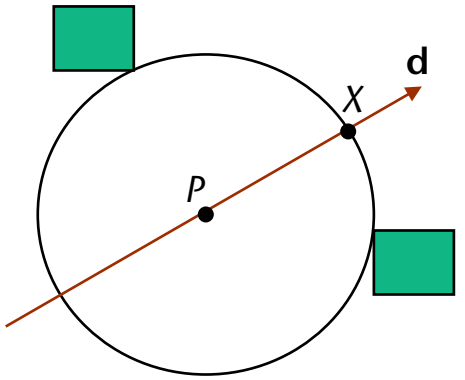
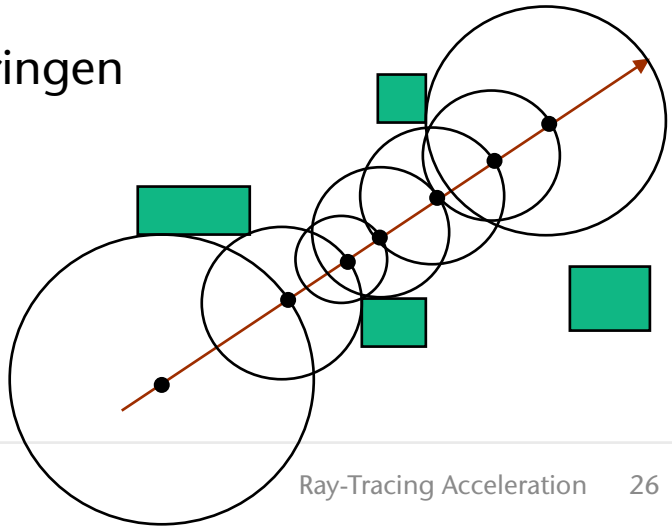
Proximity Clouds [1994]

- Gedankenexperiment:
  - Annahme: wir stehen auf dem Strahl an Punkt P, und wissen, daß sich in einer Kugel um P mit Radius r kein Objekt befindet
  - Dann können wir direkt zum Punkt

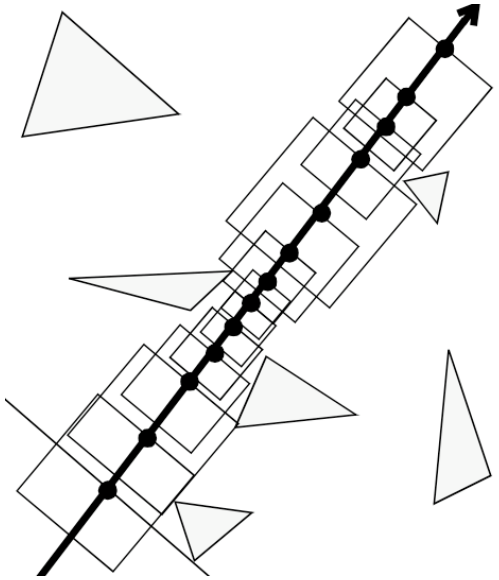
$$X = P + \frac{r}{\|d\|}\mathbf{d}$$

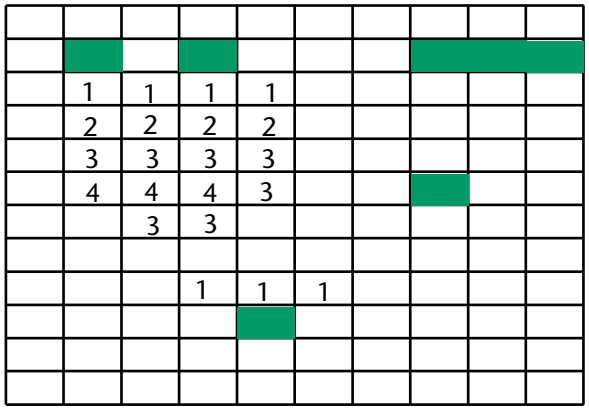
    weiterspringen
  - Annahme: diesen "clearance" Radius wissen wir in jedem Pukt des Raumes
  - Dann kann man von Punkt zu Punkt springen





- Das funktioniert genau so mit jeder anderen Metrik
- Problem: man kann nicht in jedem Punkt diese Info speichern
- Idee: diskretisiere den Raum
  - Speichere für jede Gitterzelle, wieviele (leere) Zellen man überspringen kann, unabhängig von der Strahlrichtung
- Beispiel:



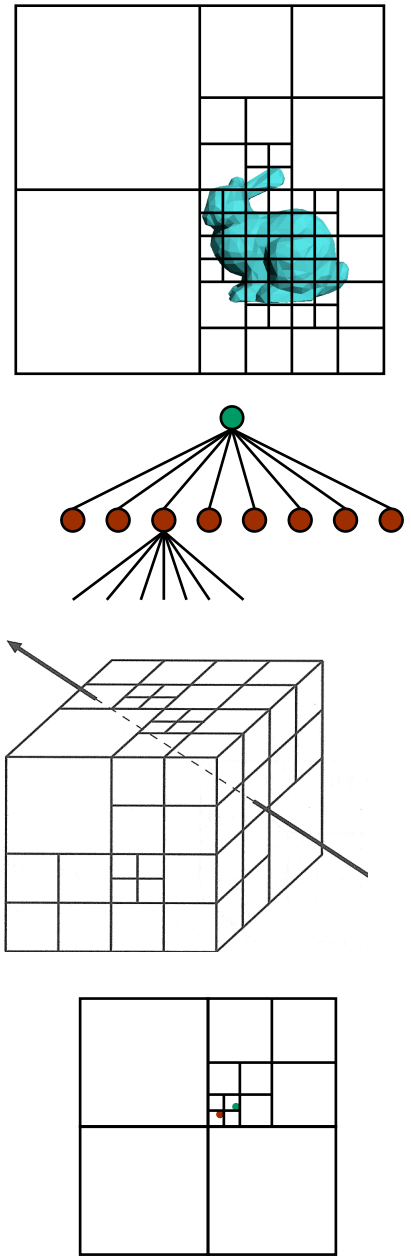


Allgemeine Regeln zur Optimierung

- "Premature Optimization is the Root of All Evil" [Knuth]
  - Erst naïv und langsam implementieren, dann optimieren!
  - Nach jeder (möglichst kleinen) Optimierung einen Benchmark machen!
    - Manchmal/oft stellen sich "Optimierungen" als Verlangsamungen heraus
  - Vor einer Optimierung Profiling machen!
    - Oft wird 80% der Zeit wo ganz anders verbraten
  - Erst nach schlaueren / einfacheren / effizienteren Algos suchen, dann "Bit-Knipsereien" betreiben

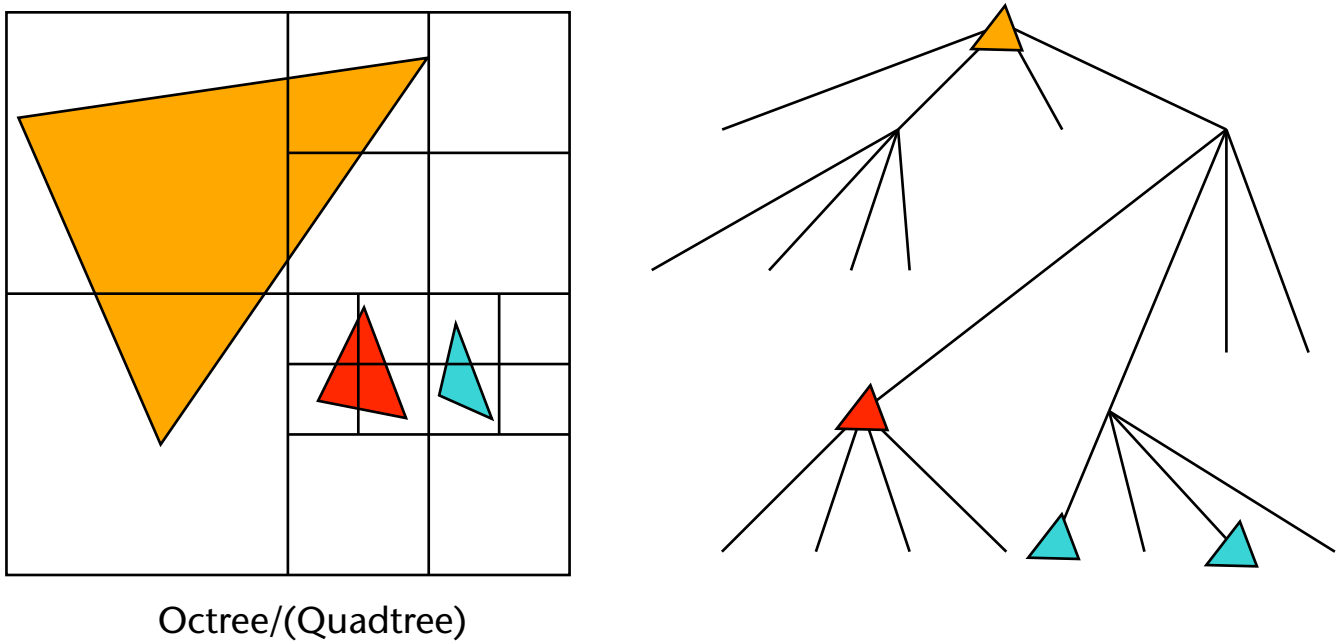
Octree / Quadtree

- Idee: extreme Variante der rekursiven Gitter
- Aufbau:
  - Mit BBox der gesamten Szene beginnen
  - Voxel in 8 gleiche Sub-Voxels rekursiv unterteilen
  - Abbruchkriterien: Zahl der restlichen Primitive und maximale Tiefe
- Vorteil: lässt große Traversal-Schritte in den leeren Regionen zu („*empty space skipping*“)
- Nachteile:
  - Rel. komplizierte Traversalalgorithmen
  - Benötigt manchmal sehr viele Unterteilungen zur Auflösung versch. Objekte



Primitive in adaptiven Gittern / Octrees

- Leben jetzt auf inneren Levels, oder ...
- Nur in Blättern, aber dann mehrfach vorhanden

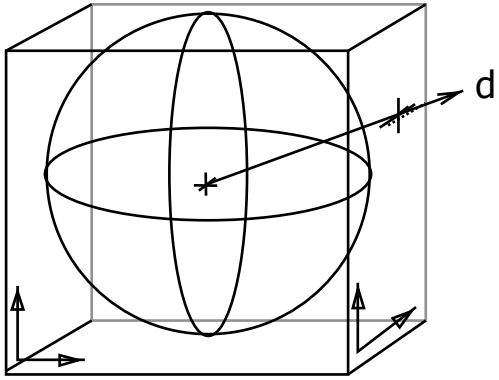


Octree/(Quadtree)

5D-Octree für Strahlen

[Arvo u. Kirk 1987]

- Was ist ein Strahl?
  - Punkt + Richtung = 5-dim. Objekt
- Octree über Menge aller Strahlen:
  - Richtungswürfel D
  - Bidirektionale Abbildung für Richtungen:

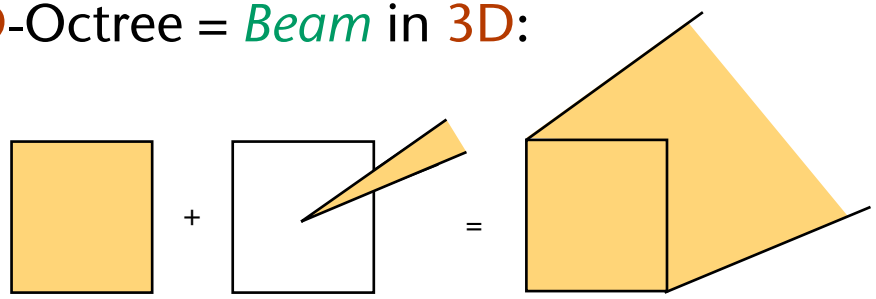


$$S^2 \leftrightarrow D := [-1,+1]^2 \times \{\pm x, \pm y, \pm z\}$$

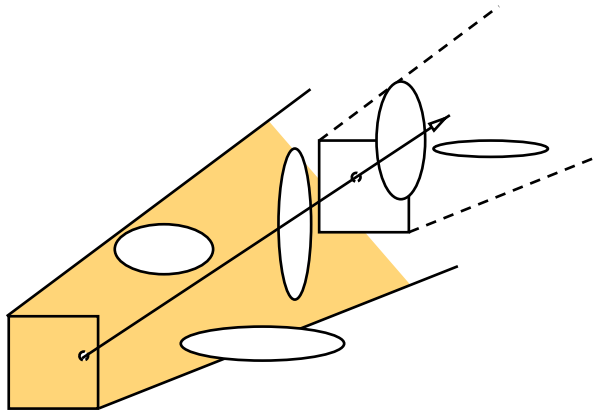
  - Alle Strahlen im Universum $U = [0,1]^3$:

$$R = U \times D$$

- Knoten eines 5D-Octree = *Beam* in 3D:



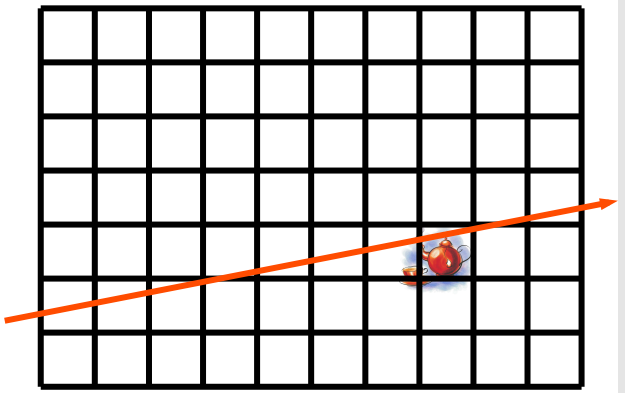
- Aufbau (6x):
  - Assoziiere Objekt mit Knoten ⇔ Objekt schneidet Beam
  - Start mit Wurzel = $U \times [-1, +1]^2$ und Menge aller Objekte
  - Teile Knoten (in 32 Kinder) wenn
    - zu viele Objekte, *und*
    - zu große Zelle.
    - Ordne Objekte den Kindern zu
- Strahltest:
  - Konvertiere Strahl in 5D-Punkt
  - Finde Blatt des Octree
  - Schneide Strahl mit assoziierten Objekten
- Optimierungen...



Bemerkungen

- Die Methode führt im Prinzip eine approximierende Vorberechnung der Visibility für die komplette Szene durch
  - Was ist von jedem Punkt in jede Richtung sichtbar?
- Sehr teure Vorberechnung, billiges Traversal
  - Unangemessener Kompromiss zwischen Precomputation und Laufzeit
- Speicherhungrig, sogar mit *lazy evaluation*
- Wird selten in der Praxis verwendet

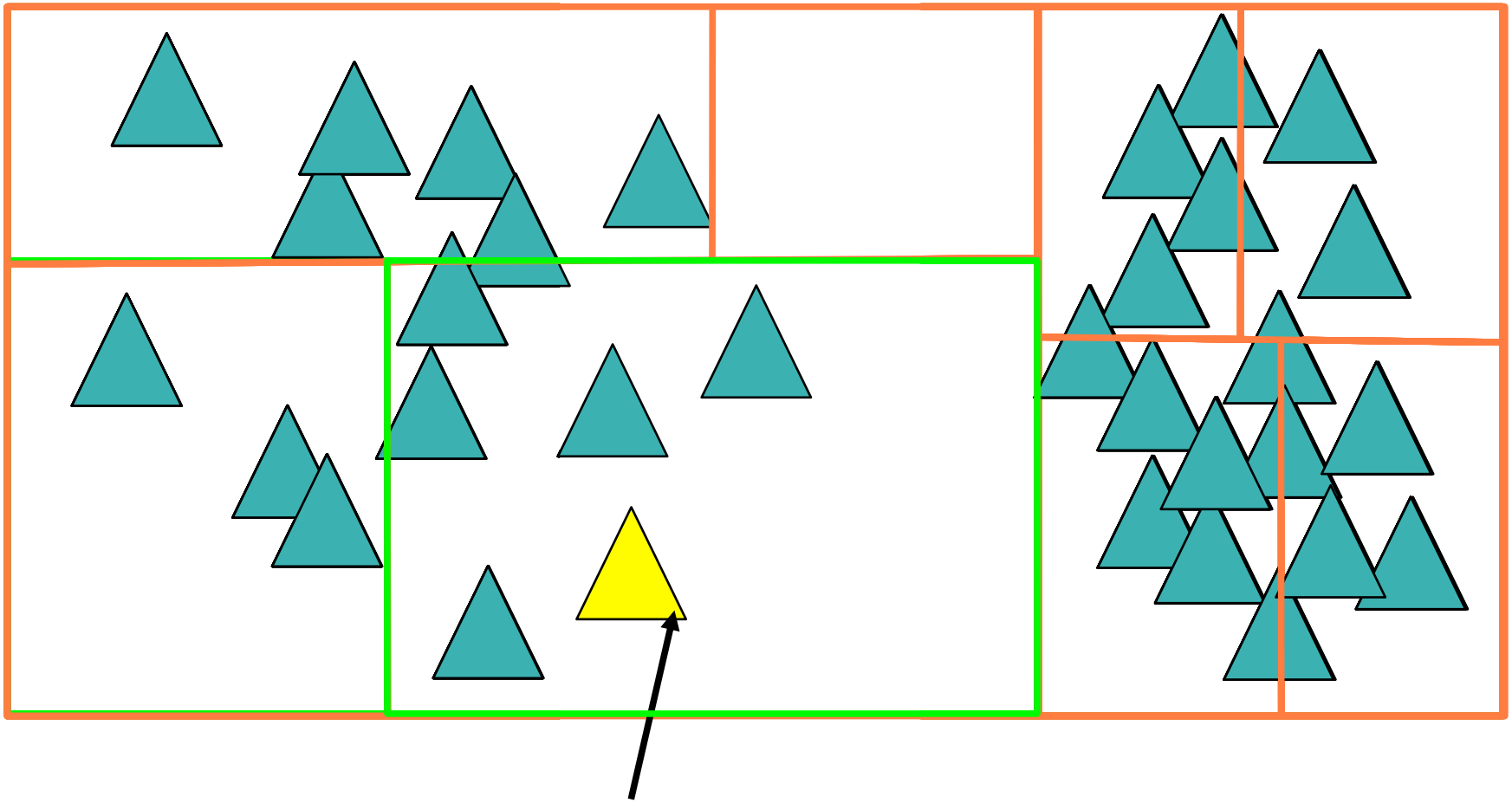
kD-Trees



- Problem der Gitter: "teapot in a stadium"
- Probem der Octrees:
  - zu starr bei der Plazierung der Unterteilung (immer Mittelpunkt)
  - Unterteilung in allen Richtungen nicht immer nötig
- Lösung: hierarchische Raumunterteilung, die sich an die "Verteilung" der Geometrie lokal und möglichst flexibel anpasst
- Idee: rekursive Raumunterteilung durch eine Ebene:
  - Unterteile gegebenes Teilvolumen mit einer Ebene
  - Wähle Ebene senkrecht zu einer Koordinatenachse, aber sonst beliebig
- „Best known method“ [Siggraph Course 2006]
- ... jedenfalls für statische Szenen

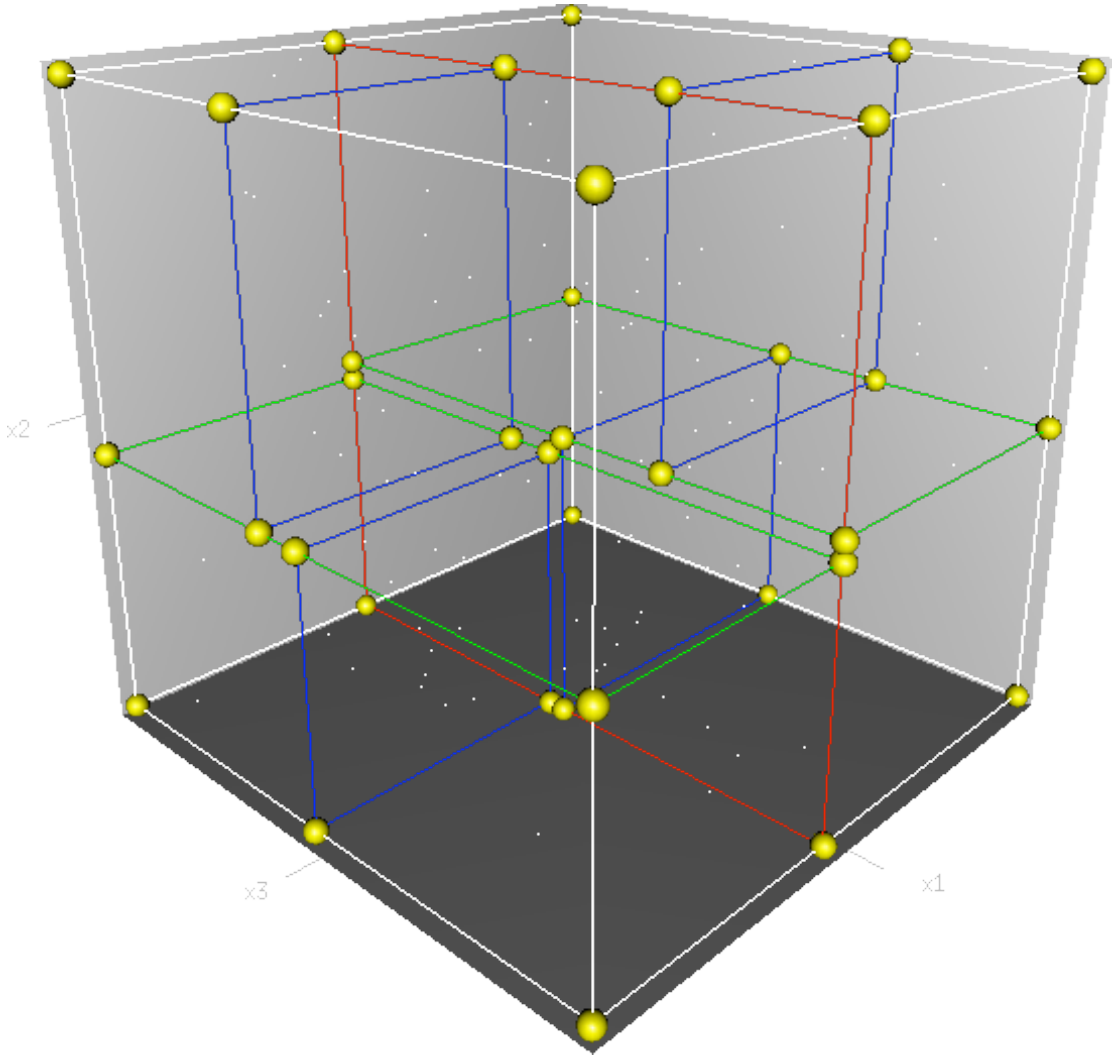
- **Informelle Definition:**
  - Binärer Baum:
    - Blätter: enthalten einzelne Objekte oder Objektliste
    - Innere Knoten: *Splitting Plane* (senkrecht zu einer Achse) und Kind-Pointer
  - Abbruchkriterium:
    - Maximale Tiefe, Zahl der Objekte, Kostenfunktion, ...
- **Vorteile:**
  - Adaptiv
  - Kompakt (nur 8 Bytes pro Knoten notwendig)
  - Einfacher und schneller Traversal
- Kleiner Nachteil:
  - Polygone müssen oft mehrfach im Baum gespeichert werden

Beispiel



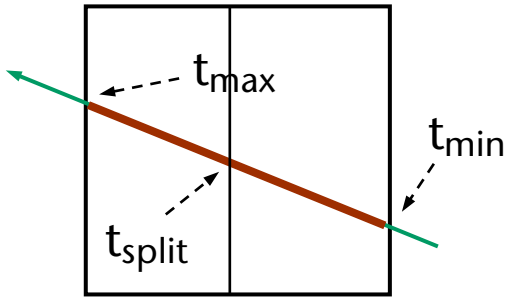
[Slide courtesy Martin Eisemann]

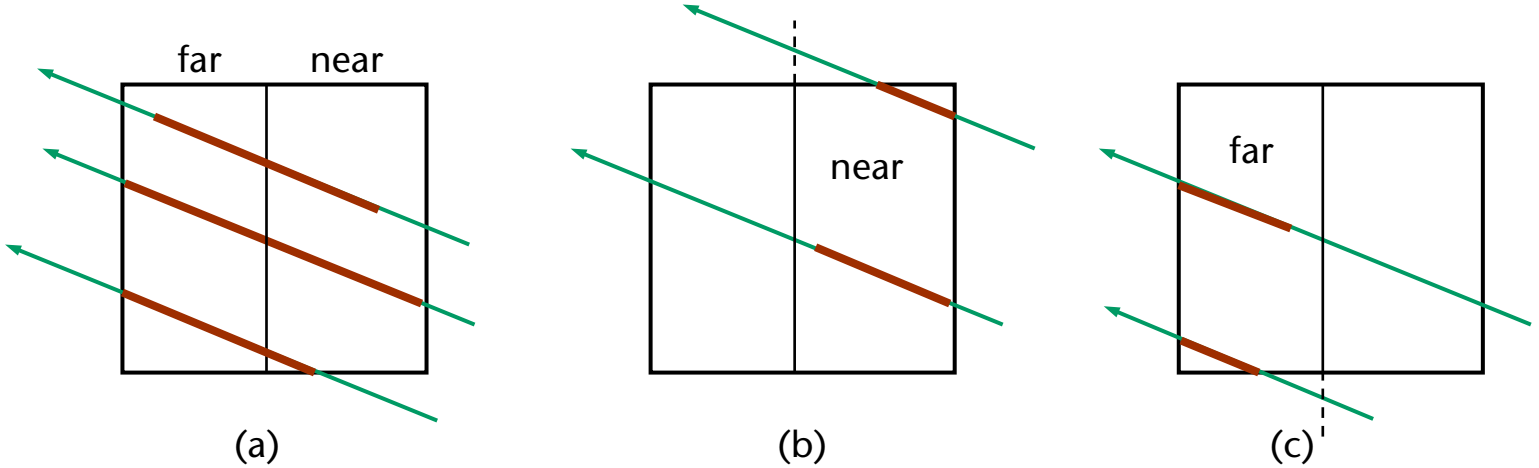
3D-Beispiel



Ray-Traversal in einem kd-Tree

- Schneide Strahl mit Root-Box → t_{min}, t_{max}
- Rekursion:
  - Schneide Strahl mit Splitting Plane → t_{split}
  - Fallunterscheidung:
    a) Erst "near", dann "far" Teilbaum traversieren
    b) Nur "near" traversieren
    c) Nur "far" traversieren





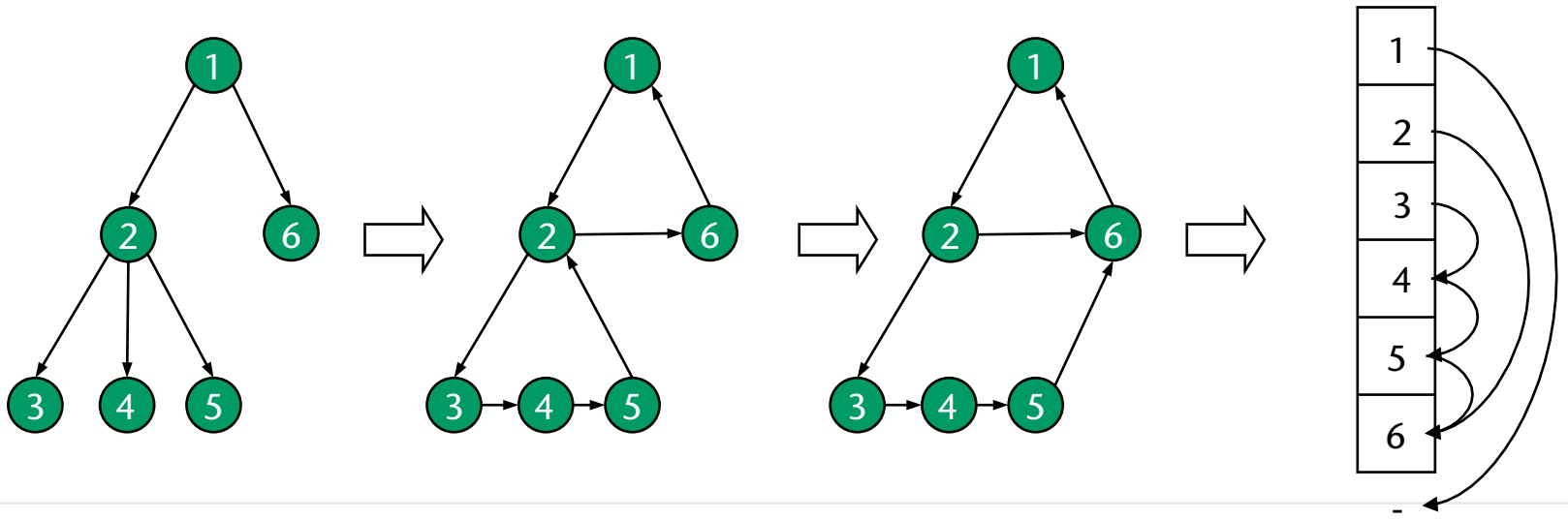
Pseudo-Code für die Traversierung

```
traverse( Ray r, Node n, float t_min, float t_max ):
  if n is leaf:
    intersect r with each primitive in object list,
                discarding those farther away than t_max
    return object with closest intersection point (if any)

  t_split = signed distance along r to splitting plane of n
  near = child of n containing origin of r      // test signs in r.d
  far  = the "other" child of n
  if t_split > t_max:
    return traverse( r, near, t_min, t_max )    // (b)
  else if t_split < t_min:
    return traverse( r, far, t_min, t_max )     // (c)
  else:                                         // (a)
    t_hit = traverse( r, near, t_min, t_split )
    if t_hit < t_split:
      return t_hit                              // early ray terminat'n
    return traverse( r, far, t_split, t_max )
```

Optimierte Traversierung [1999]

- Beobachtung:
  - 90% aller Strahlen sind Schattenstrahlen
  - Irgendein Hit genügt (nicht notw. der näheste)
- Konsequenz:
  - Reihenfolge des Besuchs der kD-Tree-Kinder ist egal → mache reines DFS
- Idee: Rekursion durch Iteration ersetzen
- Dazu Baum transformieren:



- Algorithmus:

```
traverse( Ray ray, Node root ):
  stopNode = root.skipNode
  node = root
  while node < stopNode:
    if intersection between ray and node:
      if node has primitives:
        if intersection between primitive and ray:
          return intersection
      node ++
    else:
      node = node.skipNode
  return "no intersection"
```

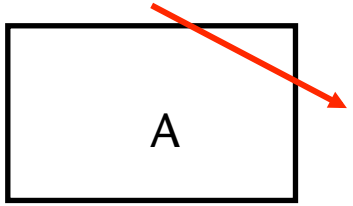
Diplomarbeit ...

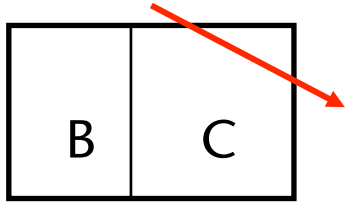
Aufbau eines kD-Trees

- **Gegeben:**
  - Achsenparallele BBox der Szene ("Zelle")
  - Liste der Geometrieprimitive in dieser Zelle
- **Ablauf:**
  1. Wähle eine achsenparallele Fläche, um die Zelle in zwei aufzuspalten
  2. Verteile die Geometrie auf die beiden Kinder
     - evtl. einige Polygone (konzeptionell) aufspalten
  3. Rekursion, bis Abbruchkriterium erfüllt ist
- Bemerkung: jede Zelle (Blatt oder innerer Knoten) definiert eine Box, ohne daß diese explizit irgendwo gespeichert ist
  - (Theoretisch, wenn man an der Wurzel mit dem ganzen Raum startet, können dieses Boxes sogar halb-offen sein)

Ein Abbruchkriterium

- Wie trifft man die Entscheidung, ob sich eine weiterer Split lohnt?
- Betrachte die Kosten beim Strahltest für 2 Fälle:
  - Kein Split → Kosten = $t_i N$
  - Split → Kosten = $t_t + t_i(p_B N_B + p_C N_C)$





wobei t_i = Zeit für 1 Schnittest Strahl—Primitiv

t_t = Zeit für 1 Schnittest Strahl—Split-Ebene eines kd-Knoten

p_B = Wahrscheinlichkeit, daß Strahl Zelle B trifft

N = Anzahl Primitive

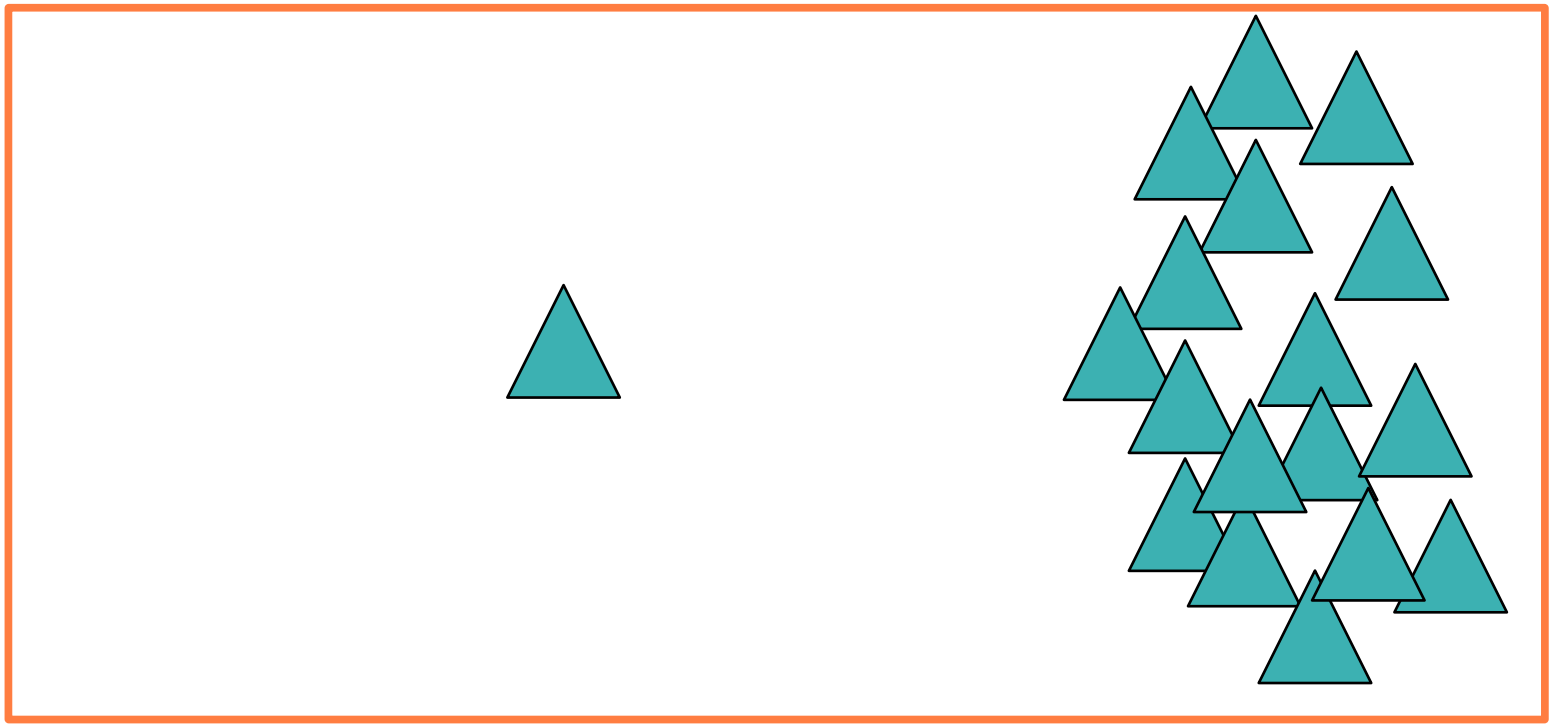
$$p_B \propto \frac{S_B}{S_A}$$

- Vereinfachende Annahmen dabei:
  - t_i = const für alle Primitive
  - $t_i : t_t = 80 : 1$ (festgestellt durch Experimente)
- p_B werden wir später ermitteln

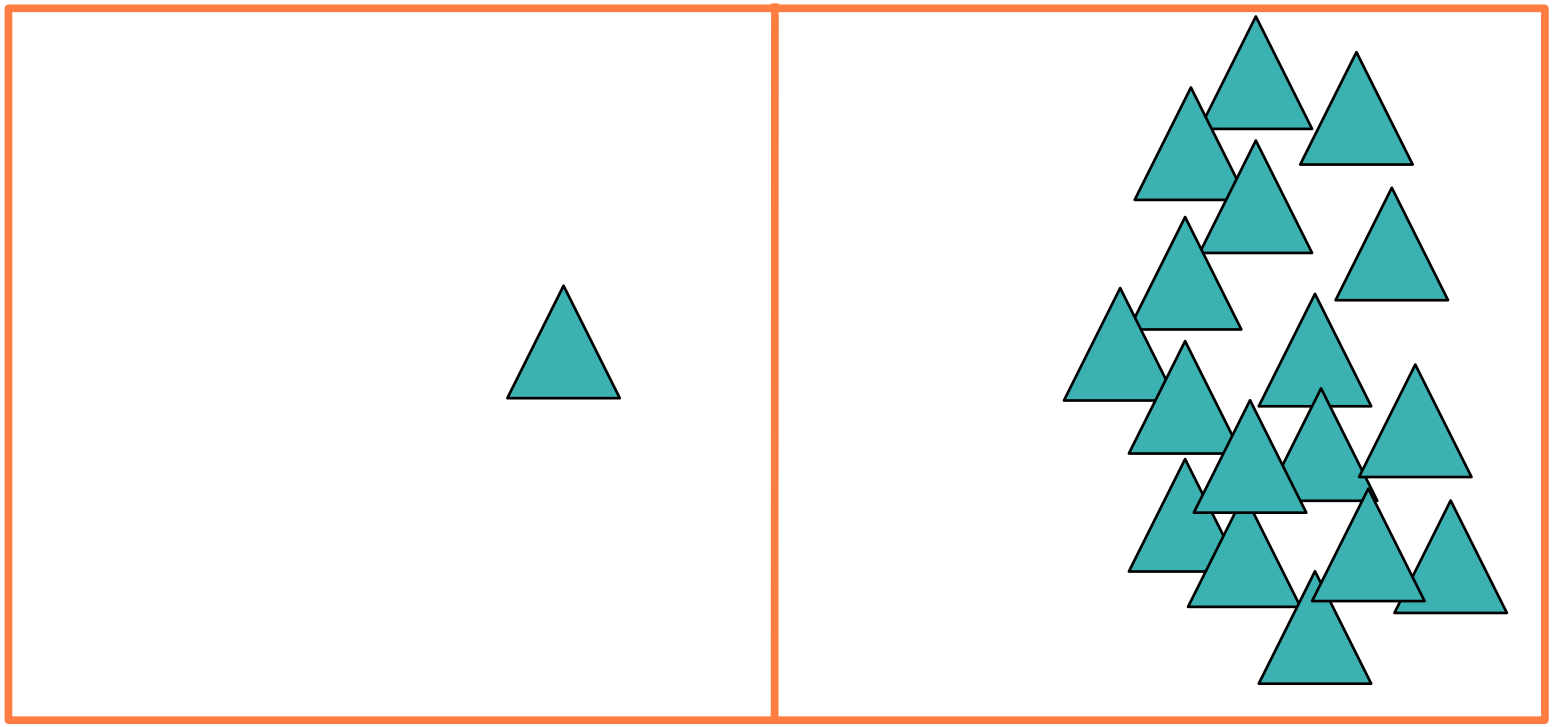
Zur Wahl der Splitting-Plane

- **Naïve Wahl der Splitting-Plane:**
  - Split-Achse:
    - Round Robin (x, y, z, x, ...)
    - Die längste Achse teilen
  - Split-Position:
    - Mitte der Zelle
    - Median der Geometrie
- **Besser: verwende Kostenfunktion**
  - Kostenfunktion sollte die erwarteten Kosten eines Strahltests auf beide Teilbäume gleichmäßig verteilen
  - Probiere alle 3 Achsen
  - Suche entlang jeder Achse das Minimum
  - wähle die Achse und Split-Position mit dem kleinsten Minimum

Motivation der Kostenfunktion

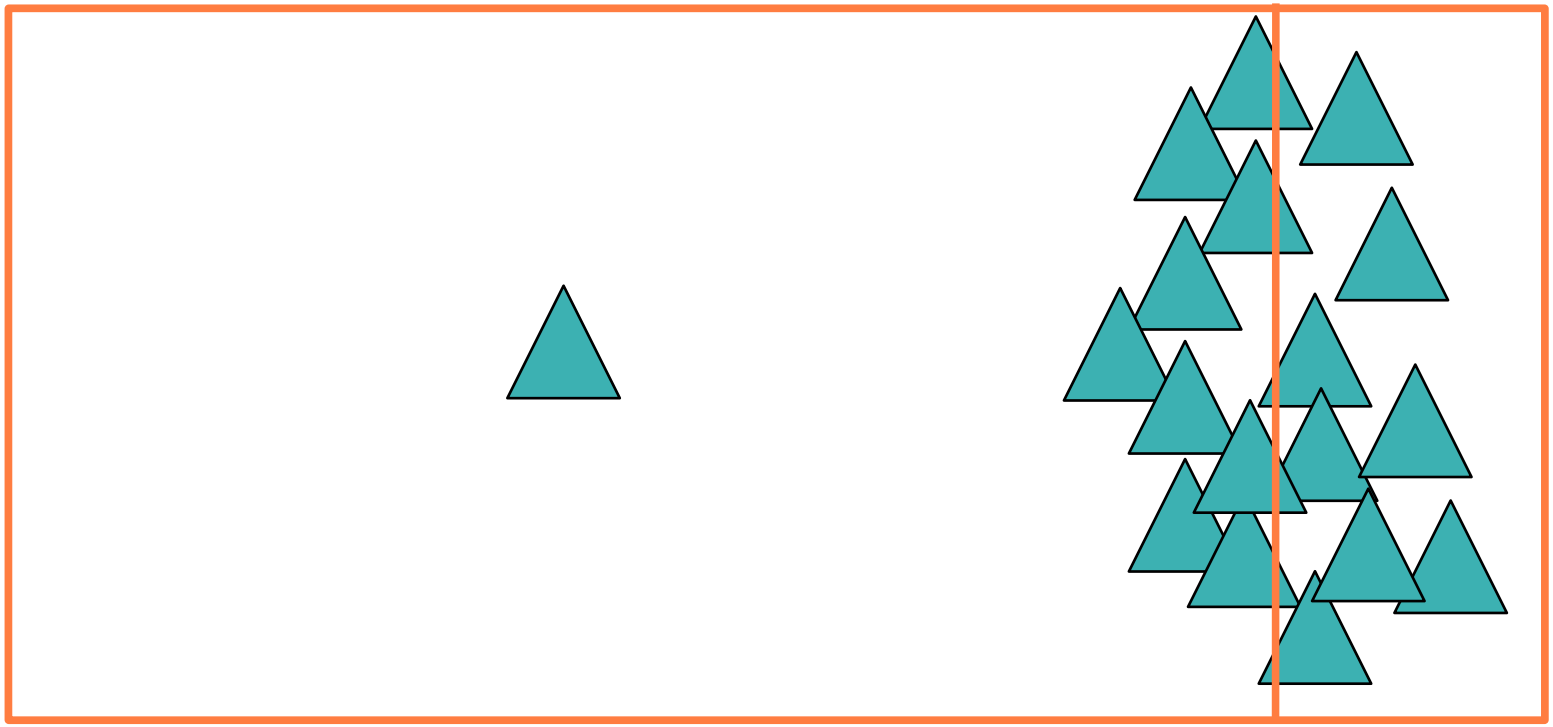


- Split in der Mitte:



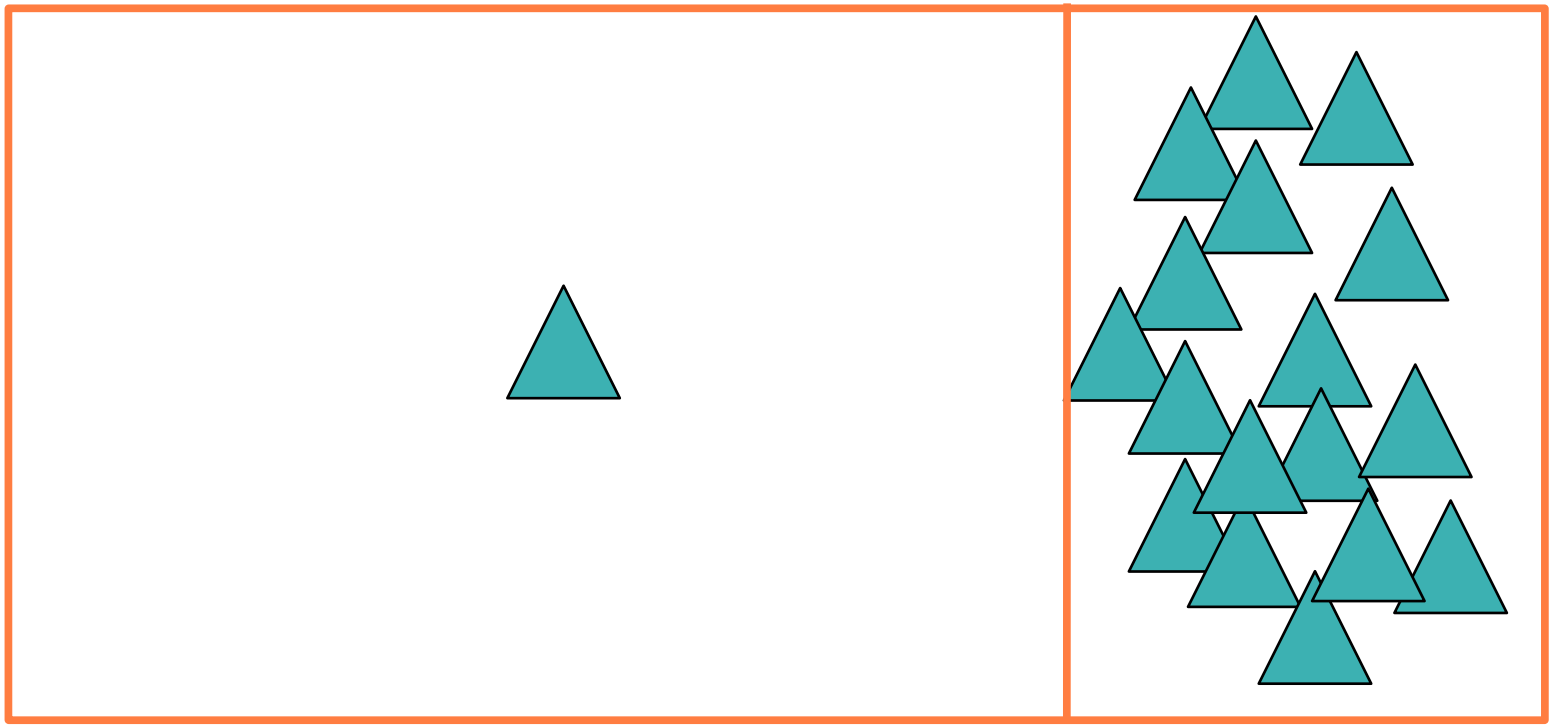
- Wahrscheinlichkeit, dass Strahl links oder rechts durchgeht ist gleich
- Erwartete Kosten für linkes oder rechtes Kind sind sehr verschieden!

- Split am Median:



  - Zeitaufwand links und rechts gleich, nicht aber die Wahrscheinlichkeit eines Hits

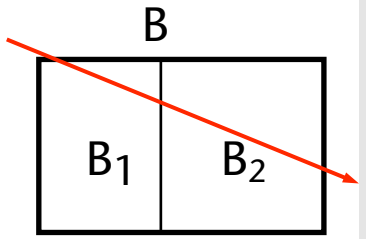
- Kosten-optimierte Heuristik:



  - Ungefähr gleiche erwartete Kosten
    - Wahrscheinlichkeit für Hit links größer, dafür sind dort weniger Polygone

Die Surface-Area-Heuristic (SAH) [1990]

- Frage: Wie misst man die Kosten eines gegebenen kd-Trees?
- Erwartete Kosten eines Strahltests:
  - bei der Traversierung ist man bei Zelle B angekommen
  - Zelle B habe Kinder B_1, B_2
  - Erwartete Kosten (~ Zeit):



$$C(B) = P[\text{Schnitt mit } B_1] \cdot C(B_1) + P[\text{Schnitt mit } B_2] \cdot C(B_2)$$

- Annahmen im folgenden:
  - alle Strahlen haben denselben, weit entfernten Ursprung
  - alle Strahlen treffen das Root-BV des kd-Tree

- Wahrscheinlichkeit:

$$P[\text{Schnitt mit } B_1 \mid \text{Schnitt mit } B] = \frac{\theta_1}{\theta} \approx \frac{\text{Area}(B_1)}{\text{Area}(B)}$$

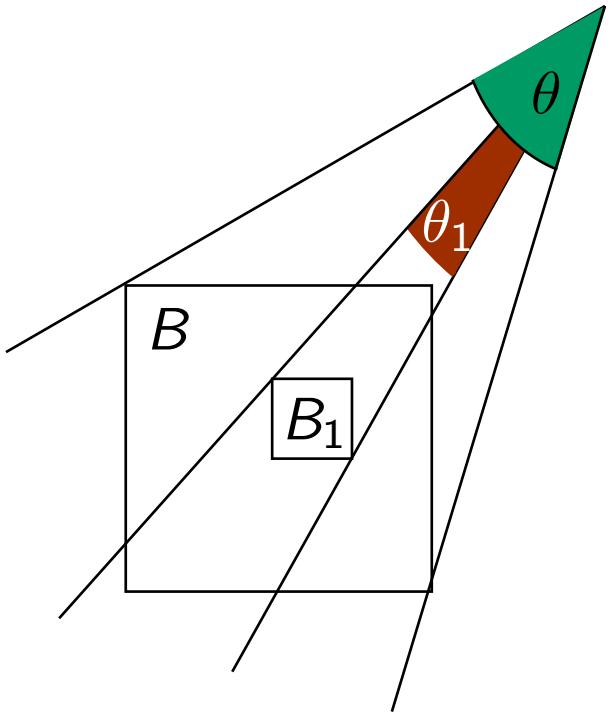
wobei $\frac{\theta}{\theta_1}$ der von B bzw. B_1 aufgespannte Raumwinkel ist

- Erklärung: bei einer Kugel ist

$$A = 4\pi r^2$$

und wenn Ursprung der Strahlen weit entfernt, dann ist

$$r \sim \sin(\theta) \approx \theta$$



- Auflösung der "rekursiven" Formel:
  - Wie berechnet man $C(B_1)$ bzw. $C(B_2)$?
  - Einfache Heuristik: setze

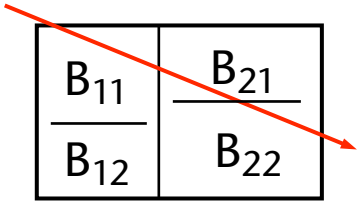
$$C(B_i) \approx \text{Anzahl Dreiecke in } B_i$$

- Die Surface-Area-Heuristic komplett:
  minimiere beim Aufteilen der Menge der Polygone die Funktion

$$C(B) = \text{Area}(B_1) \cdot N(B_1) + \text{Area}(B_2) \cdot N(B_2)$$

- **Achtung**: für andere Queries (z.B. Punkte, Boxes,...) ist die Fläche kein Maß für die Wahrscheinlichkeit!

- Naheliegende, verbesserte(?) Heuristik:
  mache „Look-Ahead“

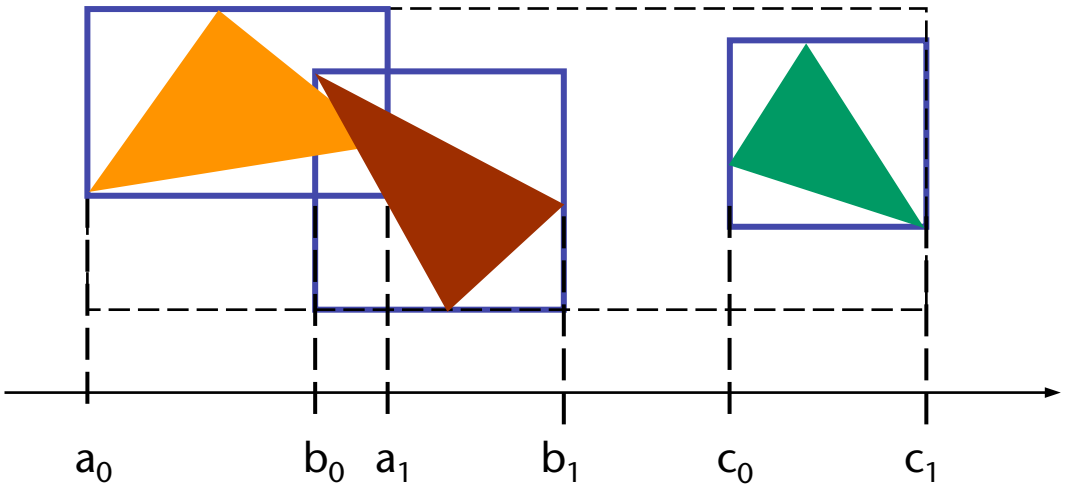


$$
\begin{aligned}
C(B) = & P[\text{Schnitt mit } B_1] \cdot C(B_1) \\
& + P[\text{Schnitt mit } B_2] \cdot C(B_2) \\
& = P[B_1] \cdot (P[B_{11}] C(B_{11}) + P[B_{12}] C(B_{12})) \\
& + P[B_2] \cdot (P[B_{21}] C(B_{21}) + P[B_{22}] C(B_{22})) \\
& \ldots
\end{aligned}
$$

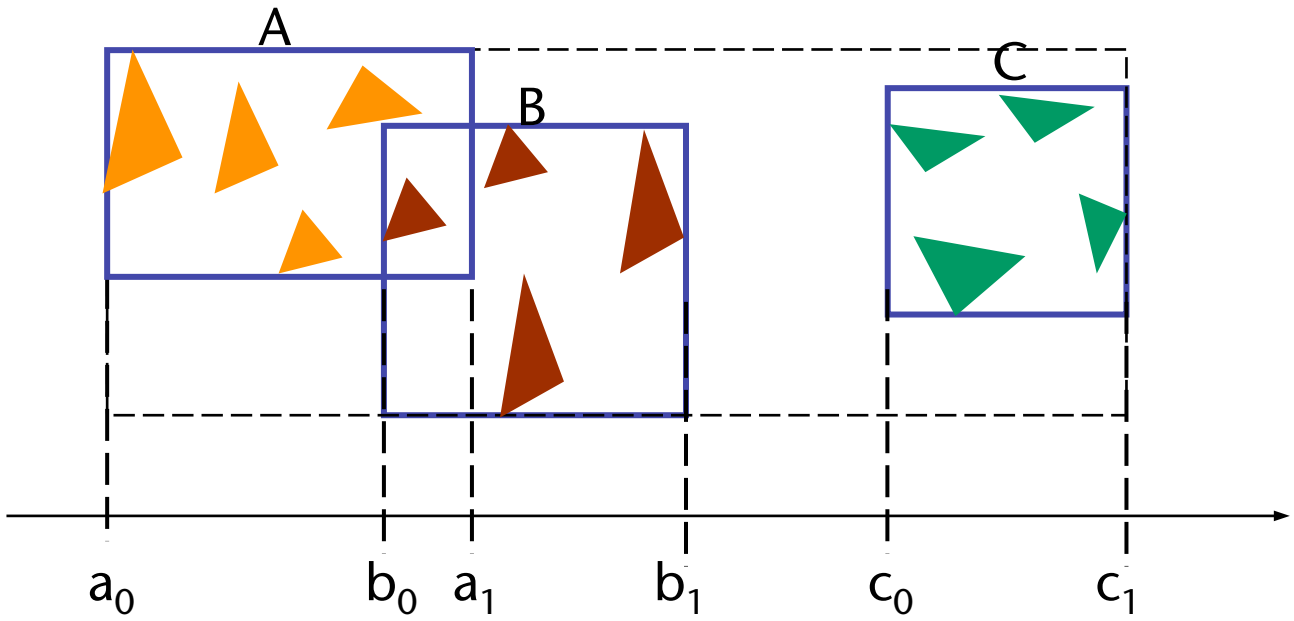
Diplomarbeit ...

Bemerkungen

- Es genügt, die Kostenfunktion (SAH) nur an einer endlichen Folge von Stellen auszuwerten
  - Nämlich an den Rändern der Bboxes der Dreiecke
  - Dazwischen ist der Wert der SAH auf jeden Fall schlechter
- Alle Ränder aller Elementar-BBoxes sortieren, SAH nacheinander an diesen Stellen auswerten (*plane sweep*)
- Sortieren erlaubt Intervallhalbierung und schnellere Auswertung



- Falls Anzahl Polygone groß (> 500,000 z.B.) → suche nur nach ungefährem Minimum [Havran et al., 2006]:
  - Sortiere Polygone in "Buckets"
  - Werte SAH nur an den Bucket-Grenzen aus



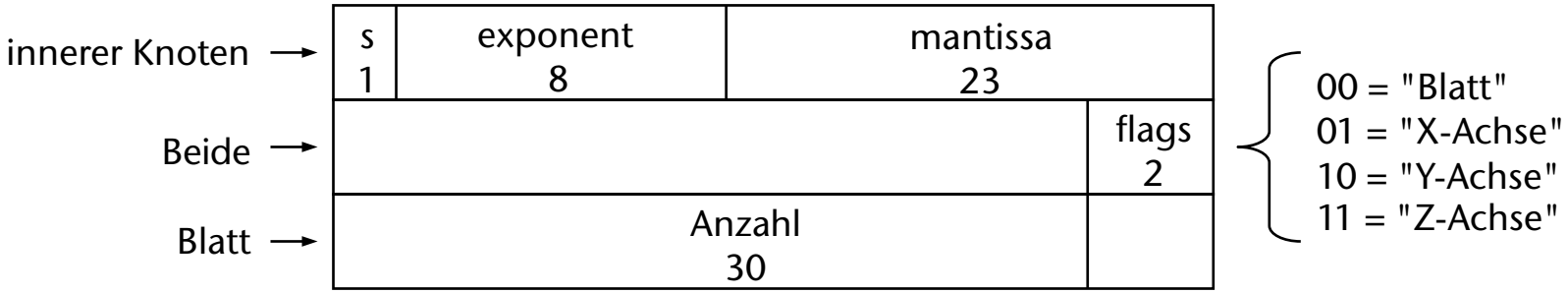
Zusätzliche Kriterien [2005]

- Teste vor der SAH folgende Regel:
  - Falls eine leere Kind-Zelle abgespalten werden kann, dann erzeuge diese (überspringe SAH)
- Teste folgendes zusätzliches Abbruchkriterium:
  - Falls das Volumen der aktuellen Zelle zu klein ist, dann keine Aufteilung
  - Kriterium für "zu klein" (z.B.): Vol(Zelle) < 0.1·Vol(Root)
  - Sinn: solche Zellen werden wahrscheinlich sowieso nicht getroffen
  - Spart Speicherplatz, ohne Laufzeit zu kosten
- Für Architekturmodelle:
  - Falls es eine Splitting-Plane gibt, die komplett von Polygonen bedeckt wird, dann verwende diese; schlage diese Polygone der kleineren Zelle zu
  - Sinn: dadurch passen sich die Zellen eher den "Räumen" an (s.a. *portal culling*)

Speicherung eines kd-Tree

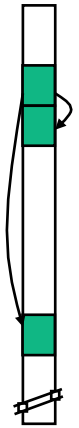
- Daten pro Knoten:
  - Flag, ob innerer Knoten oder Blatt (bool)
  - Falls innerer Knoten:
    - Split-Achse (uint),
    - Split-Position (float),
    - 2 Zeiger auf Kinder (2 pointer)
  - Falls Blatt:
    - Anzahl Primitve (uint)
    - Liste der Primitive (pointer)
- Naïve Implementierung: 16 Bytes + 3 Bits — sehr Cache-ineffizient
- Optimierte Implementierung:
  - 8 Bytes (!)
  - Bringt 20% Speedup (manche berichten sogar Faktor 10!)

- Idee der optimierten Speicherung: Daten überlagern
- Fasse alle Flags in 2 Bits zusammen
- Überlagere Flags, Split-Position, Anzahl Primitive




```
union
{
  unsigned int m_flags;    // both
  float m_split;           // inner node
  unsigned int m_nPrims;   // leaf
};
```

- Für innere Knoten: nur 1 Zeiger auf Kinder
  - Verwalte eigenes Array von kd-Knoten (nicht **`malloc()`** oder **`new`**)
  - Speichere beide Kinder in aufeinanderfolgende Array-Zellen; oder
  - speichere eines der Kinder direkt hinter dem Vater.
- Überlagere Zeiger auf Kinder mit Zeiger auf Primitive
- Zusammen:



```
class KdNode
{
private:
  union {
    unsigned int m_flags;      // both
    float m_split;             // inner node
    unsigned int m_nPrims;     // leaf
  };
  union {
    unsigned int m_rightChild; // inner node
    Primitive * m_onePrim;     // leaf
    Primitive ** m_primitives; // leaf
```

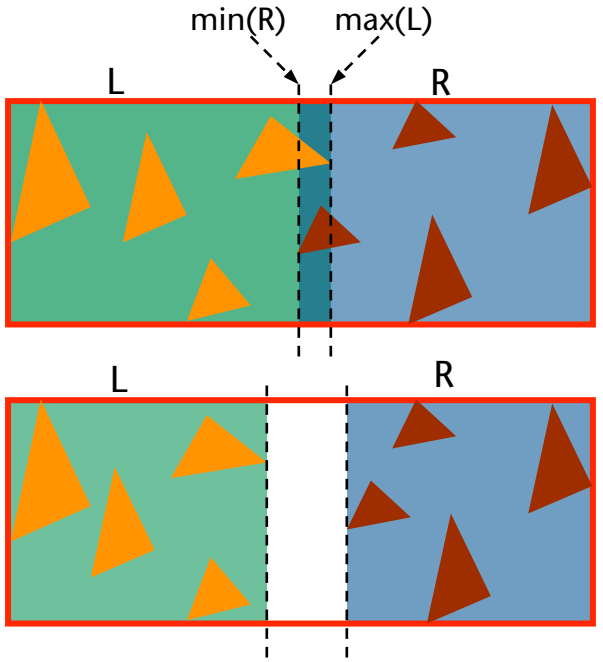
Falls m_nPrims == 1

Falls m_nPrims > 1

- Achtung: Zugriff auf Instanzvariablen natürlich nur noch über Kd-Node-Methoden!
  - Z.B.: beim Schreiben von m_split muß man darauf achten, daß danach (nochmals) m_flags geschrieben wird (ggf. mit dem ursprünglichen Wert)!
  - Beim Schreiben/Lesen von m_nPrims muß ein Shift durchgeführt werden!

Spatial KD-Trees (SKD-Tree) [1987/2006]

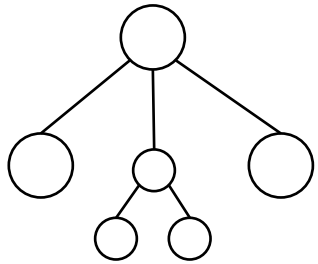
- Variante der kd-Trees
- Andere Namen: "Bounding Interval Hierarchy" (BIH), BoxTree
- Unterschied:
  - 2 parallele Splitting Planes pro Knoten
  - Alternative: die 2 Splitting Planes dürfen verschieden orientiert sein



- Vorteil: "*straddling*" Polygone brauchen nicht mehr in beide Teilbäume aufgenommen werden
  - Bei kd-Trees hat man ca. 2-3·N Zeiger auf Dreiecke, N = Anzahl Dreiecke in der Szene
- Nachteil: Überlappung → man kann Traversierung nicht stoppen, wenn man Hit im "near" Teilbaum gefunden hat

Oversized Objects

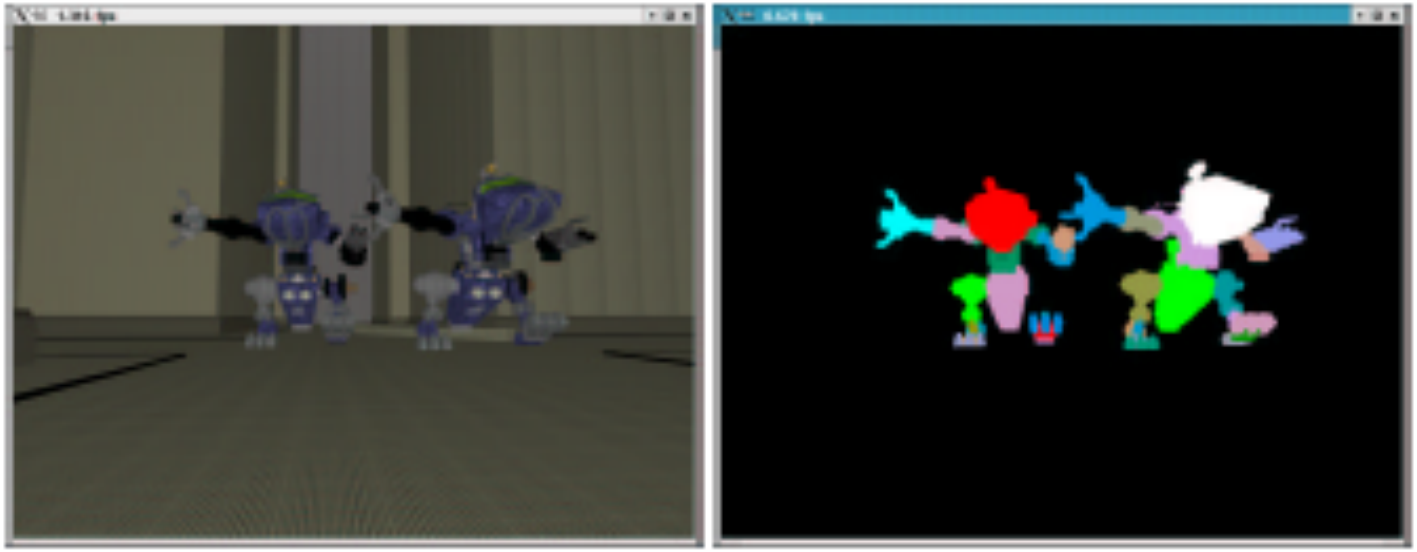
- Problem:
  - manchmal sind die Größen der Dreiecke sehr verschieden (z.B. Architektur-Modelle)
  - Diese erschweren das Finden von guten Splitting-Planes
- Lösung: ternärer Baum
- Aufbau:
  - Vor jedem Splitting: filtere "oversized objects" heraus
  - Falls viele "oversized objects": baue eigenen kd-Tree
  - Sonst: einfache Liste



Diplomarbeit ...

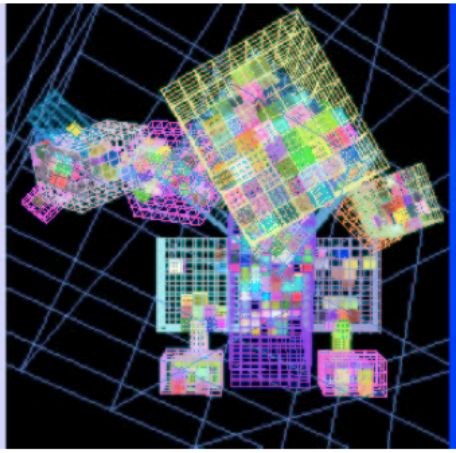
Zwei-stufige Datenstrukturen

- Beobachtung:
  - Oft ist nur ein Teil der Szene dynamisch
  - Die dynamischen Teile sind oft sog. *"articulated bodies"*, d.h., sie bestehen aus starren, miteinander beweglich verbundenen Teilen (z.B. Roboter)

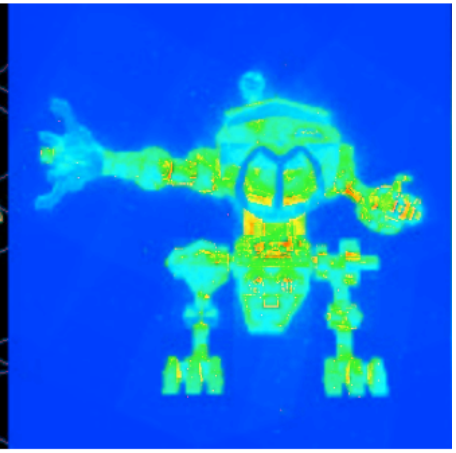


- Idee:
  - Verwende für jedes in sich starre Teil ein eigenes Gitter (oder eine andere DS)
  - Verwende ein globales Gitter, in dem die einzelnen Teile als elememtare Objekte einsortiert werden
  - Bei Bewegung der Figur muß nur dieses globale Gitter aktualisiert werden

Articulated Body



Gitter für jedes Teil



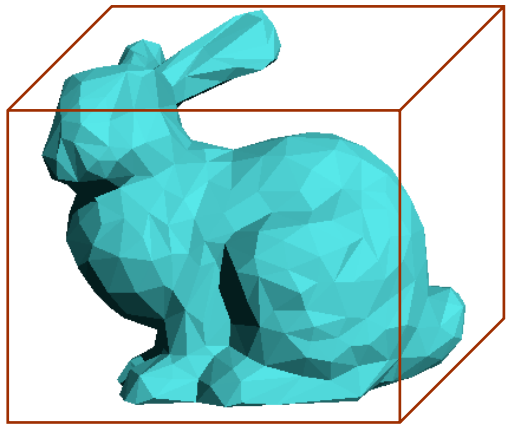
Ray-Tracing-Zeit pro Pixel

Raumunterteilung vs. Objektunterteilung

- Bisher: Raum wird unterteilt, Objekte (= Dreiecke) den Teilräumen zugeordnet
- Jetzt: Menge der Objekte wird unterteilt, jeder Teilmenge wird ein Bounding Volumen (= Teilraum) zugordnet
- In Wahrheit sind die Grenzen zwischen beiden Verfahren fließend

Bounding Volumes (BVs)

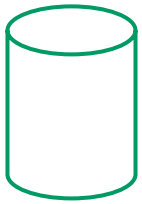
- Komplexe geometrische Objekte bzw. ganze Objektgruppen werden durch “Hüllen” angenähert



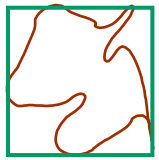
- Anforderungen:
  - Die approximierten Objekte müssen vollständig innerhalb des Bounding Volumes liegen
  - Das BV sollte so kompakt wie möglich sein
  - Der Test auf Schnitt mit einem Strahl sollte möglichst schnell berechenbar sein

Beispiele für Bounding Volumes

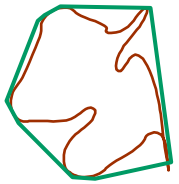
Diplomarbeit ...



Zylinder
[Weghorst et al., 1985]

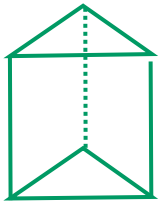


Box, AABB (R*-trees)
[Beckmann, Kriegel, et al., 1990]

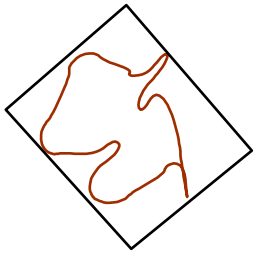


Konvexe Hülle
[Lin et. al., 2001]

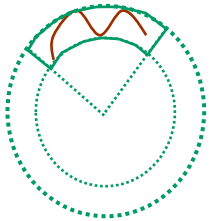
Kugel
[Hubbard, 1996]



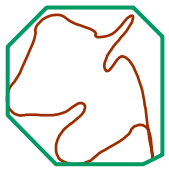
Prisma
[Barequet, et al., 1996]



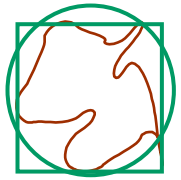
OBB (oriented bounding box)
[Gottschalk, et al., 1996]



Kugelschale (spherical shell)
[...]



k-DOPs / Slabs
[Zachmann, 1998]

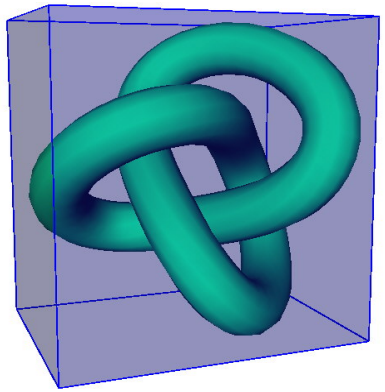


Schnitt mehrerer
anderer BVs

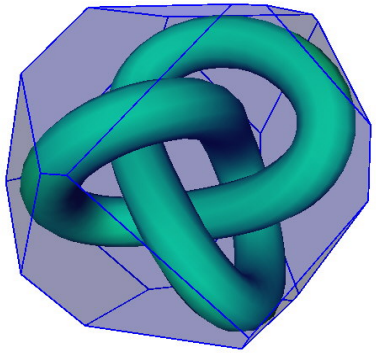
k-DOPs

- Beispiele:

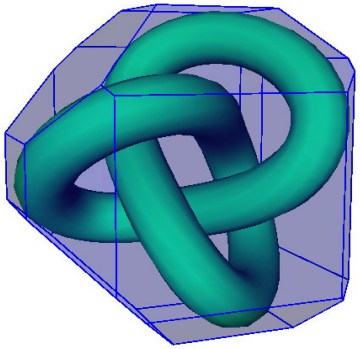
6-DOP
(AABB)



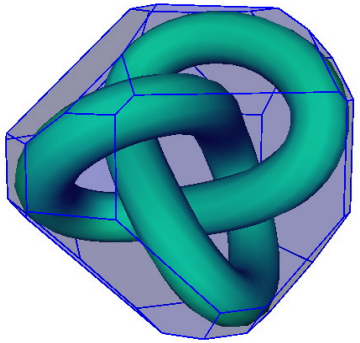
14-DOP



18-DOP



26-DOP



Kosten eines BVs

- Kosten einer Schnittpunktberechnung eines Strahls mit einer Teilszene:

$$T = n \cdot B + m \cdot I$$

T = gesamte Schnittpunktberechnungskosten

n = Anzahl der Strahlen, die gegen das BV getestet werden

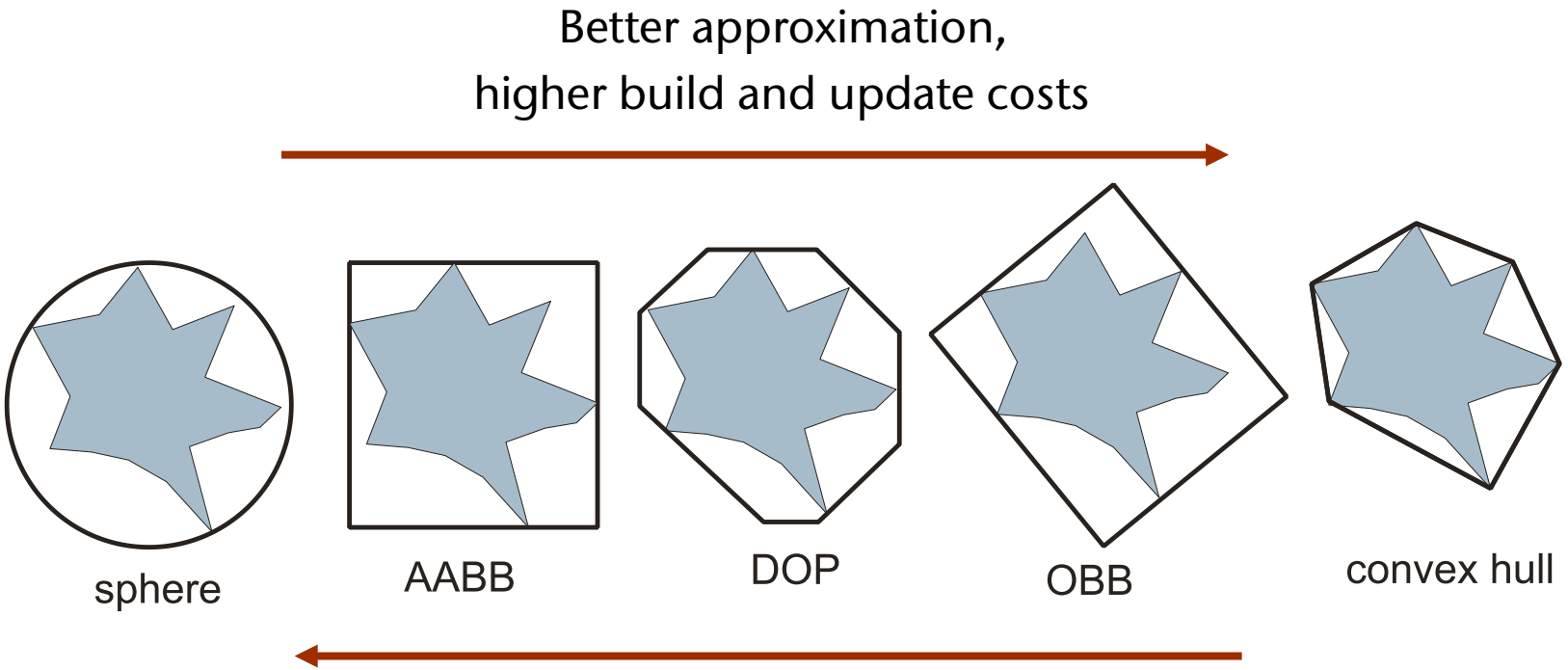
B = Kosten des Schnittpunkttests mit dem BV

m = Anzahl der Strahlen, die das BV schneiden

I = Kosten der Tests mit den Objekten der enthaltenen Teilszene

- T soll minimiert werden
- 2 unterschiedliche Anforderungen bei der Wahl eines BVs:
  - einfache BVs (z.B. Kugel, Box) = kleine Schnittkosten *B,* relativ hohe Strahltrefferzahlen *m*
  - komplexe BVs (z.B. exakte konvexe Hülle) = kleines *m,* hohe Schnittkosten *B*

- Qualitativer Vergleich:

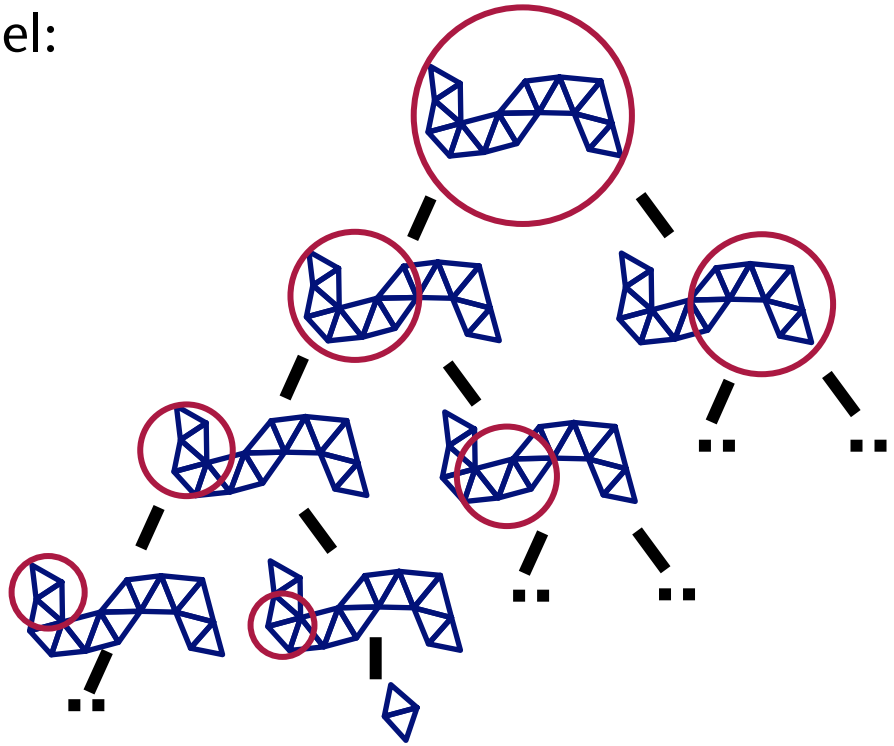


Bounding Volume Hierarchy (BVH)

- Definition:
  Eine BVH über einer Menge von Dreiecken $\mathcal{P}$ (oder allg. Primitiven) ist ein Baum, in dem jedem Knoten
  - eine Teilmenge der Primitive aus $\mathcal{P}$ und
  - ein BV $\mathcal{B}$

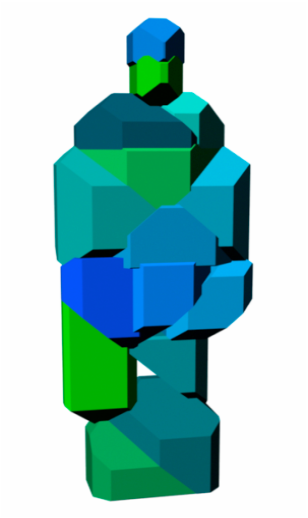
  zugeordnet sind, so daß $\mathcal{B}$ $\mathcal{P}$ vollständig einschließt, und so daß $\mathcal{B}$ die BVs aller Kinder einschließt.
- Bemerkungen:
  - Man verwendet $\mathcal{B}$ oft auch als Synonym für den Knoten im Baum
  - Primitive werden (üblicherweise) nur an den Kindern gespeichert
    - Ausnahmen können durchaus Sinn machen
  - Üblicherweise ist auch $\mathcal{P} = \mathcal{P}_1 \dot{\cup} \ldots \dot{\cup} \mathcal{P}_n$
    wobei $\mathcal{P}_i$ die den Kindern zugeordneten Primitive sind

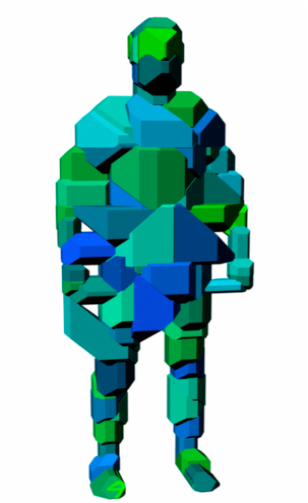
- Schematisches Beispiel:

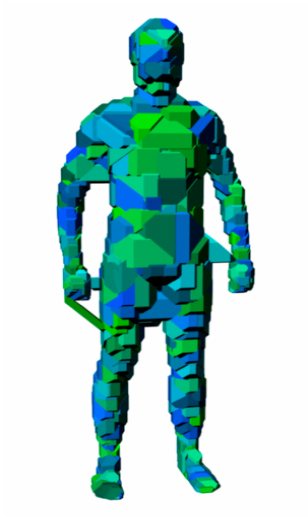


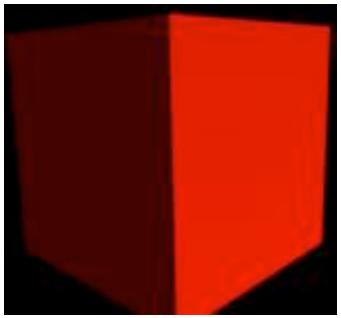
- Parameter:
  - Art des BVs
  - *"Arity"* (Grad der Knoten)
  - Abbruchkriterium (insbesondere: wieviel Dreiecke pro Blatt)
  - Aufteilungskriterium der Primitive (während der Konstruktion)

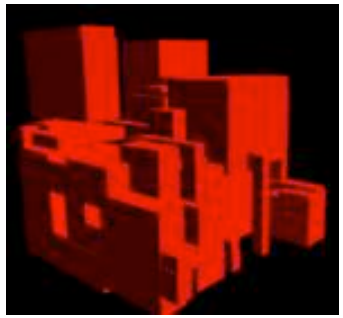
Beispiele

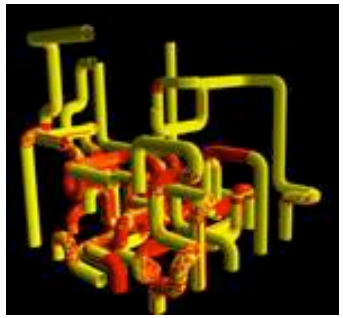




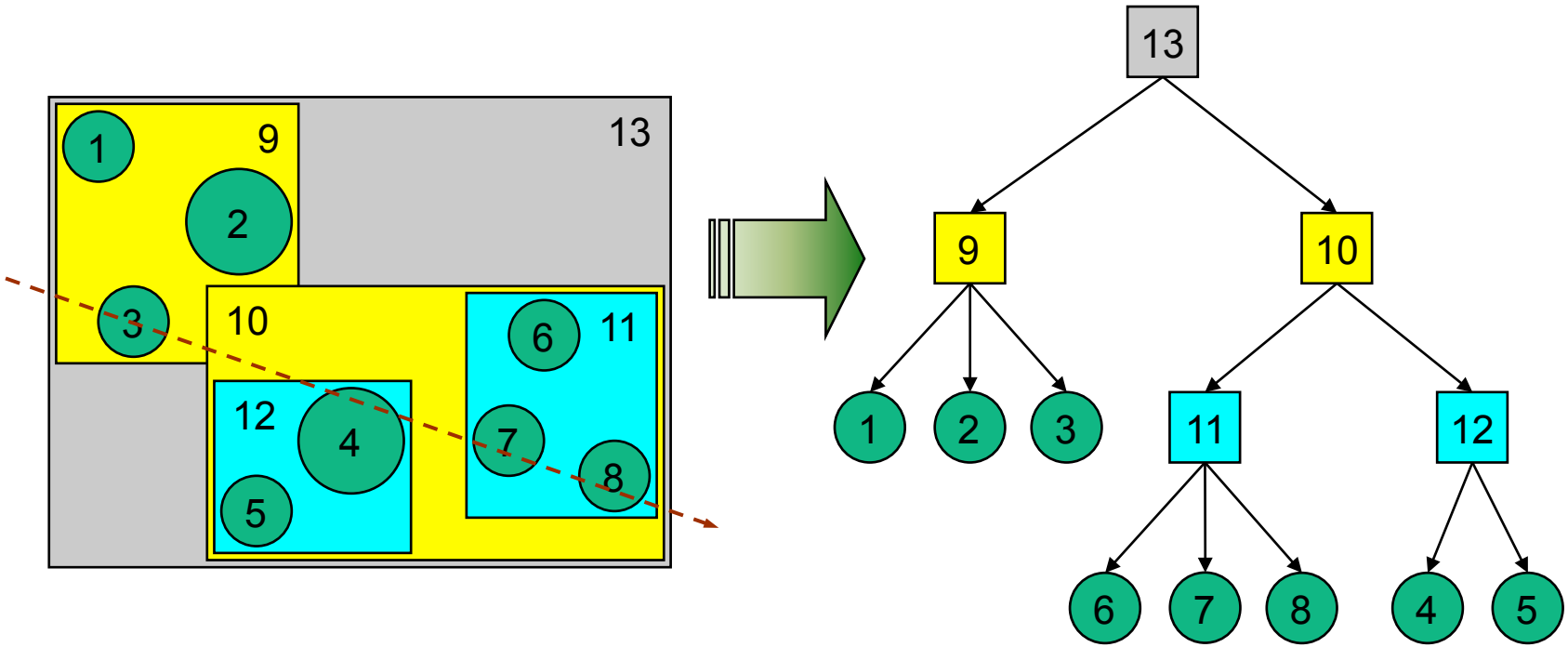


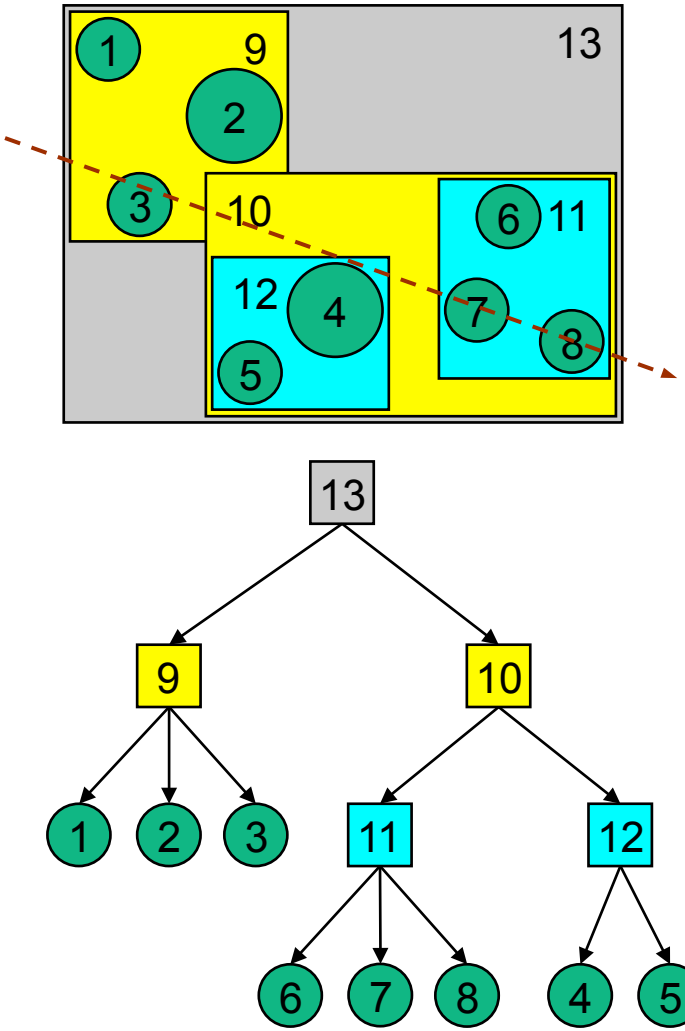






Beispiel für Traversierung einer BVH für Strahlschnitttest





- Schnitt mit 13 → Ja
  - Schnitt mit 9 → Ja
    - Schnitt mit 1 → Nein
    - Schnitt mit 2 → Nein
    - Schnitt mit 3 → Ja
  - Schnitt mit 10 → Ja, aber weiter entfernt

→ Nur 3 anstatt 8 Tests mit Szenenobjekten, dazu 3 Tests mit BV's

- Frage: Wieso haben wir mit BV 9 angefangen?

Hierarchie-Traversierung nach Kay & Kajiya

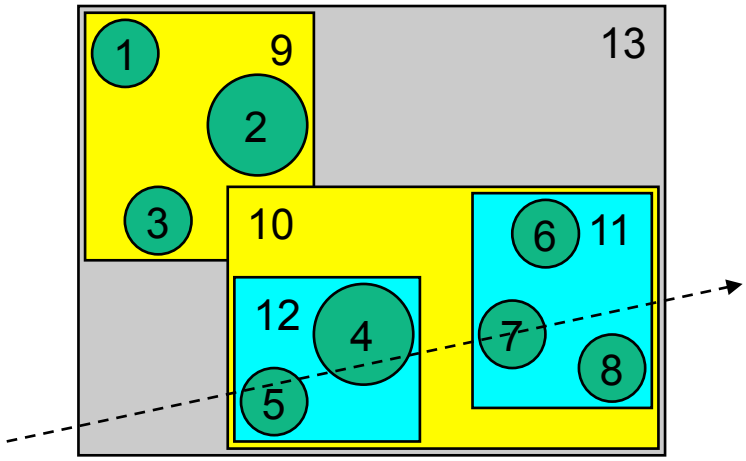
- Problem: die Reihenfolge, in der die Knoten beim reinen DFS abgearbeitet werden, hängt nur von der Topologie des Baumes ab
- Besser: berücksichtige zusätzlich die räumliche Lage der BVs
- Kriterium: Entfernung des Schnittpunktes mit dem BV vom Startpunkt des Strahles (*estimated distance*)

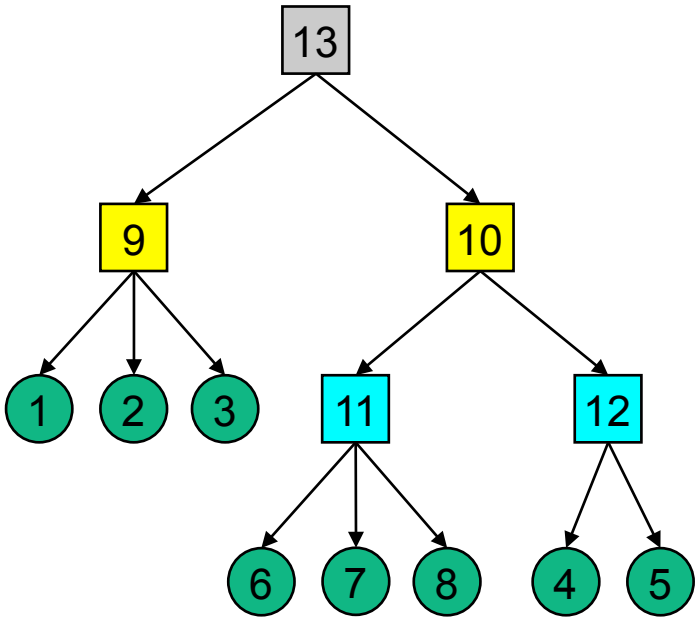
→Verwendung einer **Priority Queue**

Algorithmus

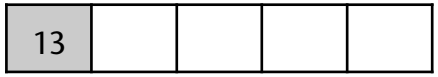
- Berechne die Distanz zwischen dem Strahlursprung und dem Schnittpunkt eines Strahls mit dem aktuell besuchten BV
- Ist die Distanz größer als die Distanz zu einem bereits gefundenen Schnittpunkt mit einem Obj, so kann dieses BV und dessen Teilbaum ignoriert werden
- Sonst: Rekursion
- Sortiere alle noch zu testenden BVs gemäß ihrer Distanz zum Strahlursprung in einem Heap
  - Einfügen eines Elementes und Extrahieren des minimalen Elements haben Aufwand von O(log n)
- Als nächster Kandidat wird immer dasjenige BV gewählt, das dem Strahlursprung am nächsten ist

Beispiel

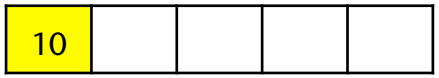




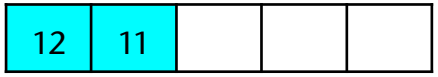
- Schnitt mit 13 → Ja



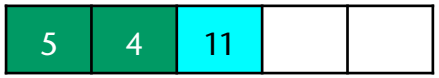
- 13 herausnehmen
  - Schnitt mit 9 → Nein
  - Schnitt mit 10 → Ja



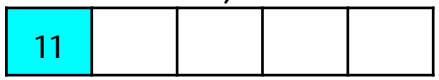
- 10 herausnehmen
  - Schnitt mit 11 → Ja
  - Schnitt mit 12 → Ja



- 12 herausnehmen
  - Schnitt mit 4 → Ja
  - Schnitt mit 5 → Ja



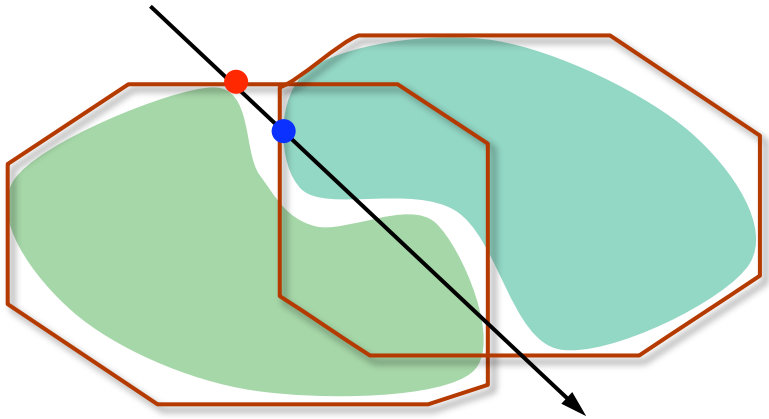
- 5 herausnehmen, Test mit Primitiv
- 6 herausnehmen, Test mit Primitiv



- 11 herausnehmen ...

Anmerkungen

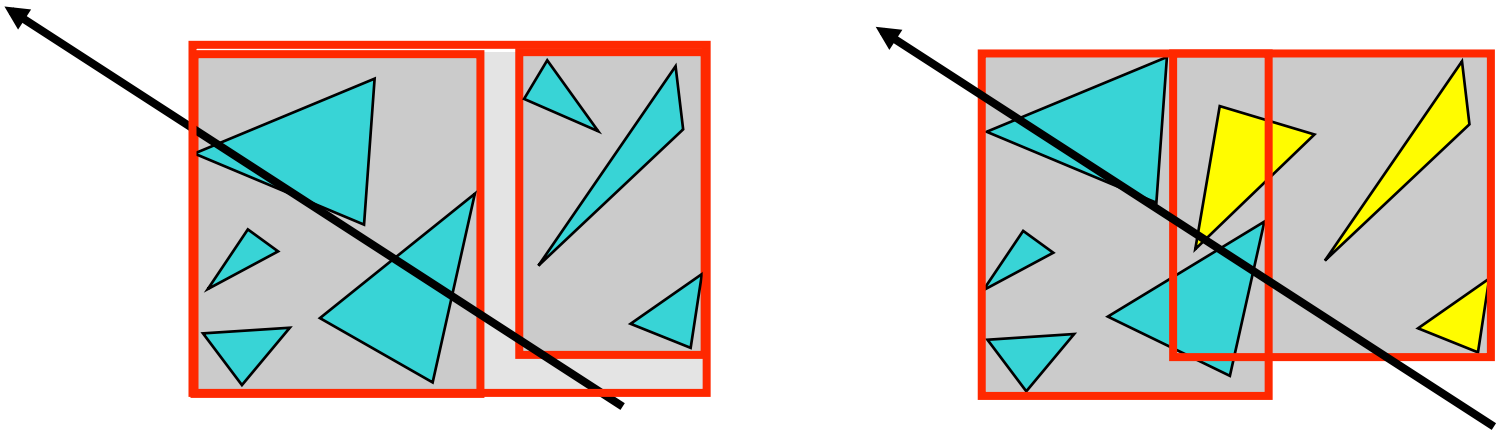
- **Achtung:** Der erste gefundene Schnittpunkt mit einem BV liefert nicht unbedingt dasjenige BV, in dem der näheste Schnittpunkt stattfindet!



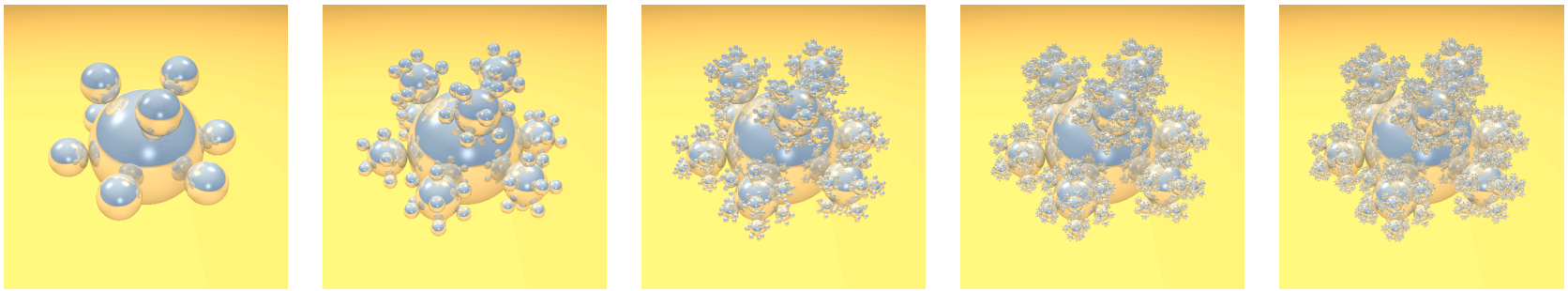
- Für die Priority Queue ist keine vollständige Ordnung notwendig, da in jedem Schleifendurchlauf nur das Element mit der kleinsten estimated distance benötigt wird

- Effiziente Umsetzung mit einem **Heap**

- **Achtung**: man darf auch nicht aufhören, wenn man in einem inneren BV einen Schnitt mit einem Primitiv gefunden hat!
  - Es kann einen näheren Schnitt in einem BV mit größerer *estimated distance* geben!
- Beispiel:



Was bringt es wirklich?



Anzahl Kugeln	10	91	820	7381	66430
Brute-force	2.5	11.4	115.0	2677.0	24891.0
Goldsmith/ Salmon	2.3	2.8	4.1	5.5	7.4

Rechenzeiten in Sekunden, Athlon XP 1900+
(Markus Geimer)

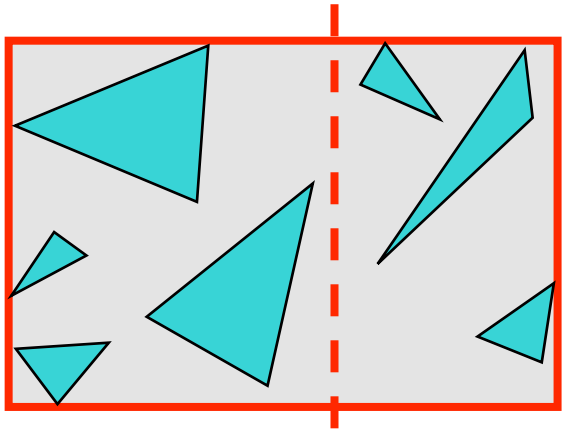
Eigenschaften einer guten Hierarchie

1. Teilbäume der Hierarchie sollten Objekte enthalten, die in der Szene nahe beieinander liegen (*spatial coherence*)
2. Volumeninhalte der einzelnen BVs sollten minimal sein
3. Die Summe der Volumeninhalte der BVs sollte minimal sein
4. Die Bemühungen beim Aufbau der Hierarchie sollten sich auf die oberen Knoten konzentrieren, da durch Abschneiden eines Teilbaums nahe bei der Wurzel mehr Objekte wegfallen als bei einem tieferen Teilbaum
5. Die Zeit zur Berechnung des Bildes durch Raytracing-Verfahren sollte trotz der zusätzlichen Preprocessing-Zeit zum Aufbau der Hierarchie sehr viel geringer werden

Wirklich?

Erzeugung von BV-Hierarchien

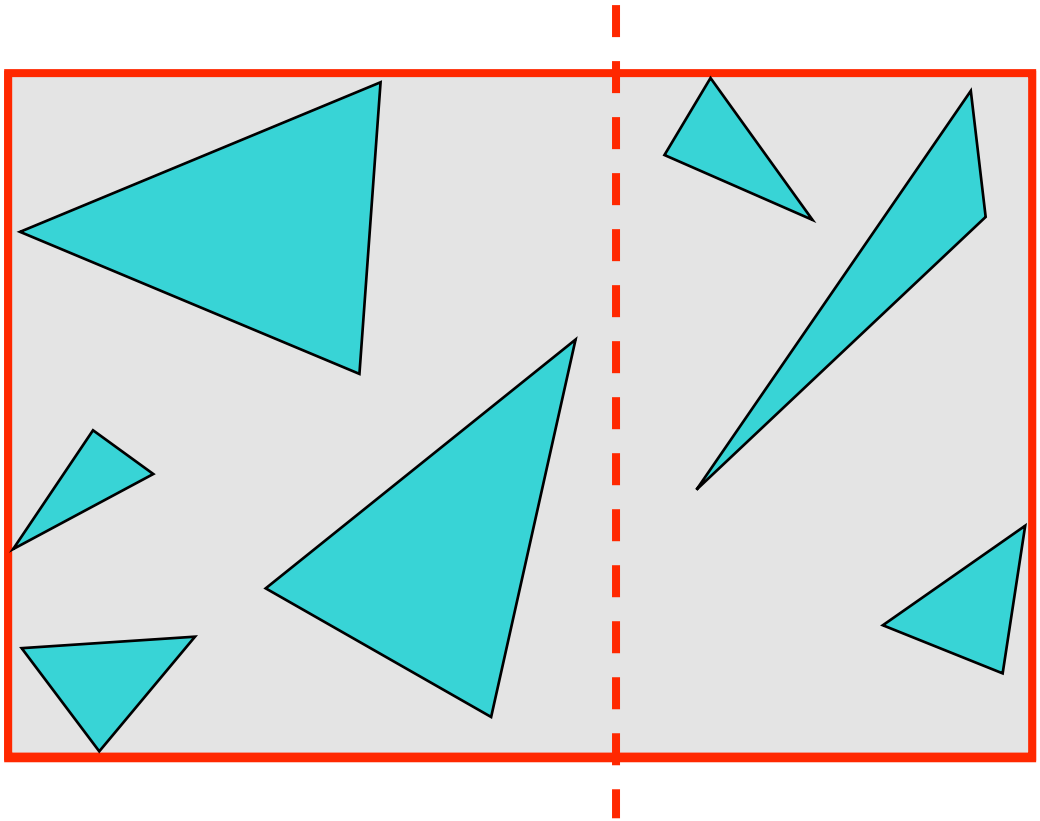
- Durch die Modellierung gegeben (Szenengraph)
- Bottom-up:
  - Rekursives Zusammenfassen von *n* Objekten mit einem BV
  - Problem: Wie wählt man die Objekte sinnvoll aus?
- Top-down:
  - Unterteile rekursiv die Menge der Primitive
  - Problem: nach welchem Kriterium unterteilt man?
  - Median-Cut:
    - Sortieren der Objekte entlang einer Koordinatenachse, Aufteilen in zwei Hälften und Verfahren rekursiv anwenden
    - Problem: Sortierkriterium (Objekte haben Ausdehnung)



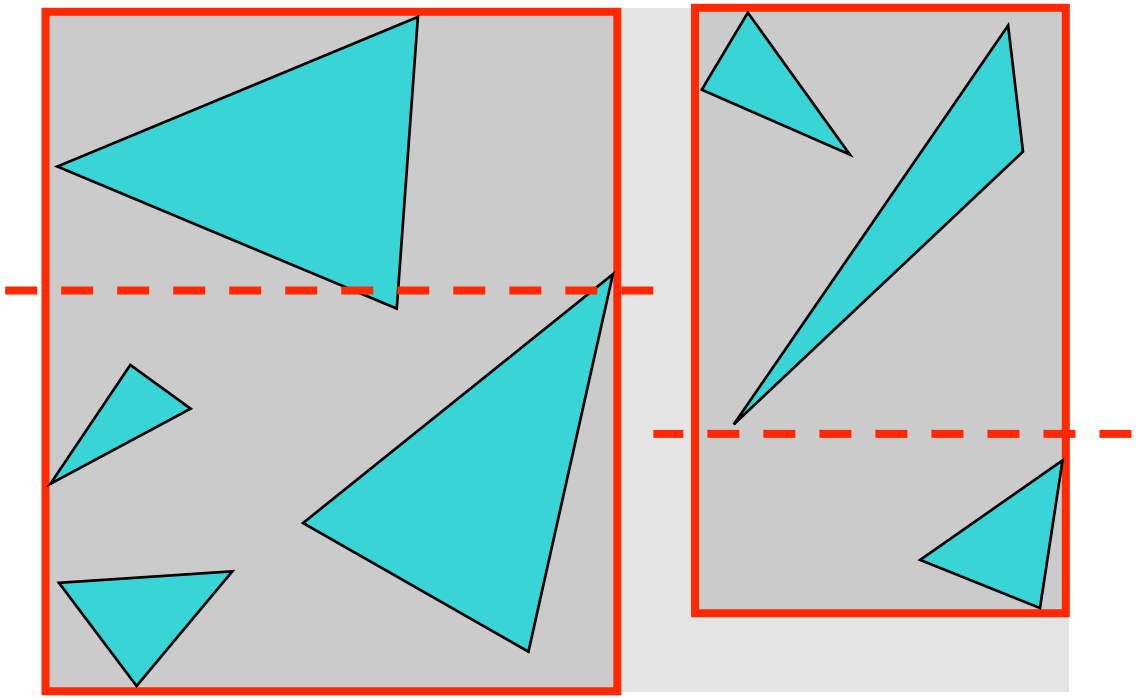
- Iterative Insert:
  - Heuristik nach Goldsmith/Salmon

Beispiel für die Erzeugung einer BVH

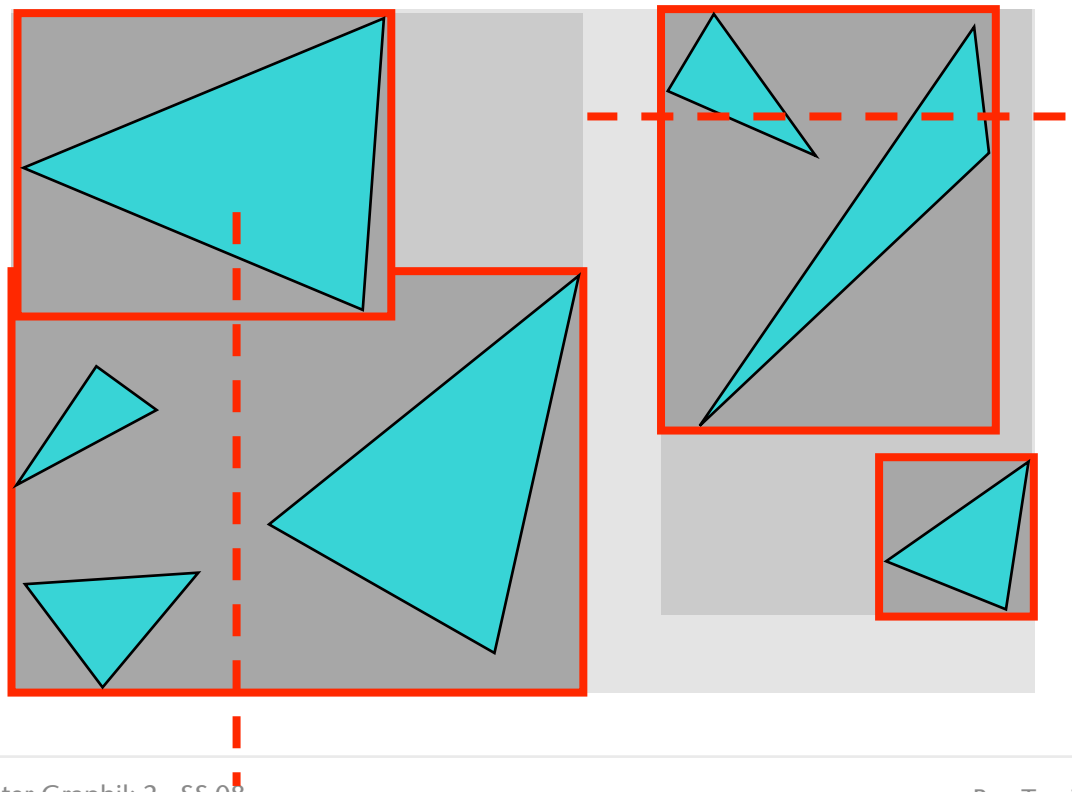
- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



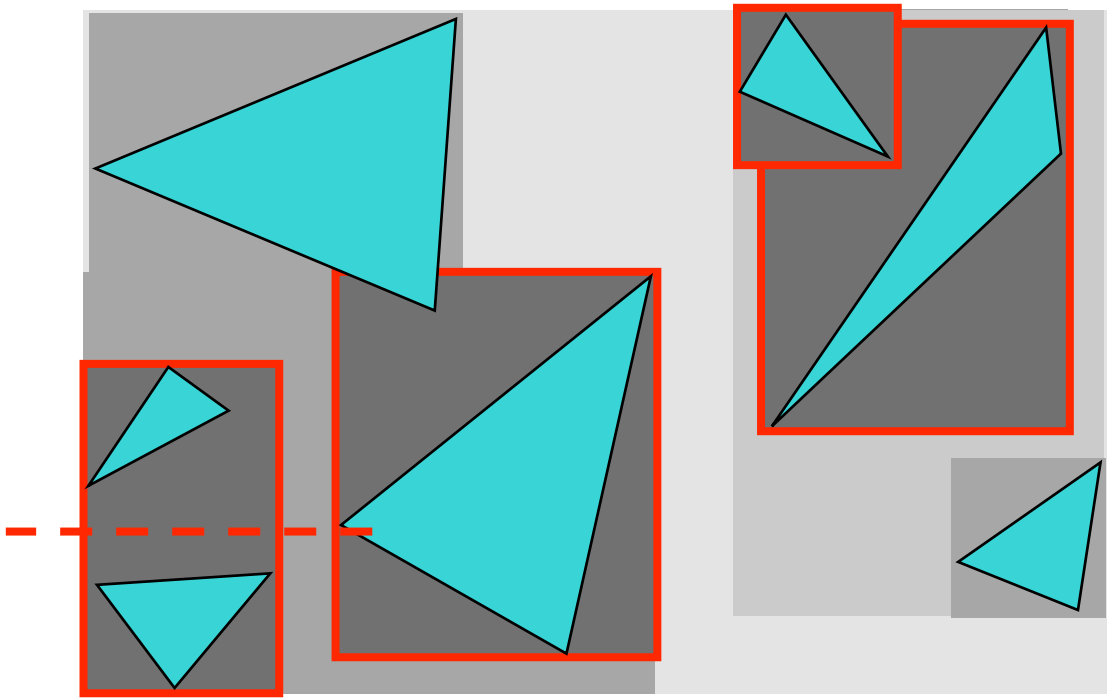
- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



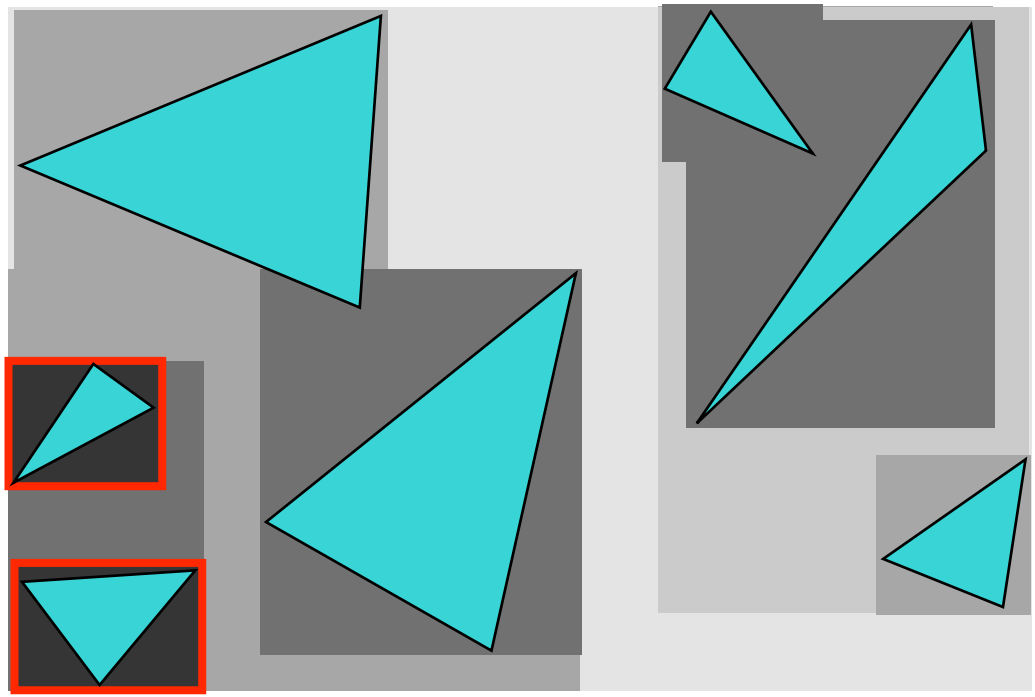
- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion

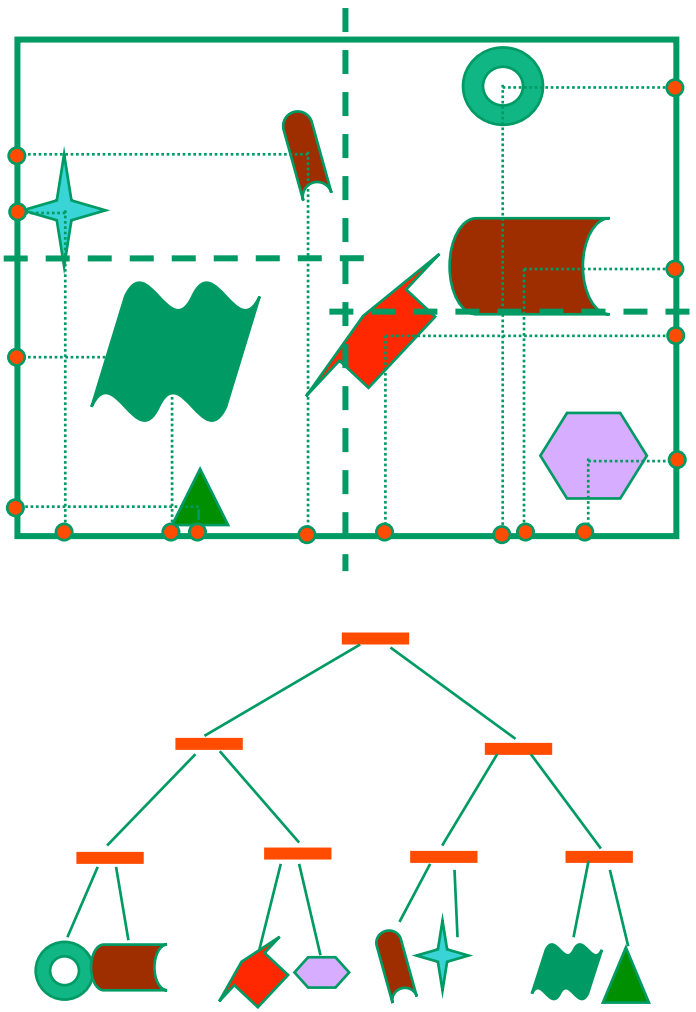


- Schließe alle Objekte (= Dreiecke meistens) durch (elementare) BVs ein (z.B. AABB)
  - Arbeite ab jetzt nur noch mit diesen elementaren BVs
- Teile die Menge der Objekte in zwei Gruppen auf
- Rekursion



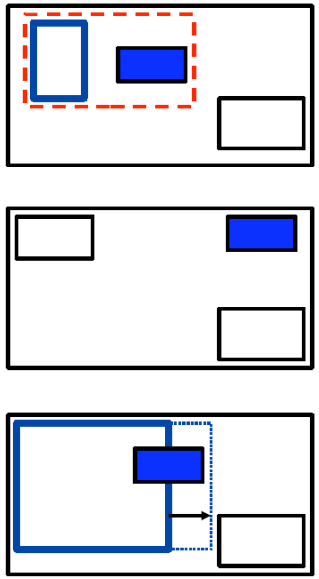
Einfachste Heuristik für Top-Down: Median Cut

1. Bestimme BV für alle Objekte
2. Sortiere die Objekte gemäß ihrem Mittelpunkt entlang der x-Achse
3. Teile die Szene in der Mitte; die eine Hälfte der Objekte wird dem linken Teilbaum zugeordnet, die andere Hälfte dem rechten Teilbaum
4. Wiederhole 1-3 rekursiv auf die Teilszenen
   1. Variante: wähle auf jeder Ebene zyklisch eine andere Achse
   2. Variante: wähle die Achse der längsten Ausdehnung
   § Terminierung, wenn Teilszene nur noch n Objekte enthält



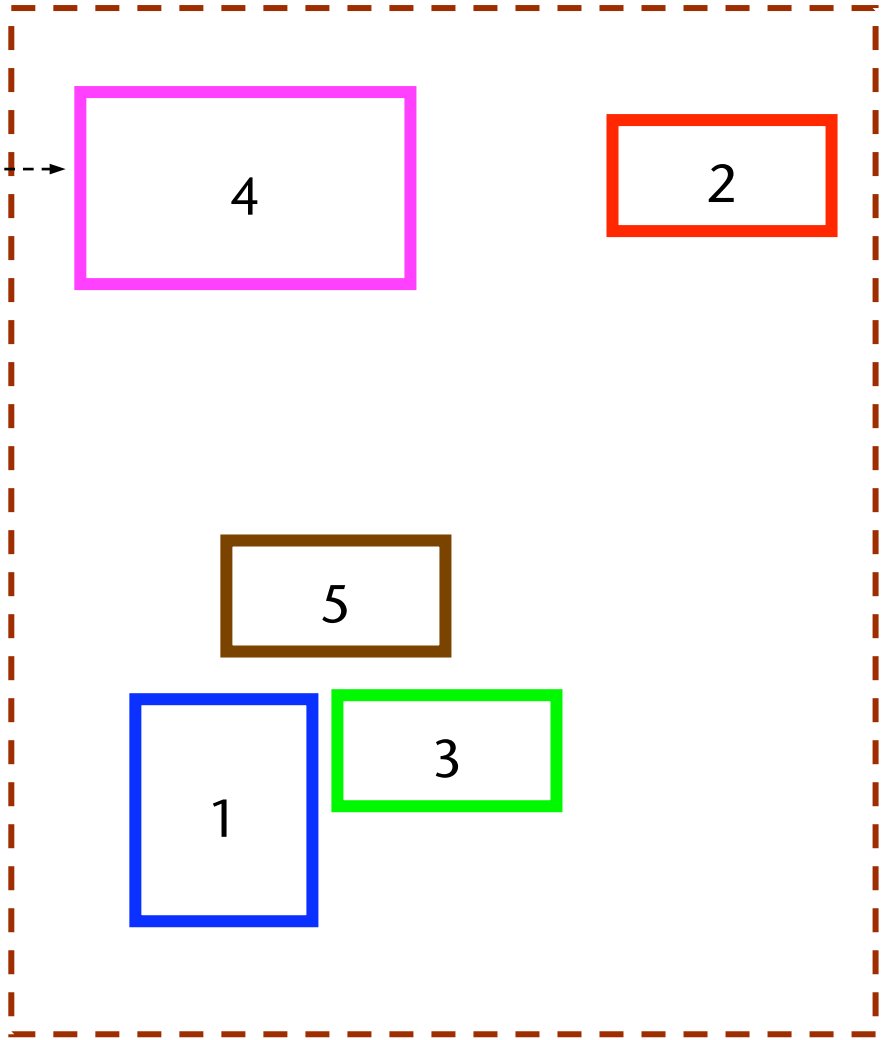
Iterativer Insert [Goldsmith und Salmon, 1987]

- Iterativer / rekursiver Algorithmus
- Starte mit einem einzelnen Wurzelknoten
- Füge nacheinander jeweils 1 Dreieck in die bis dahin bestehende BVH ein:
  - Lasse das Dreieck rekursiv nach unten "sickern"
    - Vergrößere dabei ggf. das BV der Knoten
  - Ist das Dreieck an einem Blatt angekommen →
    - Ersetze das Blatt durch einen inneren Knoten
    - füge das neue und das alte Dreieck als dessen Kinder an
  - Steht man an einem inneren Knoten → treffe eine der folgenden Entscheidungen:
    - füge das Dreieck am aktuellen (inneren) Knoten an
    - lasse das Dreieck in den linken / rechten Teilbaum sickern



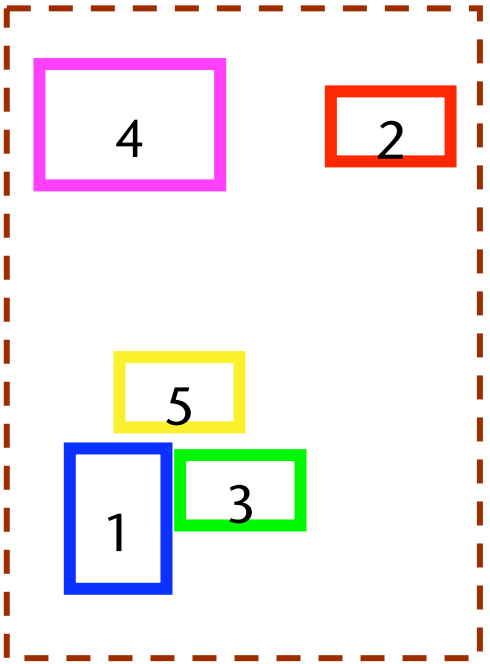
Beispiel für Goldsmith und Salmon

- Szene vor der Erzeugung der Hierarchie
- Jedes Objekt wird durch sein Bounding Volume umgeben
- Das gestrichelte Viereck ist die gesamte Szene

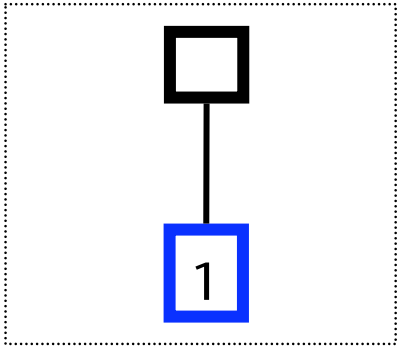


1. Iteration

Gegenwärtiger Baum

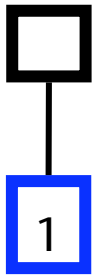


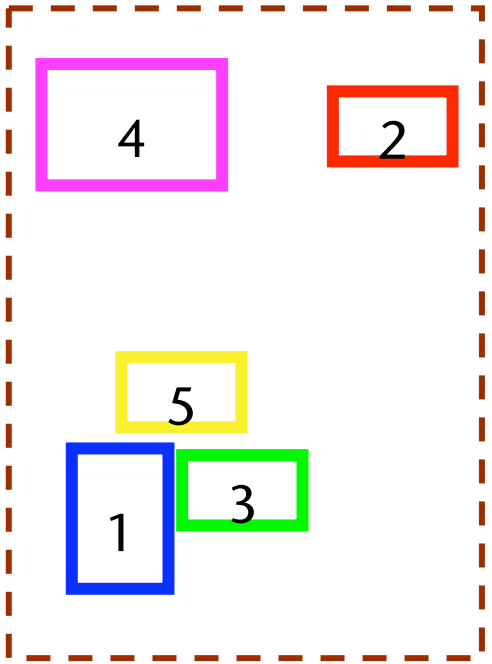
Möglichkeiten



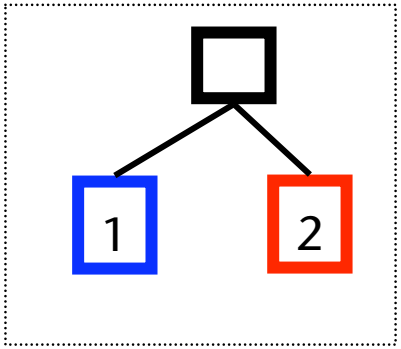
2. Iteration

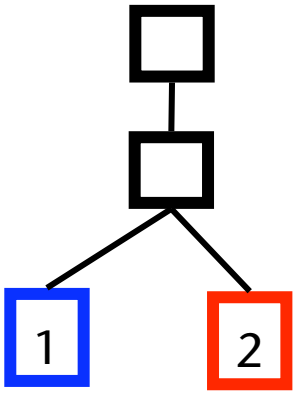
Gegenwärtiger Baum





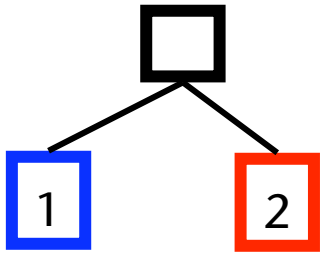
Möglichkeiten

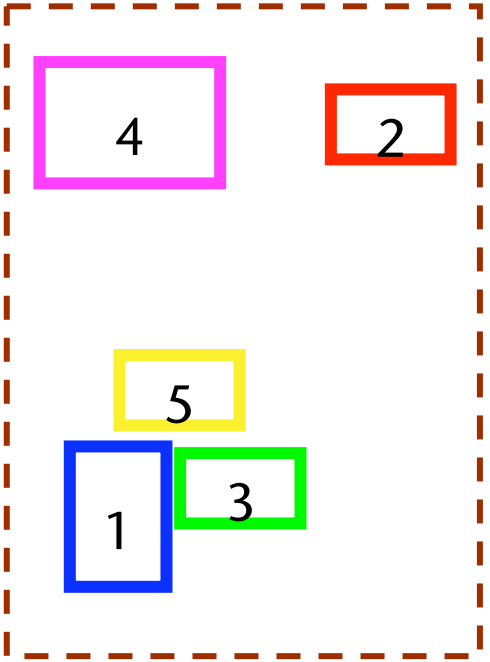




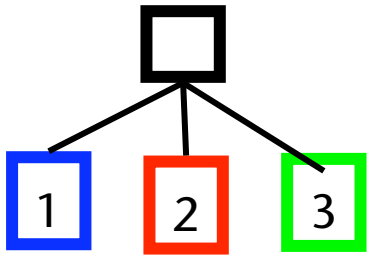
3. Iteration

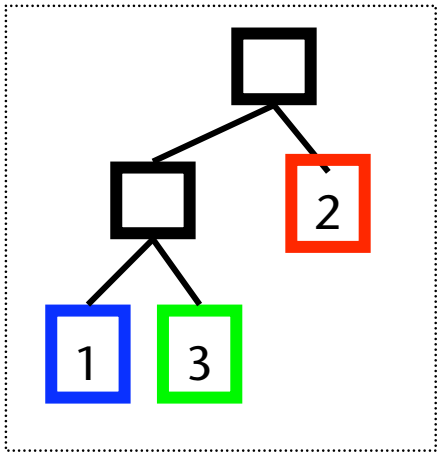
Gegenwärtiger Baum

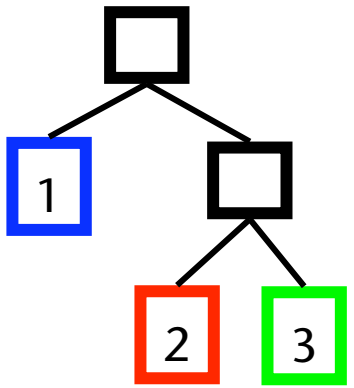




Möglichkeiten

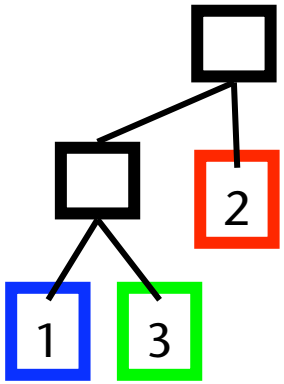


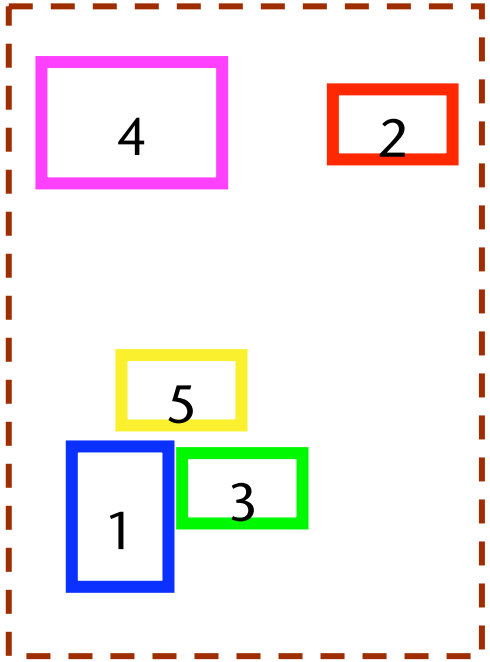




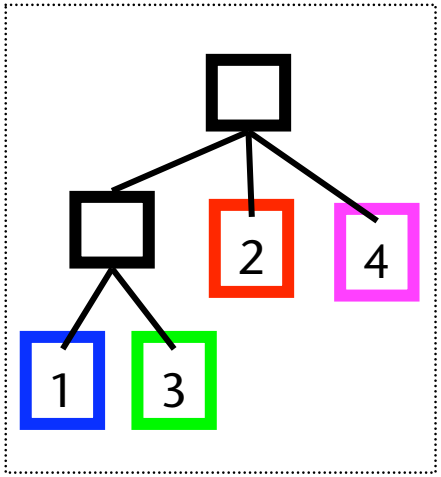
4. Iteration

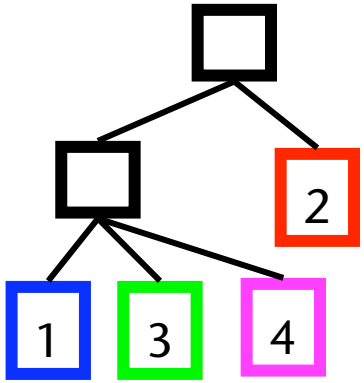
Gegenwärtiger Baum

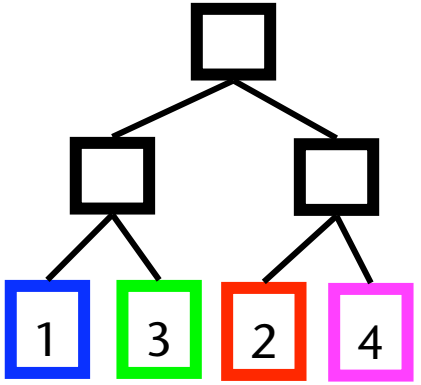




Möglichkeiten

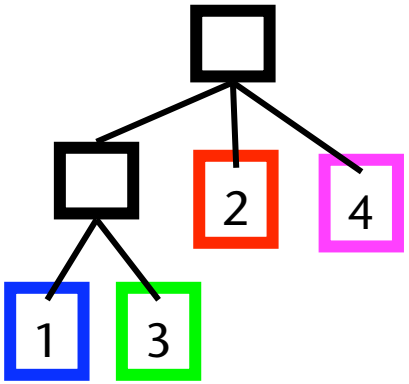


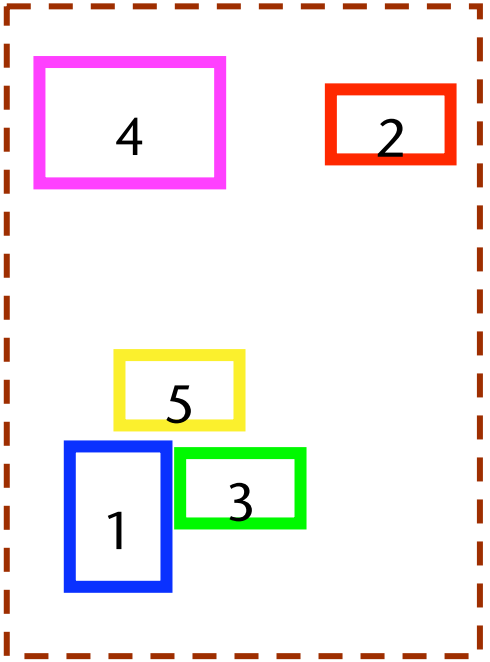




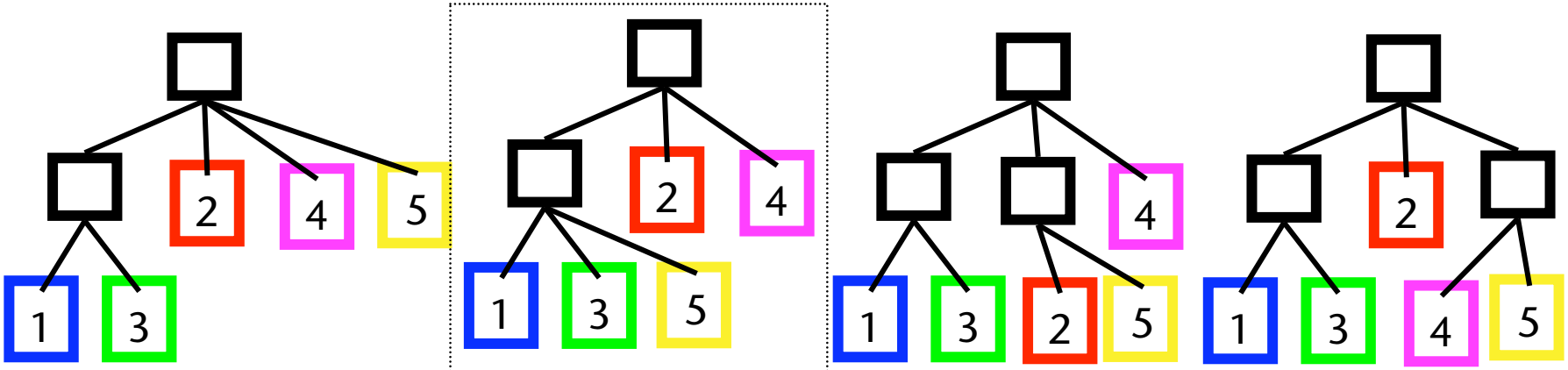
5. Iteration

Gegenwärtiger Baum



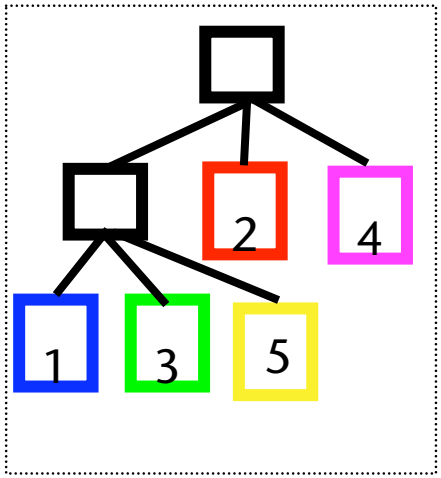


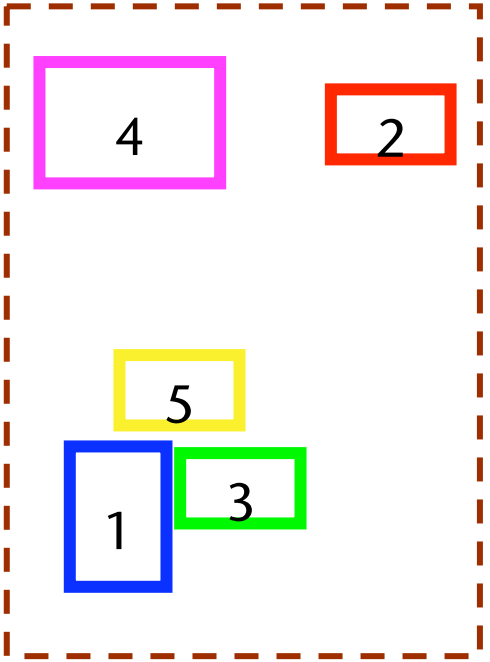
Möglichkeiten



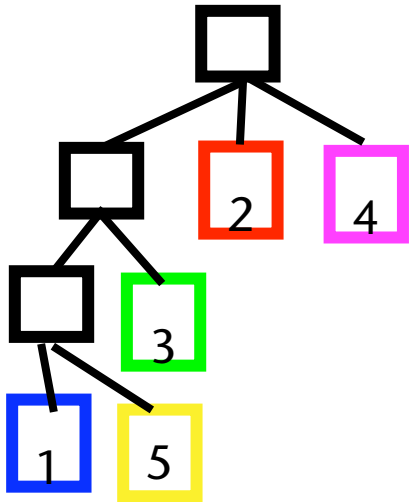
5. Iteration

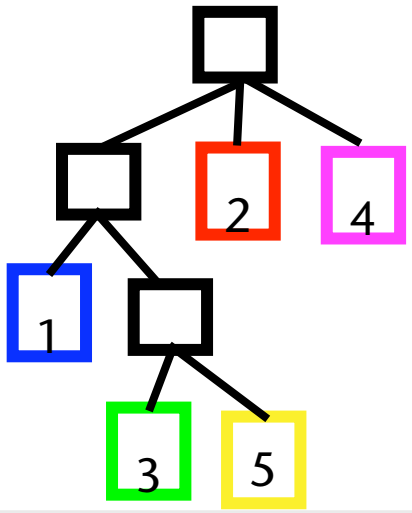
Gegenwärtiger Baum





Möglichkeiten





Bemerkungen

- Die Reihenfolge, in der die Objekte eingefügt werden, hat einen sehr großen Einfluss darauf, wie gut der Baum wird
- Goldsmith/Salmon experimentierten mit:
  - Reihenfolge wie im geladenen Modell
  - zufällig (shuffled)
  - Sortiert entlang einer Koordinatenachse

Zahl der Schnitt-Berechnungen pro Strahl bei verschiedenen Testszenen

User Supplied	5.94	19.9	12.9	10.1	32.0	63.2
Sorted	6.53	20.0	15.9	13.3	32.0	55.2
Average Shuffled	6.21	19.9	14.3	9.4	40.5	44.8
Best Shuffled	5.94	19.9	12.4	8.7	36.7	42.4
Worst Shuffled	6.32	19.9	17.4	18.3	48.2	47.2

Die entscheidende Frage

- Bei Salmon/Goldsmith (inkrementell):
  Zu welchem Teilbaum soll ein Dreieck hinzugefügt werden?
- Bei top-down Aufbau:
  Welches ist, zu einer geg. Menge von Dreiecken, die optimale Aufteilung in zwei Teilmengen? (wie bei kd-Tree)

- Erinnerung: die Surface-Area-Heuristic (SAH) —
  teile B so auf, daß

$$C(B) = \text{Area}(B_1) \cdot N(B_1) + \text{Area}(B_2) \cdot N(B_2)$$

  minimal wird
- Verwende also diese zur Entscheidung

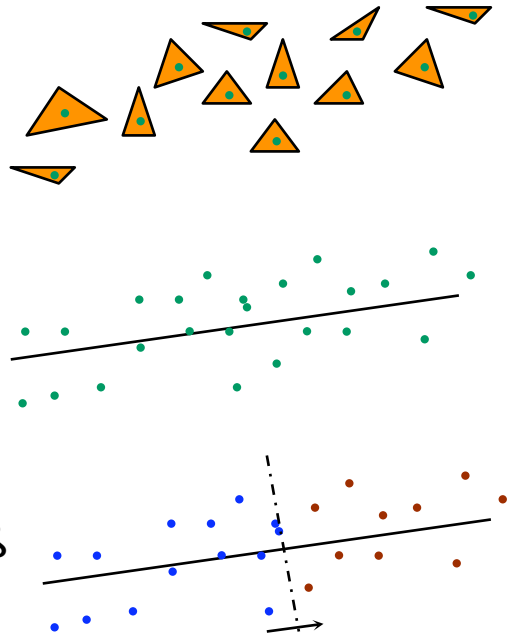
- Anwendung auf Salmon/Goldsmith:
  - Propagiere das Objekt in denjenigen Unterbaum, der dadurch die geringste Kostenerhöhung für das Ray-Tracing verursacht
  - Falls beide die gleichen Kosten verursachen (z.B. 0), verwende eine andere Heuristik, z.B. Anzahl Dreiecke im Teilbaum
  - Falls alle Unterbäume zu hohe Kosten verursachen (z.B. Flächen-zunahme auf 90% der Fläche von Vater), hänge Objekt als direktes Kind an den aktuellen Knoten (BVH ist also nicht notwendig binär)

- Anwendung auf rekursive top-down BVH-Konstruktion:
  - Berechne BV zu gegebener Menge von Objekten (= elem. BVs)
  - Partitioniere Menge der Objekte in 2 Teilmengen (oder mehr)
  - Konstruiere BVH für jede der Teilmengen
- Gesucht: optimale Aufteilung

$$C(B) = \min_{B' \in \mathcal{P}(B)} C(B', B \backslash B')$$

  wobei B = Menge der Polygone im Vater-BV
- Ist natürlich nicht praktikabel

- Heuristischer Aufbau einer BVH:
  - Repräsentiere Objekte (Dreiecke) durch deren Mittelpunkte
  - Bestimme die Achse der größten Ausdehnung
  - Sortiere die Punkte entlang dieser Achse
  - Suche entlang dieser Achse das Minimum gemäß Kosten-Heuristik mittels Plane-Sweep:



$$k = \arg\min_{j=1\ldots n} \left\{ \frac{\text{Area}(b_1 \ldots b_j)}{\text{Area}(B)} \cdot j + \frac{\text{Area}(b_{j+1} \ldots b_n)}{\text{Area}(B)} \cdot (n-j) \right\}$$

wobei die $b_j \in B$ die elementaren BVs sind und j bzw. (n-j) die Anzahl der Objekte in B_1 bzw. B_2).

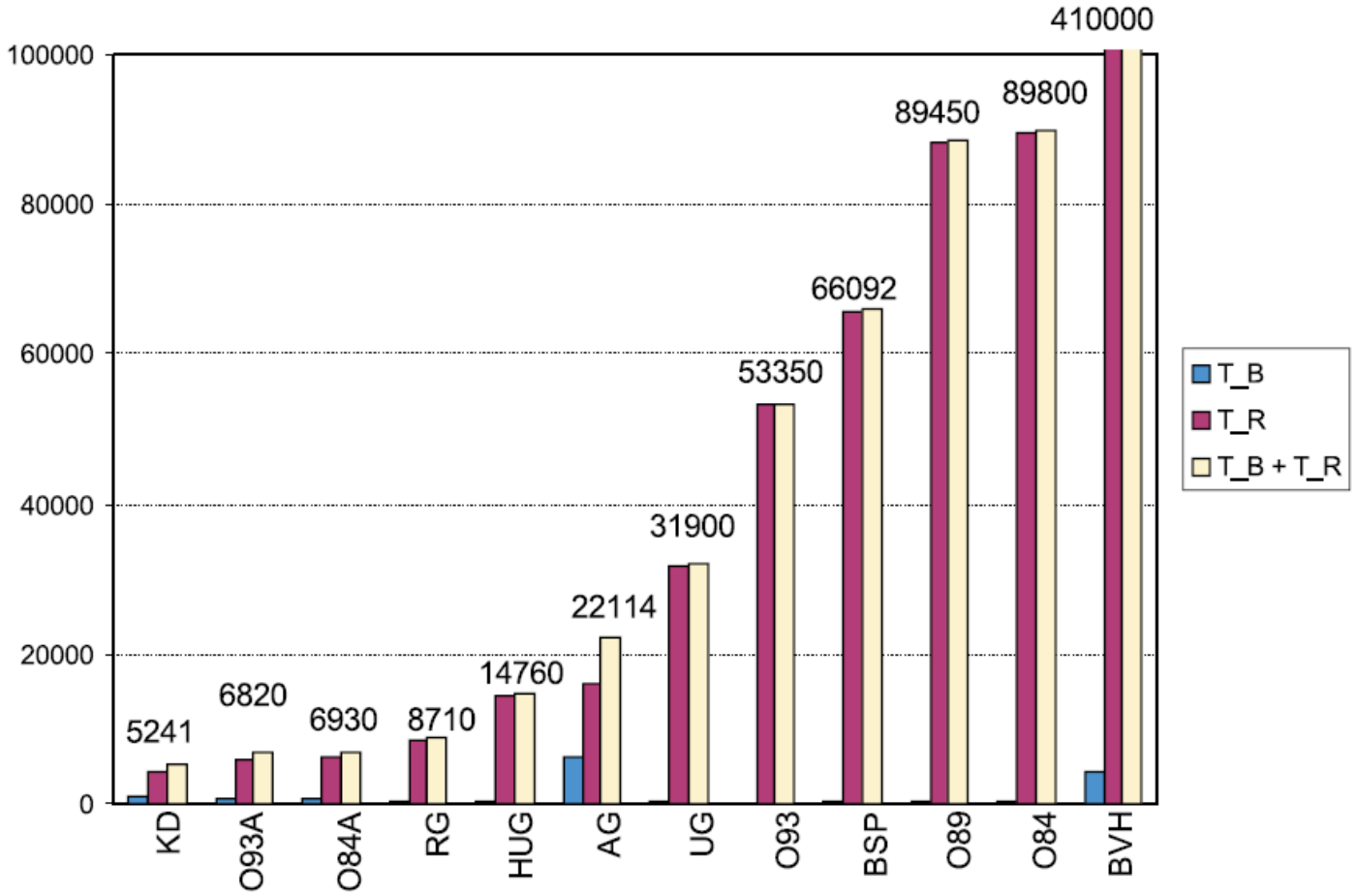
- Laufzeit:

$$T(n) = T(\alpha n) + T((1-\alpha)n) + O(n \log n)$$

$$\in O(n \log^2 n)$$

- Bemerkungen:
  - Abruchkriterium bei top-down Verfahren: analog zum kd-Tree
  - Top-down-Verfahren liefert i.A. bessere BVHs als iteratives Verfahren

Vergleich verschiedener Datenstrukturen [Havran, 2001(?)]



- Achtung: mit Vorsicht genießen!