

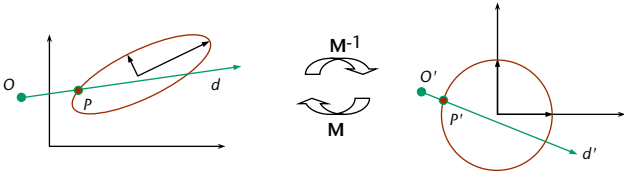
Instancing / Strahltransformation

- Kompliziertere (transformierte) Formen lassen sich oft reduzieren auf einfache (kanonische) Formen
- Idee: transformiere Strahl; führe Schnitt mit der einfachen Form durch; transformiere Schnittpunkt und -normale zurück
- Beispiel
Ellipsoid:

$$\text{berechne } P'(t) = \mathbf{M}^{-1}O + t\mathbf{M}^{-1}d$$

$$\text{schneide } P'(t) \text{ mit Einheitskugel } \rightarrow P', \mathbf{n}', t'$$

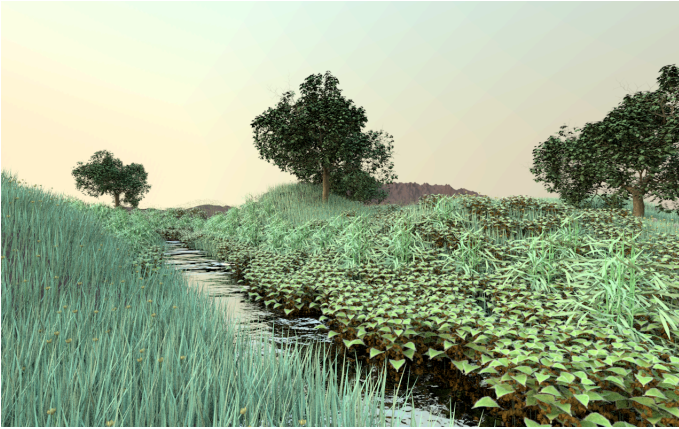
$$P := \mathbf{M} \cdot P'; \mathbf{n} := (\mathbf{M}^{-1})^T \cdot \mathbf{n}'; t := ?$$



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 64

Weiterer Grund für Instancing

- Speichereinsparung: nur mittels Instancing passen solch riesige Szenen komplett in den Speicher




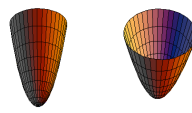
61 unique plant models, 1.1M unique triangles, 300MB —
4000 plants in the scene, 19.5M triangles

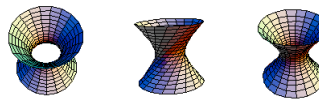
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 66

Weitere Quadriken

- Mit diesen Techniken kann man viele weitere Objekte testen
 - Parametrische Liniengleichung in implizite Form des Objektes einsetzen
 - Ergibt Polynom in t vom Grad 2, 4, ...
 - Nach t lösen (analytisch, Newton, ...)
- Unendlicher Zylinder:

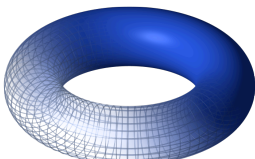
$$x^2 + y^2 = 1$$

- Paraboloid:









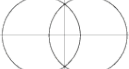
$$x^2 + y^2 - z = 0$$

- Hyperboloid (one sheet):

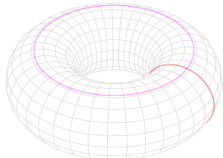
$$x^2 + y^2 - z^2 = 1$$


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 67

Torus:

$$\left(c - \sqrt{x^2 + y^2}\right)^2 + z^2 = a^2$$


	full view	cutaway	cross-section
ring torus			
horn torus			
spindle torus			



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 68

Superquadrics

- Verallgemeinerungen der Quadriken
- Super-Ellipsoid:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r = 1$$
- Super-Hyperboloid:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q - \left(\frac{z}{c}\right)^r = 1$$
- Super-Toroid:

$$\left(d - \left(\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^n\right)^q\right)^r + \left(\frac{z}{c}\right)^p = e^2$$
- Achtung: hier ist immer $|x|^p$ gemeint!

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 69

Beispiele von Super-Quadrics

XScreenSaver demo "SuperQuadrics"
www.lwz.org/xscreensaver

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 70

Ratioquadratics [Blanc & Schlick, 1996]

- Variante der Superquadratics mit u.U. besseren Eigenschaften
- Idee der Superquadratics kann man auch so schreiben:

$$F(x, y, z) = f_p\left(\frac{x}{a}\right) + f_q\left(\frac{y}{b}\right) + f_r\left(\frac{z}{c}\right) - 1$$

$$f_p(x) = |x|^p$$

- Problem:
 - $f_p(x)$ ist an der Stelle $x=0$ nicht differenzierbar für $p \leq 1$
 - Dadurch entstehen für $p < 1$ "Spitzen", die möglicherweise unerwünscht sind
 - Außerdem ist $f_p(x)$ rel. teuer auszuwerten

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 71

- Simple Idee: verwende einfach eine andere "Potenzfunktion"
- Die Pseudo-Potenzfunktion von Blanc & Schlick:

$$g_p(x) = \frac{x}{p + (1 - p)x}$$

- Die Ratioquadratics für "Ratio-Ellipsoide" ist damit

$$F(x, y, z) = g_p\left(\frac{x}{a}\right) + g_q\left(\frac{y}{b}\right) + g_r\left(\frac{z}{c}\right) - 1$$

- Resultat:

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 72

Metaballs

- Abgeschaut von den Molekülen
- Idee: betrachte Kugel als Menge aller Punkte im Raum, die dasselbe "Potential" haben, wobei das Maximum des Potentialfeldes im Kugelmittelpunkt herrscht → **Isofläche**
- Potentialfeld wird beschrieben durch Potentialfunktion, z.B.

$$p(r) = \frac{1}{r^2}$$
 wobei

$$r = r_1(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_1\|$$
- Die Kugelfläche ist damit

$$K = \{\mathbf{x} \mid p(\mathbf{x}) = t\}$$
 - t heißt **Schwellwert** oder **Isowert**

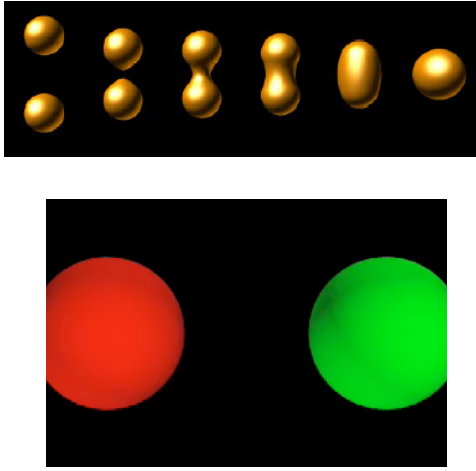
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 73

- Implizite Funktion setzt sich zusammen aus
Distanzfunktion + Potentialfunktion
- Entsprechend gibt es viele Varianten und Namen: "metaballs", "soft objects", "blobs", "blobby modeling", "implicit modeling" ...
- Komplexere Objekte entstehen durch **Überlagerung (Blending)** der Potentialfelder mehrerer Punkte
 - Einfachstes Blending ist Addition der Felder:

$$P(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n a_i \frac{1}{r_i^2(\mathbf{x})}$$
 - Alle Punkte zusammen heißen **Skelett (skeleton)**,
 P ist das Gesamtpotential, a_i = "Feldstärke" bestimmen jew. Einfluß
 - Negative Feldstärken nehmen "Material" weg (z.B. für Löcher)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 74

▪ Beispiel für 2 Skelett-Punkte:

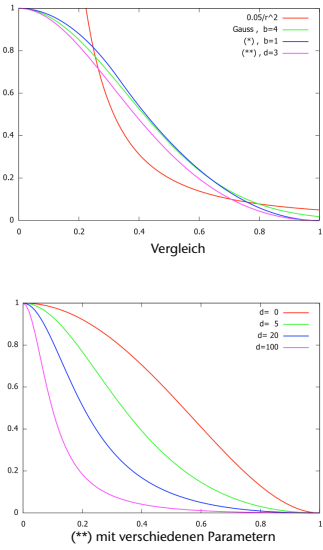


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 75

▪ Andere Potentialfunktionen:

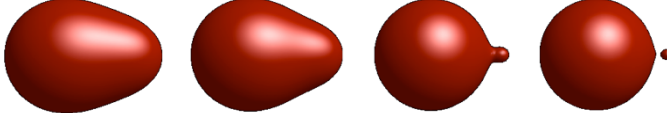
$$p_i(r) = e^{-br^2}$$

$$p(r) = \begin{cases} 1 - 3\frac{r^2}{b^2} & , r \leq \frac{1}{3}b \quad (*) \\ \frac{3}{2}\left(1 - \frac{r}{b}\right)^2 & , \frac{1}{3}b \leq r \leq b \\ 0 & , r > b \end{cases}$$

$$p(r) = \begin{cases} \frac{r^4 - 2r^2 + 1}{1 + dr^2} & , r \leq 1 \\ 0 & , r > 1 \end{cases} \quad (**)$$


G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 76

▪ Effekt der Variation des Parameters:



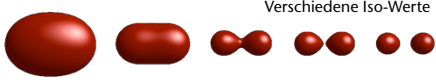
Potentialfkt (**), d für den linken Skelettpunkt fest, $d = 10 \dots 2000$ für den rechten Punkt

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 77

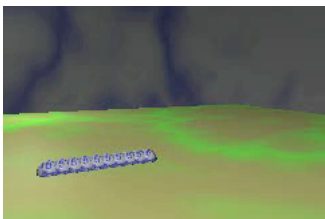
Deformationen

▪ Mit diesem Modell lassen sich Deformationen von "blob-artigen" Objekten sehr einfach modellieren:

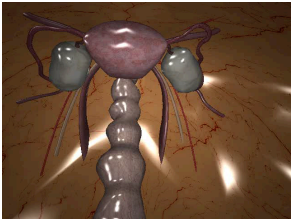
- Verschiebe Skelett-Punkte
- Modifiziere Parameter a, b, \dots
- Modifiziere den Iso-Wert t



Verschiedene Iso-Werte

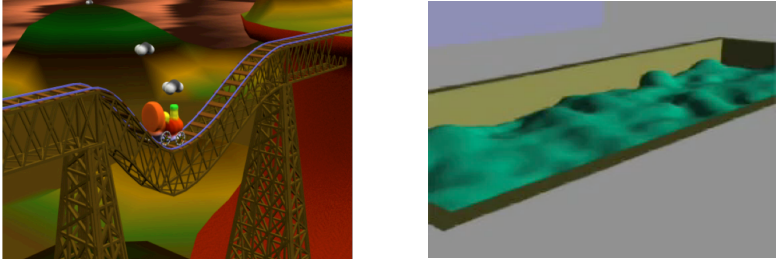


Brian Wyvill
<http://pages.cpsc.ucalgary.ca/~blob/animations.html>



Frédéric Triquet
<http://www2.lifl.fr/~triquet/implicit/video/>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 78



"The Great Train Rubbery" — Siggraph 1986

"Soft"

"The Wyvill Brothers"

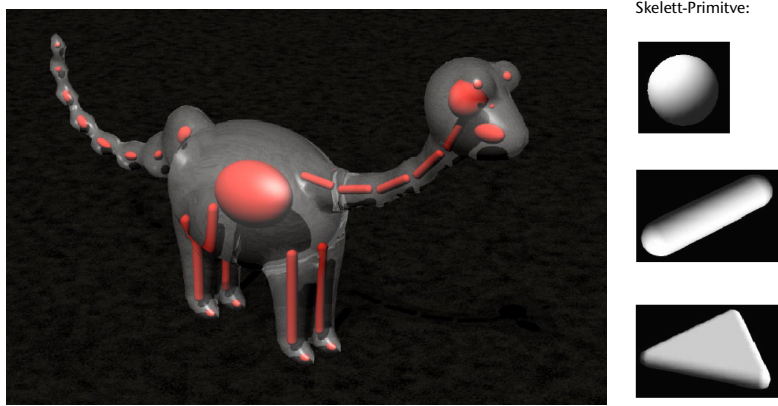
Geoff Brian

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08

Ray-Tracing 79

Verallgemeinerungen / Varianten

- Punkte sind das einfachste Primitiv zur Konstruktion eines Skeletts; analog kann man Linien, Polygone, Ellipsoide, etc., verwenden:



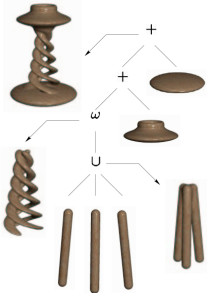
Beispiele weiterer Skelett-Primitive:

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08

Ray-Tracing 80

- Andere Blending-Funktionen:

$$P_U(\mathbf{x}) = \max\{p_1(\mathbf{x}), p_2(\mathbf{x})\}$$

$$P_\cap(\mathbf{x}) = \min\{p_1(\mathbf{x}), p_2(\mathbf{x})\}$$
- Ein Baum von Blending-Operationen – der BlobTree:
 

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 81

Bemerkungen zum "*implicit modeling*"

- Man kann nette Effekte recht einfach erzielen
- Als professionelles Tool in der Animationsindustrie oder im CAD hat es sich nicht durchgesetzt, weil einfach zu viel "Magie" im Spiel ist [sagt auch Geoff Wyvill]
- Brian Wyvill arbeitet immer noch an diesen Methoden [2004]

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 82

Normale an impliziten Flächen

- Normale in Punkt \mathbf{x} auf impliziter Fläche $f(\mathbf{x})$

$$\mathbf{n}(\mathbf{x}) = \nabla f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x}(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial f}{\partial y}(\mathbf{x}) \\ \frac{\partial f}{\partial z}(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

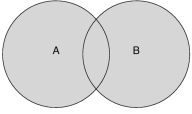
$$\approx \begin{pmatrix} f(x + \varepsilon, y, z) - f(\mathbf{x}) \\ f(x, y + \varepsilon, z) - f(\mathbf{x}) \\ f(x, y, z + \varepsilon) - f(\mathbf{x}) \end{pmatrix}$$

$$\approx \begin{pmatrix} f(x + \varepsilon, y, z) - f(x - \varepsilon, y, z) \\ f(x, y + \varepsilon, z) - f(x, y - \varepsilon, z) \\ f(x, y, z + \varepsilon) - f(x, y, z - \varepsilon) \end{pmatrix}$$

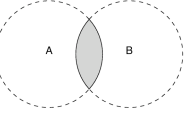
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 83

Weitere Objekt-Repräsentation: CSG

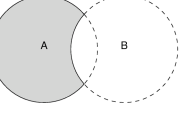
- Fügt sich genauso zwanglos ins Raytracing ein
- Zentrale Idee: konstruiere neue Objekte durch Mengen-Operationen auf einfachen Grund-Volumina
(→ CSG = *constructive solid geometry*)
 - Mengen-Operationen: Schnittmenge, Vereinigung, Differenz
 - Grund-Primitive: alle Objekte, die sich leicht implizit beschreiben lassen
 - Rekursive Anwendung der Operationen → "Objekt-Arithmetik"




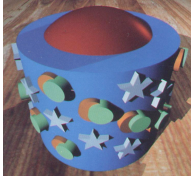

Vereinigung



Schnittmenge



Differenz

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 84

Implementierung

- Verwende implizite Form der Grund-Objekte

Points on A, Outside of B

Points on B, Outside of A

$F_A > 0, F_B = 0$

Points on B, Inside of A

Points on A, Inside of B

- Bestimme **alle** Schnittpunkte eines Strahls mit allen Grundobj. en
 - Falls alle Grundobj. konvex \rightarrow 1 Intervall auf dem Strahl pro Grundobj.

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 85

- Führe die Operation auf den Intervallen durch
- Rekursiv den CSG-Baum nach oben
- Falls an der Wurzel ein leeres Intervall entsteht \rightarrow kein Schnitt
- Sonst: wähle Minimum aller Intervalle, die bis zur Wurzel übrigbleiben / entstanden sind
- Achtung:
 - Bei einer Operation können mehrere disjunkte Intervalle entstehen!

Bei Vereinigung entsteht hier ein Paar disjunkter Intervalle auf dem Strahl!

Dito hier bei der Differenz $B - A$!

- Achte auf numerische Stabilität (z.B.: lösche zu kleine Intervalle)

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 86

Fraktale

- Auch Fraktale kann man trivial ray-tracen
- Einfach Rekursion "on demand" bis zur gewünschten Tiefe

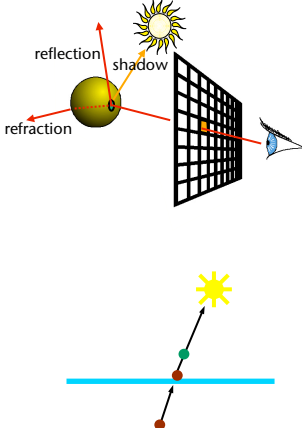
→ Prozedural beschriebene Objekte



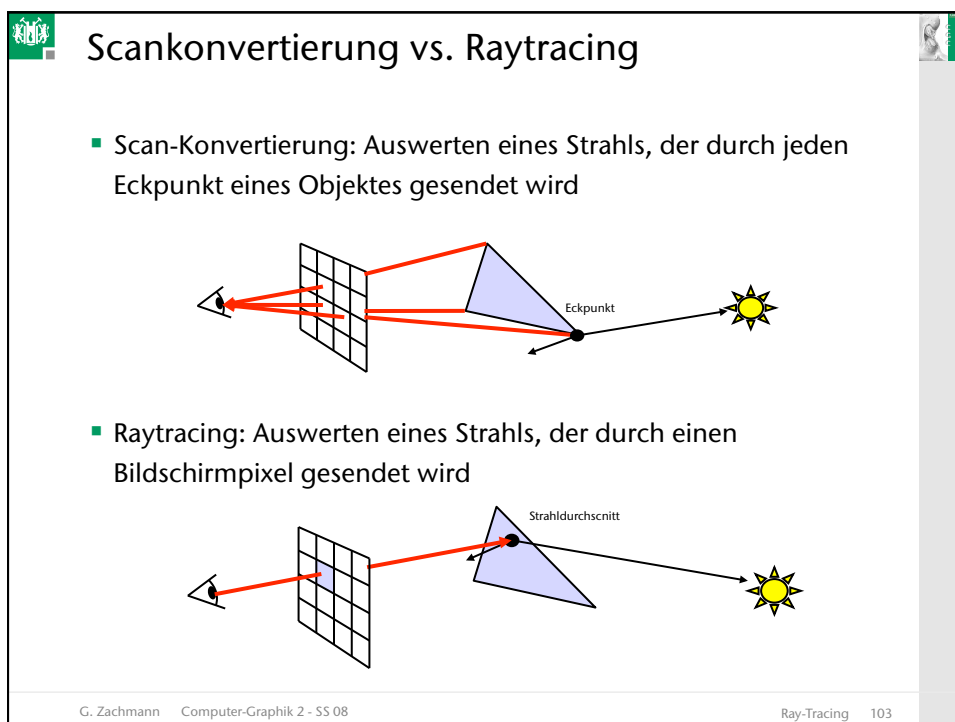
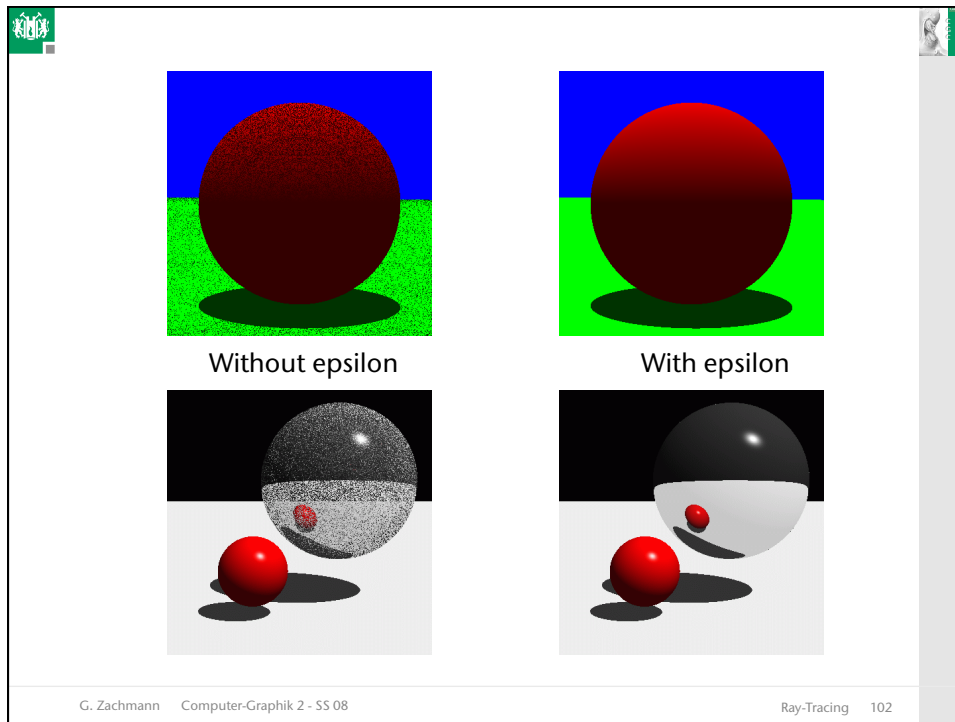
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 87

The evil ϵ

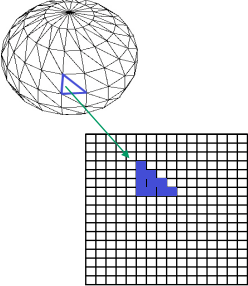
- Was passiert, wenn der Ursprung des Strahles auf der Oberfläche eines Objektes sitzt?
- Floating-Point ist immer unexakt!
 - Folge: bei den folgenden Strahltests erscheint dieser Ursprung **innerhalb** des Objektes!
 - Folge: als nächsten Schnittpunkt erhalten wir denselben Punkt wieder!
- "Lösung":
verschiebe Aufpunkt des Strahls
immer zuerst um ein ϵ in Richtung des Strahls



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 101

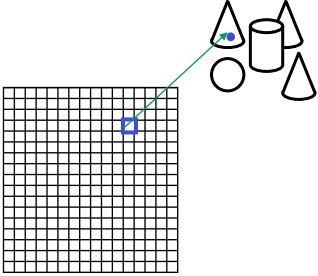


▪ Zum Umwandeln einer Szene mittels Scan-Konvertierung ...



... scan-konvertiere jedes Dreieck

▪ Zum Umwandeln einer Szene mittels Raytracing ...



... verfolge für jedes Pixel einen Strahl

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08
Ray-Tracing 104

Vor- und Nachteile

- Scan-Konvertierung:
 - schnell (da nur Eckpunkte)
 - wird unterstützt von aktuellen Grafikkarten
 - geeignet für Echtzeitanwendungen
 - ad-hoc Lösung für Schatten, Transparenz
 - Keine Interreflexion
- Raytracing:
 - noch rel. langsam (Suche nach Schnittpunkten zwischen Strahlen und Objektprimitiven)
 - bisher von keiner kommerziellen Hardware unterstützt
 - Offline-Rendering-Verfahren
 - Allgemeine Lösung für Schatten, Transparenz und Interreflexion, Clipping und Culling

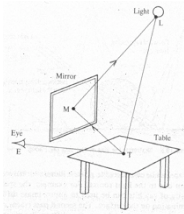
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08
Ray-Tracing 105

- Weitere Vorteile des Raytracings:
 - Eignet sich besonders für Szenen mit hohem spiegelndem und transparentem Flächenanteil
 - Kann beliebige Objektrepräsentationen verarbeiten (z.B. CSG, Rauch, ...)
 - Einzige Anforderung: man muß Schnitt zwischen Strahl und Objekt und die Normale in diesem Schnittpunkt berechnen können
 - Keine explizite perspektivische Transformation oder Clipping nötig

Ray-Tracing 106

Nachteile des (einfachen) Raytracings

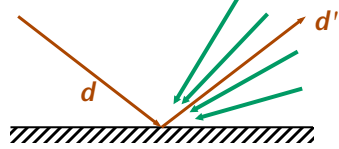
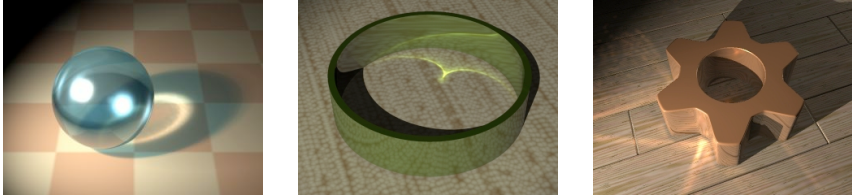
- Sehr viele Strahlen
 - Naives Ray-Casting: $O(p \cdot n \cdot l)$, $p = \# \text{ Pixel}$, $n = \# \text{ Polygone}$, $l = \# \text{ Lichtquellen}$
 - Anzahl Strahlen wächst exponentiell mit Rekursionstiefe!
- Keine indirekte Beleuchtung (z.B. durch Spiegel)
- Keine weichen Halbschatten
- Shading muß bei jeder Änderung der Kamera neu berechnet werden, obwohl diese nur von den Lichtquellen und den Objekten abhängen
- Für alle diese Nachteile wurden natürlich verschiedene Abhilfen vorgeschlagen



Ray-Tracing 107

Beispiel für das Problem der indirekten Beleuchtung: Kautistiken


- Konzentration von Licht
- Lichtstrahlen treffen sich in einem Punkt
- Raytracing wird uneffektiv
- Nur 1 reflektierter Strahl wird betrachtet

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 108

Aliasing

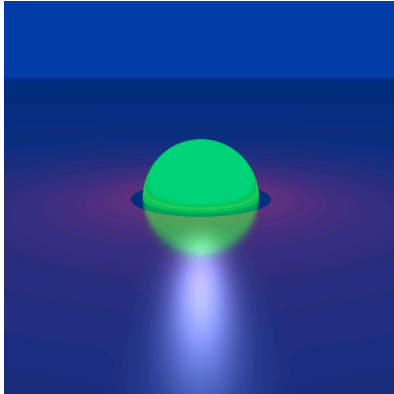
- Ein Strahl pro Pixel → typ. Aliasing-Artefakte:
 - Treppeneffekte
 - Moiré- Effekt



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 109

Distribution Ray Tracing

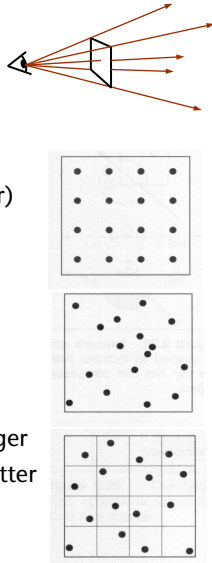
- Einfache Modifikationen des rekursiven Ray Tracings für
 - Antialiasing
 - Weiche Schatten
 - Tiefenschärfe
 - Spekulare Reflexion
- Bewegungsunschärfe
- Anderer Name früher:
 - „Distributed Ray Tracing“
 - ist aber sehr unglücklich ("distributed" = verteilt)



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 110

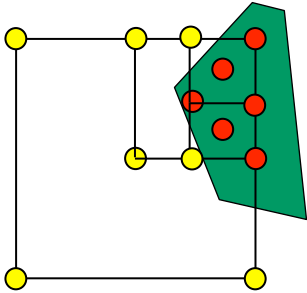
Anti-Aliasing beim Ray-Tracing

- Anstatt pro Pixel nur einen Strahl zu verfolgen werden mehrere Strahlen verfolgt und die resultierende Farbe gemittelt
- Methoden zur Auswahl der Punkte:
 - **Regelmäßige Abtastung** (Problem der Moire Muster)
 - **Zufällige Abtastung** (Problem des Rauschens)
 - **Stratifikation**, d.h. eine Kombination von regelmäßiger und zufälliger Abtastung, indem ein regelmäßiges Gitter zufällig gestört wird.



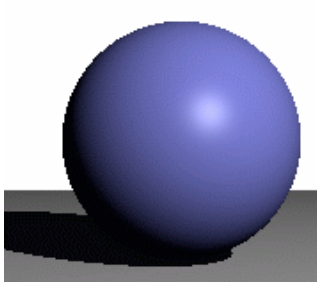
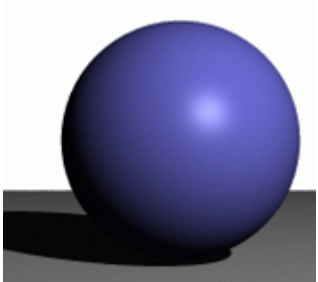
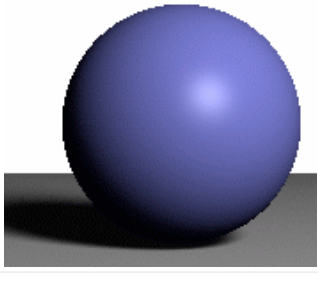
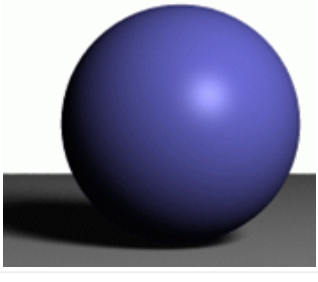
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 111

Adaptives Supersampling

- Idee: verschieße Lichtstrahlen nur bei großen Farbunterschieden
- Beispiel:
 
- Resultierende Farbe = Durchschnittsfarbe aller Samples, gewichtet mit dem Flächenanteil des Pixels, den das Sample "überdeckt"

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 112

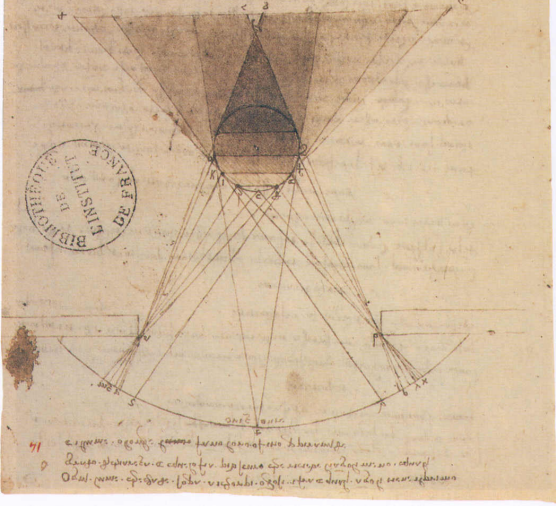
Beispiel

	Aliasing	mit Anti-Aliasing
Punktlicht- quelle		
Ausgedehnte Lichtquelle		

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 113

Weiche Schatten, Halbschatten

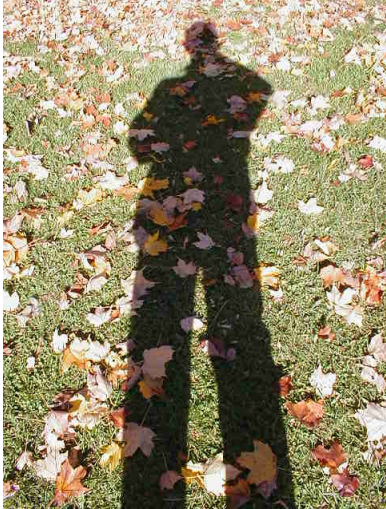
- Regionen:
 - "Vollschatten" (*umbra*)
 - Halbschatten (*penumbra*)
 - voll beleuchtet




XVI. Léonard de Vinci (1452-1519). Lumière d'une fenêtre sur une sphère ombreuse avec (en partant du haut) ombre intermédiaire, primitive, dérivée et (sur la surface, en bas) portée. Plume et lavis sur pointe de métal sur papier, 24 x 38 cm. Paris, Bibliothèque de l'Institut de France (ms. 2185; B.N. 2038. F° 14 r.).

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 114


In der Realität ...



http://3media.initialized.org/photos/2000-10-18/index_gall.htm



<http://www.davidfay.com/index.php>



<http://www.pa.uky.edu/~sciworks/light/preview/bulb2.htm>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 115

... und im Ray-Tracing

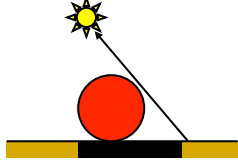
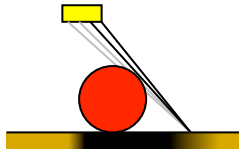
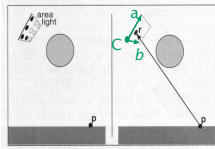
- Bisher: 1 Schattenstrahl

$$s_i = \begin{cases} 1, & \text{Lichtquelle sichtbar} \\ 0, & \text{nicht sichtbar} \end{cases}$$

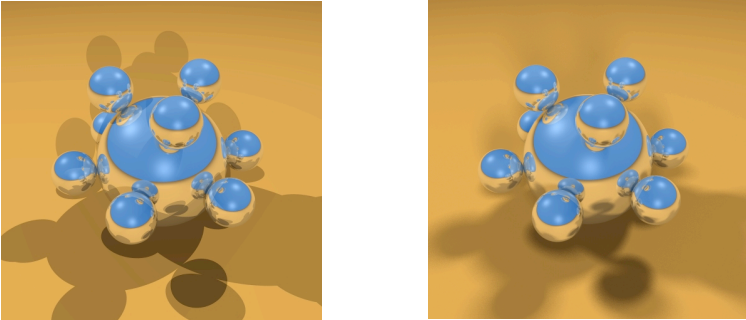
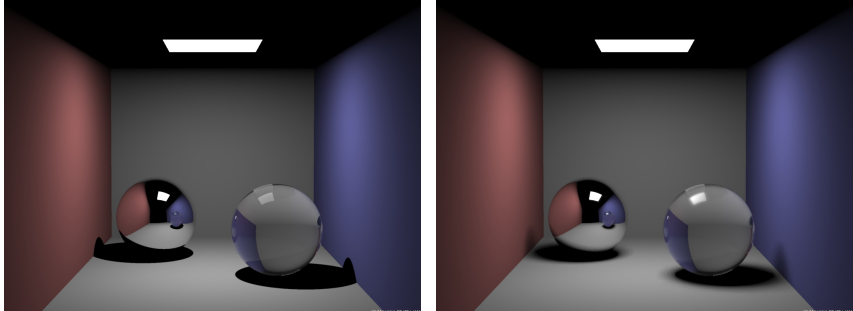
- Jetzt: mehrere Schattenstrahlen

$$s_i = \frac{\text{Anzahl sichtbarer Samples}}{\text{Anzahl Schattenstrahlen}}$$

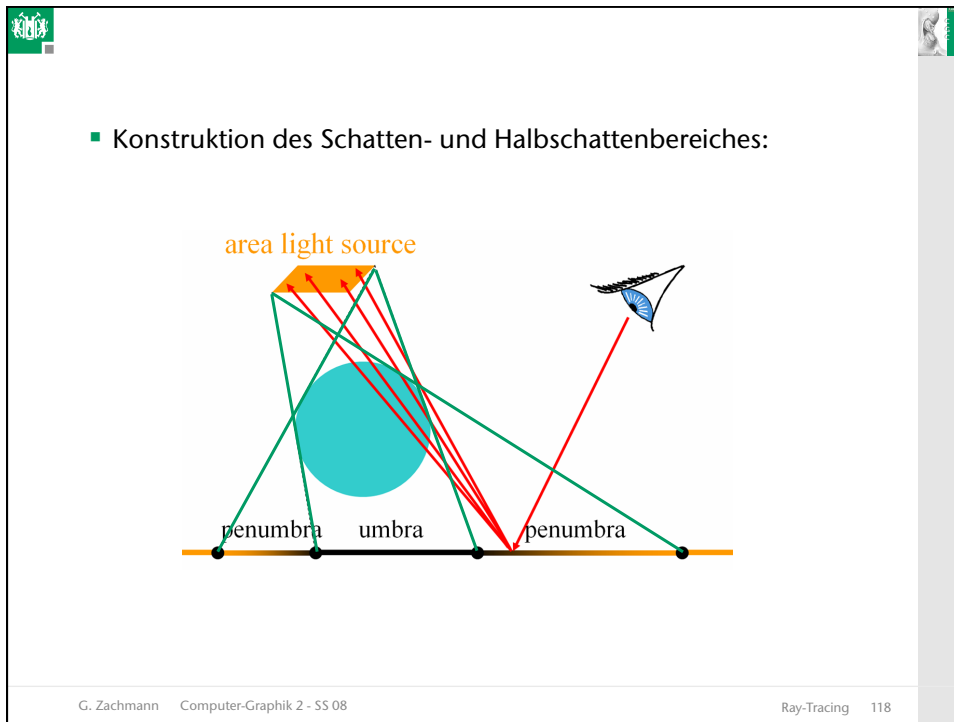
- Drei Arten von Sampling der Lichtquelle:
 - Regelmäßige Abtastung der Lichtquelle
 - Zufällige Abtastung der Lichtquellen
 - Stratifizierte Abtastung

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 116

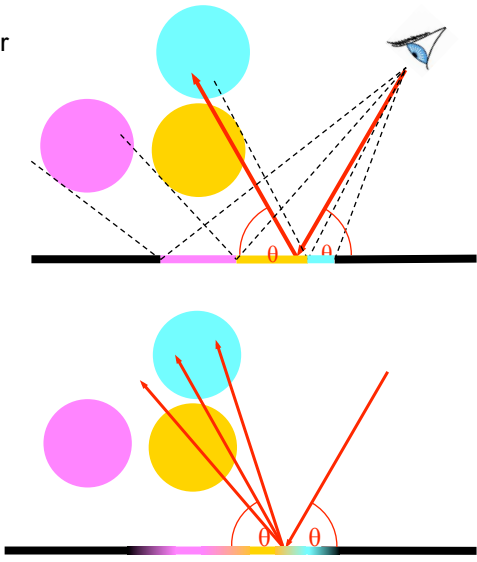



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 117



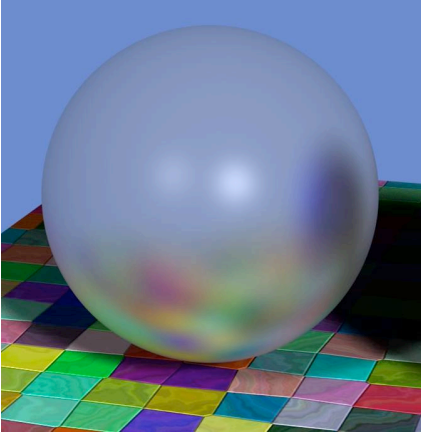
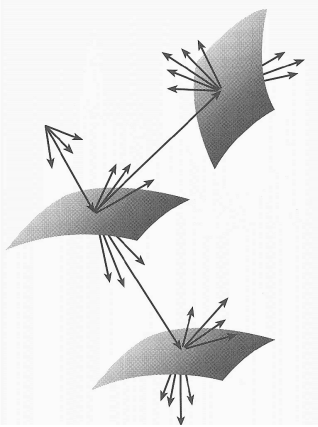
Spekulare Reflexion

- Bisher: genau 1 reflektierter Strahl
 - Problem, falls die horizontale Fläche matt glänzend sein soll ...
- Lösung (brute-force):
 - Viele reflektierte Strahlen
 - Beiträge gemäß Kosinus-Hoch-n-Gesetz (Phong) aufaddieren



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 120

Beispiel: Strahlbaum:

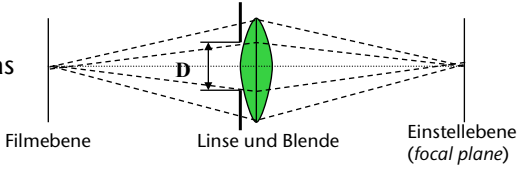



- Beispiel:
- Strahlbaum:

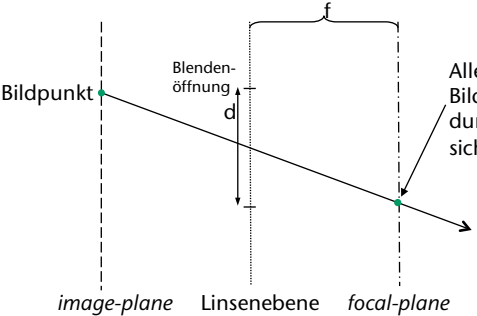
G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 121

Tiefen(un-)schärfe

- Bisher: ideales Lochkammermodell
- Für Tiefenunschärfe muß man reale Kameras modellieren



Filmebene Linse und Blende Einstellebene (focal plane)

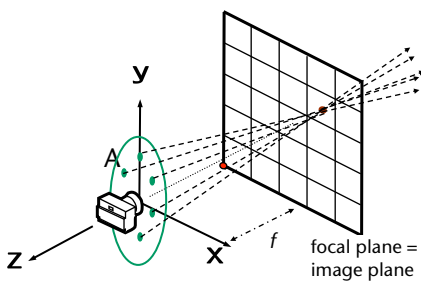


Bildpunkt Blendenöffnung d Alle Strahlen, die vom Bildpunkt ausgehen und durch die Linse, treffen sich in diesem Punkt.

image-plane Linsenebene focal-plane

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 122

- Eine Klasse **LensCamera** würde die Strahlen also ungefähr so erzeugen:
 - Verteile Strahlen auf die gesamte Blendenöffnung und mitte

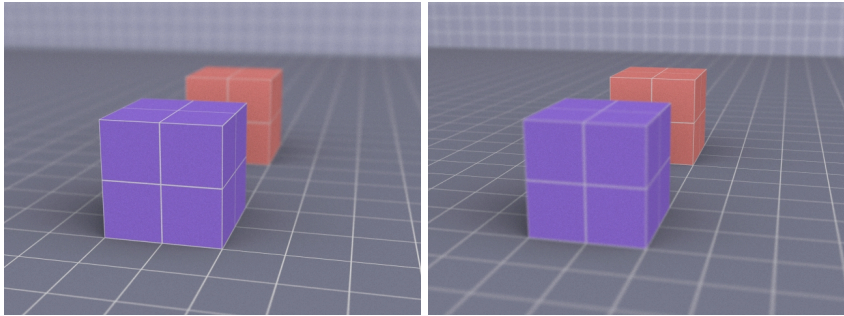


y x z f focal plane = image plane

- Bemerkungen:
 - Sample die Scheibe (=Linse) stratifiziert
 - Achtung bei Kombination mit Anti-Aliasing

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 123

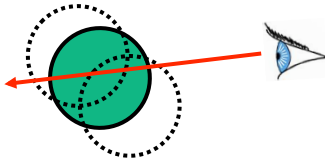
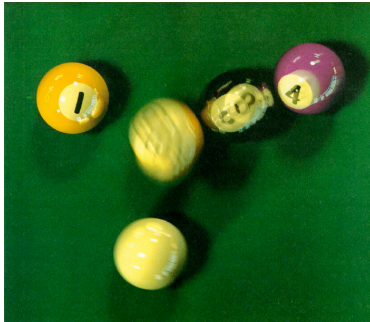
Beispiele



G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 124

Motion Blur (Bewegungsunschärfe)

- Schieße viele Strahlen pro Pixel
- Wähle für jeden Strahl einen Zeitpunkt $t \in [t_0, t_1]$
- Betrachte während des Schnitttests mit diesem Strahl alle Objekte an ihren Positionen $P = P(t)$ zu diesem Zeitpunkt t
- Mittle Pixelwerte

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08 Ray-Tracing 125

"But is it real-time?"

- Ray Tracing in der Vergangenheit war sehr langsam
- Inzwischen Echtzeit-Fähigkeit für einige Szenen
- OpenRT-Projekt: Real-Time Ray Tracing
 - Siehe <http://www.openrt.de>
- Special-Purpose-Hardware, PC-Cluster
- Nur eine Frage der Zeit, bis Commodity-Graphics-Hardware es kann

Headlight Simulation
A Case study of Interactive Distributed Ray Tracing in Practical Applications


Uni Saarbrücken

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08
Ray-Tracing 140

Ray tracing in Egoshooters

Example: Quake3 Demo

<http://graphics.cs.uni-sb.de/~sidapohl/egoshooter/>

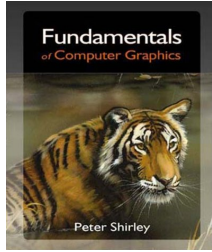


Quake 3 mit Ray-Tracing. Plattform: Cluster mit 20 AMD XP1800
<http://graphics.cs.uni-sb.de/~sidapohl/egoshooter/>

G. Zachmann Computer-Graphik 2 - SS 08
Ray-Tracing 141

Eine Anmerkung zu Typos

- Typos passieren auch auf den Folien
 - Keine Angst haben zu fragen!
 - Bitte teilen Sie mir Fehler mit
- Typos passieren sogar in Lehrbüchern
 - Ich selbst habe 2 nicht-triviale Fehler im Shirley-Buch, 2-te Auflage gefunden [WS 05/06]
 - Fazit: mitdenken, nicht einfach direkt kopieren



The image shows the front cover of the textbook 'Fundamentals of Computer Graphics' by Peter Shirley. The cover features a detailed illustration of a tiger's head and shoulders, looking towards the right. The title 'Fundamentals of Computer Graphics' is printed at the top in a serif font, with 'of Computer Graphics' in a smaller font below it. The author's name 'Peter Shirley' is at the bottom.